

УДК 629.113

[https://doi.org/10.32515/2664-262X.2025.11\(42\).2.335-347](https://doi.org/10.32515/2664-262X.2025.11(42).2.335-347)

В. П. Сахно¹, проф., д-р. техн. наук, М. М. Маяк², проф., д-р техн. наук,
В. П. Онищук², доц., канд. техн. наук, А. С. Котенко², С. В. Стельмащук²

¹Національний транспортний університет, м. Київ, Україна

²Луцький національний технічний університет, м. Луцьк, Україна

e-mail: sakhno@ntu.edu.ua, mayak@lutsk-ntu.com.ua, v.onyshchuk@lntu.edu.ua,

kotenko.a0015@lntu.edu.ua, stanislav0077@ukr.net

Вплив компоновальних і масових параметрів автомобіля і причепа на стійкість руху малотоннажного автопоїзда

Звичайне використання причепів із легковими автомобілями, пікапами, позашляховиками та фургонками зумовлене потребою у транспортуванні вантажів, зокрема негабаритних або спеціалізованих (як-от катери, човни, снігоходи тощо). Проте стійкість таких автопоїздів залежить від багатьох чинників і не завжди може бути гарантована, навіть якщо їхня конструкція вважається оптимальною. Проаналізовано вплив компоновальних і масових параметрів тягового автомобіля і причепа на критичну швидкість руху автопоїзда. Показано, що збільшення бази тягового автомобіля і його маси, зміщення центру мас уперед, за напрямком руху, як автомобіля тягача так і причепа, наближення точки зчіпки автопоїзда до центру мас тягового автомобіля збільшує критичну швидкість автопоїзда, у той час як збільшення бази причепа дещо зменшує цю швидкість. Проведене дослідження показало, що критична швидкість для конкретного автопоїзда становить лише 29,4 м/с, що значно нижче максимально можливої швидкості руху самого автомобіля. Це обґрунтовує необхідність детального аналізу впливу масових і компоновальних параметрів транспортних засобів на стійкість автопоїзда. Результати аналізу свідчать, що збільшення колісної бази та маси автомобіля-тягача, зміщення його центру мас уперед, а також зменшення відстані між центром мас тягача і точкою зчіпки покращують стійкість та підвищують критичну швидкість. Натомість довжина бази причепа і його дишла майже не впливають на цей показник. Отримані залежності описано за допомогою простих регресійних рівнянь, що можуть бути застосовані для розробки систем керування, спрямованих на підвищення стійкості малотоннажних автопоїздів.

автопоїзд, причіп, тяговий автомобіль, математична модель, компоновальні параметри, маса, стійкість, критична швидкість

Постановка проблеми. За останні кілька десятиліть було розроблено безліч систем управління для підвищення керованості та безпеки транспортних засобів, наприклад: антиблокувальна гальмівна система (ABS), електронна система контролю стійкості (ESC) система контролю тяги (TCS) тощо. Для підвищення безпеки односекційних транспортних засобів (наприклад, легкових автомобілів) уряд США ще у 2012 році встановив стандарт FMVSS 126, який вимагає, щоб усі легкі автомобілі, що продаються у США, включили систему ESC [1]. Система ESC здатна створити момент ризику для підвищення бокової стійкості транспортних засобів без необхідності втручання водія. Результати моделювання, дані випробувань і статистика використання на дорогах показують, що стійкість транспортних засобів при виконанні різних маневрів з високими боковими прискореннями може бути покращена за допомогою системи ESC [1]. Однак більшість систем ESC призначені тільки для односекційних транспортних засобів. Вони не враховують зовнішні навантаження, наприклад, від причепів, які є складовими автомобільного поїзда.

Причіп, з'єднаний з легковим автомобілем, пікапом, позашляховиком або фургоном, є звичайним явищем на дорогах більшості країн світу. Використання причепів, перш за все, пов'язано із необхідністю їхніх власників у постійних перевезеннях різних вантажів, у тому числі і негабаритних невеликої маси, або ж у перевезенні катерів,

човнів, квадроциклів, снігоходів та іншої техніки. Окремий вид причепів для легкових автомобілів складають житлові трейлери та спеціальні причепа, що використовуються для роздрібної торгівлі (комерційні причепа). Хоча ці причепа дозволяють перевозити більше вантажу і знижують витрату палива в порівнянні з односекційними транспортними засобами, вони можуть втратити бічну стійкість і створити серйозні проблеми при маневрах зміни смуг руху, подоланні криволінійних траєкторій тощо. Тому в конструкціях цих транспортних засобів акцент робиться на вирішенні компромісу між маневреністю та стійкістю руху, зокрема у роботі [2] були проведені дослідження з питань бокової стійкості автопоїздів, які пов'язані з робочими параметрами транспортних засобів і системними параметрами, наприклад, швидкістю руху, навантаженням на зчіпку, масою та моментом інерції причепа, положенням його осі (осей), жорсткістю шин тощо. Однак через різні умови експлуатації стійкість автопоїзда не може бути гарантована, навіть якщо автопоїзд представляє собою оптимальну конструкцію з фіксованими робочими параметрами транспортних засобів і параметрами системи, отже питання стійкості автопоїздів у процесі експлуатації потребує подальшого вирішення.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У ряді експлуатаційних властивостей автотранспортних засобів (АТЗ) за тенденції збільшення швидкостей руху найважливішими показниками якості, що зберігається в будь-яких режимах, є стійкість і керованість [3]. Враховуючи той факт, що автопоїзд як АТЗ є засобом підвищеної небезпеки, при вирішенні задач щодо можливості експлуатації автопоїздів, слід одним із перших зробити кроки до теоретичних досліджень їхньої маневреності і стійкості руху, результати яких стануть основою для відповідей на багато питань технічного, організаційного, правового характеру [4]. Вибір конструктивних параметрів АТЗ, що забезпечують саме ці властивості, підвищує активну безпеку експлуатації і знижує вірогідність дорожньо-транспортних пригод (ДТП) на транспортних операціях. Стійкість і керованість АТЗ в сукупності повинні забезпечити упевненість водія в реалізації режиму руху, що задається, виключити мимовільне виникнення небезпечного відхилення від нього і зберегти можливість швидкого коригування з подальшою стабілізацією того ж режиму [5]. Одиночний або односекційний транспортний засіб, кваліфіковано керований у нормальних, неаварійних обставинах, здійснює цілком визначені, передбачені і контрольованими водієм, рухи. На відміну від цих транспортних засобів, для яких статична або динамічна нестійкість, що пов'язана з надлишковою поворотністю, є основною проблемою, шарнірно-з'єднані транспортні засоби також можуть мати динамічну або коливальну нестійкість, в основному через зниженого демпфування шарнірної системи на високих швидкостях руху [6]. Шарнірно-з'єднаний транспортний засіб характеризується унікальним динамічним явищем, відомим як зворотне прискорення (RWA), яке визначається як відношення максимального пікового бокового прискорення в центрі мас причепа до такого ж прискорення тягового автомобіля при виконанні маневру «зміна смуги руху» [7]. Шарнірно-з'єднання (наприклад, зчіпка) і підвіска тягового автомобіля ізолюють водія від руху причепа, що може призвести до збільшення RWA при виконанні маневрів зміни смуги руху. Зазвичай причіп перевертається першим, і до того часу, коли водій розуміє, що відбувається, вже занадто запізно розпочинати коригуючу дію [8]. Коли автомобіль буксирує причіп, статична стійкість (тобто характеристики керованості в стійкому стані) може змінитися із недостатньої поворотності на надлишкову поворотність із-за додаткового навантаження на зчіпний пристрій. Таким чином, у конструкції контролера стійкості для комбінацій автомобіль-причіп критично важливим питанням, яке необхідно враховувати, є компроміс між статичною нестійкістю та динамічною нестійкістю. При цьому слід враховувати, що більшість

легких автомобілів мають пороги прокидання вище 1,0g, у той час як пороги перекидання легких вантажівок, фургонів і позашляховиків зменшуються до 0,8g.

У комбінації автомобіль-причіп кут зчіпки є відносним кутом рискання між тяговим автомобілем і причепом. У літературі показано, що включення виміру вузла зчіпки для управління зворотним зв'язком коливань причепа може принести перевагу в плані безпеки у порівнянні зі звичайними алгоритмами зменшення коливань причепа, заснованими на швидкості рискання автомобіля. У роботі [9] порівнюють три методи контролю стійкості для системи автомобіль-причіп, а саме активне гальмування причепа, активне рульове управління причепом і підхід зі змінною розміщення шарніра зчіпки автомобіль-причіп. Результати показують, що активне управління гальмуванням причепа має найкращу здатність гасити зовнішні збурення і підтримувати стабільну роботу комбінації автомобіль-причіп на високих швидкостях. У роботі [10] обґрунтовують переваги одночасного управління тягачем і причепом по відношенню до управління окремими ланками автопоїзда шляхом застосування пропорційно-інтегрально регулятора моменту рискання транспортного засобу. Просте, але ефективне комерційне доступне рішення представлено системою АТС від AL-KO [11], яка забезпечує функцію екстреного гальмування причепа та активується автоматично, якщо автопоїзд відчуває проблеми зі стійкістю, тобто коли розкачування причепа досягає критичного рівня. Результати показують потенційно значущі активні переваги безпеки прямого управління кутом зчіпки по відношенню до стратегій, заснованих на швидкості рискання автомобіля.

У роботі [5] були проведені дослідження щодо бічної стійкості шарнірно-з'єднаних транспортних засобів, пов'язаних з їхніми робочими параметрами і системними параметрами, наприклад, швидкістю руху, навантаженням на зчіпку, масою причепа, моментом інерції причепа, положенням осі, жорсткістю шин тощо [1, 6, 13]. Для підвищення поперечної стійкості шарнірно-з'єднаних транспортних засобів були розроблені три основні схеми системи управління:

1) диференціальне гальмування, активне рульове управління і активне управління кермом [1]. Для реалізації вищевказаних схем управління були розроблені та оцінені численні алгоритми управління. Очікується, що широкі дослідження взаємодії водія транспортних засобів і контролера надають цінні рекомендації по проектуванню систем управління стійкістю для комбінацій шарнірно-з'єднаних транспортних засобів.

У роботі [14] проблема асимптотичної стабілізації для прямолінійних і кругових рухів тягача з причепом вирішується за допомогою методів Ляпунова. Розроблені гладкі, лінійні і нелінійні закони управління, що забезпечують асимптотичну стійкість шарнірно-з'єднаних машин. Також вирішується проблема асимптотичної керованості з обмеженим управлінням на основі контролера, який повинен забезпечити рух ШЗМ за заданою траєкторією. Єдиною керуючою змінною у контролері є кут повороту передніх коліс тягача. Робота системи управління розглядається або у прямолінійному, або коловому русі ШЗМ із заданою швидкістю як під час руху вперед, так і під час руху назад. При цьому слід враховувати, що накладені обмеження на траєкторію руху ШЗМ не є занадто серйозним, оскільки будь-яка траєкторія може бути апроксимована послідовністю кругових та прямолінійних відрізків. Для кількісної оцінки стійкості в математичній теорії стійкості руху розроблено спеціальні методи. З цією метою також визначаються характеристики власних рухів АТЗ і зовнішніх збурень, граничні умови, що визначають можливість руху за умов перекидання, заносу тощо [5]. Тому оціночними параметрами стійкості зазвичай слугують критичні параметри (наприклад, швидкість руху), що визначають граничні умови переходу від стійкого руху до нестійкого, а також характеристики, що визначають реакції АТЗ після припинення дії зовнішніх збурень. У роботі [15] розглянуто відхилення від курсу причепа ШЗМ за низької швидкості, що піддається аналізу як за допомогою механічних моделей, так і

простих обчислень. Математична модель з одним ступенем свободи використовується для того, щоб показати, що існує швидкість, що входить в діапазон звичайного руху і не залежить від радіуса, при якій не буде відхилення причепа від курсу під час стійкого повороту. На більш високих швидкостях причіп буде слідувати за межами стійкого повороту, що було підтверджено під час маневру зміна смуги руху. У роботі [6] показано, що практично всі параметри автомобіля і причіпних ланок впливають на керованість і стійкість руху автопоїзда. Цей вплив пов'язаний з геометричними параметрами й положенням центра мас АТЗ, характеристиками шин [4], [5], [9], [17], [18], числом осей і розміщенням їх по базі [10], прийнятою схемою системи управління автопоїзда [18], що необхідно враховувати при дослідженні стійкості автопоїзда.

Постановка завдання. Метою роботи є дослідження впливу компоувальних і конструктивних параметрів тягового автомобіля і причепа на стійкість руху малотоннажного автопоїзда.

Для досягнення мети роботи сформульовані наступні завдання:

- доопрацювати математичну модель малотоннажного автопоїзда і визначити критичну швидкість автопоїзда;

- визначити можливість застосування регресійних моделей для дослідження впливу компоувальних і масових параметрів тягового автомобіля і причепа на стійкість руху автопоїзда;

- проаналізувати вплив компоувальних параметрів тягового автомобіля і причепа на критичну швидкість автопоїзда.

Виклад основного матеріалу. У роботі [19] розглянуто автопоїзд, рис.1, складається із двох модульних ланок, рис.1, які, в свою чергу, складаються із кінематично незалежних елементів – тягового автомобіля і причепа. За модульної побудови автопоїзда несуча система причепа спирається на свій візок, колеса якого неповоротні. У ведучій ланки передня вісь має керовані колеса, кути повороту яких θ_1 і θ'_1 , причому $\theta_1 > \theta'_1$. Колеса задньої осі тягового автомобіля - неповоротні, розташовані позаду його центра мас. У цій же роботі записані диференціальні рівняння плоскопаралельного руху автопоїзда:

- для поздовжньої швидкості центра мас тягового автомобіля

$$(m+m_1)(\dot{V}-U\omega)+c\omega^2m_1-[m_1d_1[(\dot{\omega}-\ddot{\varphi}_1)\sin\varphi_1-(\omega-\dot{\varphi}_1)^2\cos\varphi_1]]= \\ =-(X_1\cos\theta_1+Y_1\sin\theta_1+X'_1\cos\theta'_1+Y'_1\sin\theta'_1)-(X_2+X'_2)-\sum_{j=1}^2[(X_{2j}+X'_{2j})\times\cos\varphi_1-(Y_{2j}+Y'_{2j})\sin\varphi_1]; \quad (1)$$

- для поперечної швидкості центра мас тягового автомобіля

$$(m+m_1)(\dot{U}-V\omega)-c\omega^2m_1-[m_1d_1\times[(\dot{\omega}-\ddot{\varphi}_1)\cos\varphi_1+(\omega-\dot{\varphi}_1)^2\sin\varphi_1]]= \\ =-(X_1\sin\theta_1-Y_1\cos\theta_1+X'_1\sin\theta'_1-Y'_1\cos\theta'_1)+(Y_2+Y'_2)-\sum_{j=1}^2(X_{2j}+X'_{2j})\times\sin\varphi_1+(Y_{2j}+Y'_{2j})\cos\varphi_1; \quad (2)$$

- для кутової швидкості тягового автомобіля

$$I\omega+[\dot{\alpha}c-(U+V\omega)cm_1+cm_1d_1\times[(\dot{\omega}-\ddot{\varphi}_1)\cos\varphi_1+(\omega-\dot{\varphi}_1)^2\sin\varphi_1]]= \\ =H(X_1\cos\theta_1-Y_1\sin\theta_1+X'_1\cos\theta'_1-Y'_1\sin\theta'_1)+\varepsilon(X_1+X'_1)+a(Y_1\cos\theta_1-X_1\sin\theta_1+Y'_1\cos\theta'_1-X'_1\sin\theta'_1) \\ +(Y_2+Y'_2)b-c\sum_{j=1}^2[(X_{2j}+X'_{2j})\sin\varphi_1+(Y_{2j}+Y'_{2j})\times\cos\varphi_1]; \quad (3)$$

- для причепа

$$[I_1 + m_1 d_1^2] \times (\dot{\omega} - \ddot{\varphi}_1) + m_1 d_1 \times [(\dot{V} - U\omega + c\omega^2) \times \sin\varphi_1 + (V\omega - \dot{U} - c\omega^2) \times \cos\varphi_1] = l_1 \sum_{j=1}^2 (Y_{2j} + Y'_{2j}) + M_1. \quad (4)$$

У системі рівнянь (1–4) прийняті такі позначення:

m, I – центр мас, маса і центральний момент інерції тягового автомобіля щодо вертикальної осі;

m_1, I_1 – те ж саме для причепа;

ϑ_1, ϑ_2 – курсові кути ланок автопоїзда;

φ_1 – кут складання кінематично незалежних ланок автопоїзда;

v, u – поздовжня і бокова проекції швидкості точки C , тобто проекції швидкості точки C на осі рухомої системи координат, безпосередньо пов'язаної з тяговим автомобілем;

ω – кутова швидкість тягового автомобіля;

v_1, u_1 – поздовжня і бокова проекції центру мас причепа осі рухомої системи координат, безпосередньо пов'язаної з причепом;

$M_K = f(\varphi, \dot{\varphi}_1)$ – момент опору повороту причепа;

X_i – поздовжні реакції опорної поверхні на колеса осей автопоїзда, $X_i = Z_i \times f$;

Z_i – нормальні реакції опорної поверхні на колеса осей автопоїзда;

f – коефіцієнт опору кочення;

Y_i – бокові реакції опорної поверхні на колеса осей автопоїзда, $Y_i = k_i \times \delta_i$;

k_i – коефіцієнт опору бічному відведенню коліс осей автопоїзда;

δ_i – кут бічного відведення коліс осей автопоїзда;

ε – довжина поворотної цапфи керованих коліс тягового автомобіля;

H – половина колії передньої осі тягового автомобіля;

$a=CA, b=CB, c=CO_K; d_1=O_1C_1, c_1=C_1O_2, l_1=d_1+c_1$ – геометричні параметри автопоїзда.

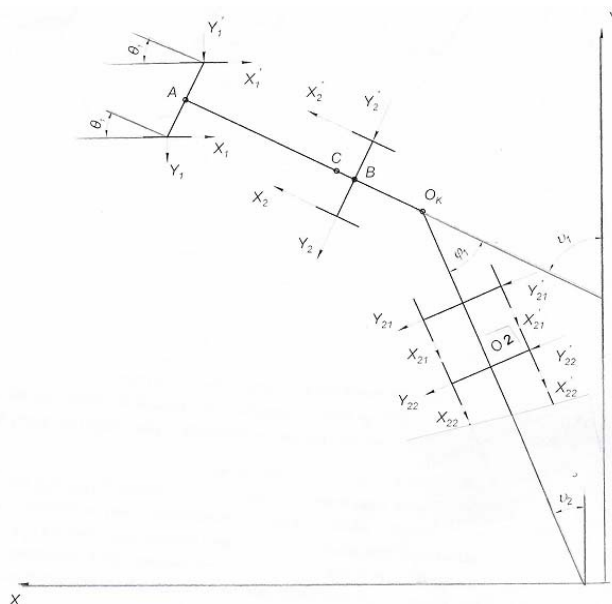


Рисунок 1 – Розрахункова схема автопоїзда на неусталеному повороті

Джерело: розроблено на підставі [19]

У системі рівнянь (1–4) прийняті такі позначення:

m, I – центр мас, маса і центральний момент інерції тягового автомобіля щодо вертикальної осі;

m_1, I_1 – те ж саме для причепа;

ϑ_1, ϑ_2 – курсові кути ланок автопоїзда;
 φ_1 – кут складання кінематично незалежних ланок автопоїзда;
 v, u – поздовжня і бокова проекції швидкості точки C , тобто проекції швидкості точки C на осі рухомої системи координат, безпосередньо пов'язаної з тяговим автомобілем;
 ω – кутова швидкість тягового автомобіля;
 v_1, u_1 – поздовжня і бокова проекції центру мас причепа осі рухомої системи координат, безпосередньо пов'язаної з причепом;
 $M_k = f(\varphi, \dot{\varphi}_1)$ – момент опору повороту причепа;
 X_i – поздовжні реакції опорної поверхні на колеса осей автопоїзда, $X_i = Z_i \times f$;
 Z_i – нормальні реакції опорної поверхні на колеса осей автопоїзда;
 f – коефіцієнт опору кочення;
 Y_i – бокові реакції опорної поверхні на колеса осей автопоїзда, $Y_i = k_i \times \delta_i$;
 k_i – коефіцієнт опору бічному відведенню коліс осей автопоїзда;
 δ_i – кут бічного відведення коліс осей автопоїзда;
 ε – довжина поворотної цапфи керованих коліс тягового автомобіля;
 H – половина колії передньої осі тягового автомобіля;
 $a = CA, b = CB, c = CO_k; d_1 = O_1C_1, c_1 = C_1O_2, l_1 = d_1 + c_1$ – геометричні параметри автопоїзда.

Аналітичні вирази для змінних $U(\theta), \omega(\theta), \varphi_1(\theta)$, що відповідають ustalеним рухам ($\dot{U} = 0, \dot{\omega} = 0, \dot{\varphi}_1 = 0, \ddot{\varphi}_1 = 0$), можна отримати із системи рівнянь (1–4) при русі автопоїзда на коловій траєкторії досить великого радіуса за умови, що $V = \text{const}$ [20]:

$$\begin{cases} (m + m_1)\omega V = Y_1 + Y_2 + \sum_{j=1}^3 Y_{2j}; \\ -cm_1\omega V = aY_1 - b_1Y_2 - c \sum_{j=1}^3 Y_{2j} + M_1; \\ m_1d_1\omega V = l_1Y_2 + M_{12}. \end{cases} \quad (5)$$

За лінійності сил бічного відведення у функції кута відведення отримаємо:

$$Y_{ij} = k_{ij} \delta_{ij}, \quad (6)$$

У свою чергу, кути відведення коліс осей автопоїзда визначаються як

$$\delta_1 = \theta_1 - \frac{U + a\omega}{V}; \quad \delta_2 = -\frac{U}{V} + \frac{\omega}{V}b; \quad \delta_{2j} = -\frac{U}{V} + \frac{\omega}{V}(c + l_1 + b_{2j}) - \varphi_1 \quad (j=1,2)$$

З урахуванням виразів, що визначають бічні сили і кути відведення осей автопоїзда, система рівнянь (1–4) записана у вигляді [20]:

$$\begin{cases} (m + m_1)\omega V = k_1\theta - \frac{U}{V}(k_1 + k_2) - \frac{\omega}{V}[(k_1a - k_2b) - \sum_{j=1}^3 k_{2j}(c + l_1 + b_{2j})] - \phi_1 c \sum_{j=1}^3 k_{2j}; \\ c(m + m_1)\omega V = -\frac{U}{V}(k_1a - k_2b - c \sum_{j=1}^3 k_{2j}) - \frac{\omega}{V}[k_1a^2 + k_2b^2 + c \sum_{j=1}^3 k_{2j}(c + l_1 + b_{2j})] + \phi_1 c \sum_{j=1}^3 k_{2j}; \\ m_1d_1\omega V = -\frac{U}{V}l_1 \sum_{j=1}^3 k_{2j} + \frac{\omega}{V}[l_1 \sum_{j=1}^3 k_{2j}(c + l_1 + b_{2j})] - \phi_1 l_1 \sum_{j=1}^3 k_{2j}; \end{cases} \quad (7)$$

Сукупність функцій $u, \omega, \varphi_1 = (a_1, a_2, a_3) \exp(\lambda t)$ утворює часткове рішення системи (7), якщо і тільки якщо λ є коренем характеристичного рівняння

$$D(\lambda) = A_0\lambda^4 + A_1\lambda^3 + A_2\lambda^2 + A_3\lambda + A_4 = 0 \quad (8)$$

Матриця характеристичного рівняння (8)

$$\begin{vmatrix} a_{11}\lambda + b_{11} & a_{12}\lambda + b_{12} & a_{13}\lambda^2 + b_{13}\lambda + b_{14} \\ a_{21}\lambda + b_{21} & a_{22}\lambda + b_{22} & a_{23}\lambda^2 + b_{23}\lambda + b_{24} \\ a_{31}\lambda + b_{31} & a_{32}\lambda + b_{32} & a_{33}\lambda^2 + b_{33}\lambda + b_{34} \end{vmatrix} = \sum_{i=0}^{n=4} A_i \lambda^{n-i} = 0; \quad (9)$$

де $a_{11} = m + m_2$; $a_{12} = -m_2(B + C)$; $a_{13} = m_2C$; $b_{11} = \frac{A1}{v}$; $b_{12} = \frac{A2}{v} + (m + m_2)v$;

$b_{13}\lambda + b_{14} = A3 + \frac{\lambda}{v}A4$; $a_{21} = -m_2B$; $a_{22} = m_2(B^2 - 3BC) + In$; $a_{23} = -m_2BC$; $b_{21} = \frac{B1}{v}$;

$b_{22} = -vm_2(B + 2C) + \frac{B2}{v}$; $b_{23}\lambda + b_{24} = B3 + \frac{\lambda}{v}B4$ $a_{31} = m_2C$; $a_{32} = -In_2 - m_2(B + C)C$; $b_{31} = \frac{C1}{v}$;

$b_{32} = m_2vC - \frac{C2}{v}$; $a_{33} = In_2 + m_2C^2$; $b_{33}\lambda + b_{34} = C1 + \frac{\lambda}{v}C3$;

$A1 = 2(k_1 + k_2 + k_3 + k_4)$; $A2 = 2(k_1a - k_2b - k_3(B + C - c) - k_4(B + C + d))$;

$A3 = 2(k_3 + k_4)$; $A4 = 2(k_3c_u + k_4(C + d))$;

$B1 = 2(k_1a - k_2b - k_3(c_u + B) - k_4(L_2 + c_u + B))$;

$B2 = 2(k_1a^2 + k_2b^2 + k_3(B + C - c)(B + c_u) + k_4(B + C + d)(B + L_2 + c_u))$.

За Раусом, необхідна, але недостатня умова стійкості полягає у тому, щоб усі коефіцієнти A_i були позитивні. Система буде стійкою, якщо визначник і його мінори позитивні. Аналіз коренів характеристичного рівняння може характеризувати стан системи. Визначники Гурвіца характеристичного рівняння (8) перший Δ_1 – відповідає за наявність позитивних дійсних коренів, а третій Δ_3 – за наявність позитивної дійсної частини уявних комплексно сполучених коренів.

Аналіз коефіцієнтів рівняння (8) показує, що критична швидкість автопоїзда залежить від масових і компонувальних параметрів, а також коефіцієнтів опору відведення коліс тягового автомобіля і причепа.

Запишемо у загальному вигляді рівняння, що визначає собою критичну швидкість

$$v_{kp} = f(m, m_1, a, L, c_0, c_u, c, L_2, k_1, k_2, k_3, k_4) \quad (10)$$

У загальному випадку можливі наступні значення коренів характеристичного рівняння: λ є дійсна і позитивна величина – система нестійка, рух буде нестійким; λ – дійсна і від’ємна величина – система з часом повертається до стійкого положення. Якщо коефіцієнт λ являє собою комплексне число, то його позитивна дійсна частина свідчить про наявність наростаючих коливань, а негативна дійсна частина про наявність загасаючих коливань [20].

За формулою (9) можливо провести аналіз рівномірного прямолінійного руху, а саме, визначити величину критичної швидкості прямолінійного руху автопоїзда і виявити характер впливу різних факторів.

Вихідні дані для розв’язку рівняння (10) прийняті із роботи [19] і склали: $a=1,9$; $b=1,65$; $c=2,45$; $d_1=1,55$; $c_1=1,45$; $l_1=3,0$; $H=0,75$; $H=0,95$; $\varepsilon=0,2$; $V:=0$; $f:=0$; $X1=X2=X3=X4:=0$; $Z1=15958,2$; $Z2:=18376,8$; $Z3:=13720$; $Z4:=k3:=44700$; $g:=9.81$; $m1:=3500$; $m2:=2800$; $J1:=10972,5$; $J2:=6298,3$; $k1:=44700$; $k2:=44700$; $k3:=44700$; $k4:=44700$; $\phi_{10}:=0$; $\theta_0:=0,0$; $I_y=1987,5$; $I_{y1}=278,5$.

Як приклад, у табл. 2 наведені значення коренів характеристичного рівняння, за якими можна визначити вид стійкості, або нестійкості автопоїзда.

Таблиця 2 - Корені характеристичного рівняння

v_{as} м/с	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4
25	-17.415752	-8.197634691	-0.4544278511-2.578463350*I	-0.4544278511+2.578463350*I
27	-13.832345	-7.465466342	-0.07216824934-3.01720161*I	-0.0721682497+3.01720112*I
29	-11.658712	-6.795897432	-0.0263740487-3.077087466*I	-0.026374048+3.077087466*I
30	-11.214587	-6.124717952	0.0548309854-3.108271945*I	0.0548309854+3.108271945*I

Джерело: розроблено авторами

Як випливає з табл.2, до швидкості 31 м/с корені характеристичного рівняння мають дійсну від'ємну частину, і стійкість системи забезпечується. При перевищенні швидкості більше 29 м/с коливання параметрів руху будуть розбіжними, що призведе до втрати стійкості і неможливості подальшого руху. Для більш точного визначення критичної швидкості руху діапазон швидкостей 29...30 м/с був розділений ще на 3 піддіапазони: 29,2; 29,3; 29,4; 29,5; 29,6 м/с. У цих піддіапазонах знаходилися корені характеристичного рівняння. Перший додатний корінь з'явився за швидкості 29,4 м/с, тобто критичною є швидкість 29,4 м/с.

Дослідимо фактори, що впливають на критичну швидкість і стійкість руху автопоїзда. У роботі [21] запропоновано оцінювати вплив конструктивних і експлуатаційних факторів на маневреність і стійкість руху автопоїзда за відносними параметрами на основі апроксимації отриманих аналітичних залежностей щодо маневреності та стійкості руху автопоїзда. Функція апроксимації має вигляд

$$Y = a_0 + a_1x + a_2x^2, \quad (11)$$

де Y – експлуатаційний показник (критична швидкість, габаритна смуга руху, завантаженість шин осей причепа бічними силами тощо);

x – геометричний параметр, вплив якого визначається (положення центра мас ланки, база ланки, довжина дишла та ін.);

a_i – емпіричні коефіцієнти.

Результати апроксимації впливу положення центру мас тягача a' та причепа c' на $v_{кр}$ автопоїзда описано наступними рівняннями [12]

$$v_{кр} = 33,35252 - 13,85904 a' + 6,81448 (a')^2, \quad (12)$$

$$v_{кр} = 33,46535 - 13,71481 c' + 6,25438 (c')^2, \quad (13)$$

де $a' = \frac{a}{L}$ і $c' = \frac{c}{L}$ - відносні значення параметрів щодо розташування центру мас тягового автомобіля і точки зчипки його з причепом.

На рис. 2 наведена залежність зміни критичної швидкості руху автопоїзда від відносних параметрів координати центру мас a і розташування точки зчипки c .

За номінальних значень цих параметрів $a' = 0,517$ і $c' = 0,482$ критична швидкість руху автопоїзда відповідно склала 28,16 м/с і 28,25 м/с. При цьому похибка у визначенні критичної швидкості за виразами (8) і (11), (12) не перевищила 4,5 %, тобто рівняння апроксимації можна використовувати для дослідження впливу конструктивних і експлуатаційних факторів на стійкість руху автопоїзда.

У роботі [21] за відносними параметрами визначалася не тільки критична швидкість руху автопоїзда, а його і габаритна смуга руху і кути відведення коліс осі причепа, що впливають на показники цих властивостей. Отримані залежності представлені у вигляді:

$$a' = \frac{a}{L} = 0,40 \dots 0,7; L' = \frac{L}{D} = 0,60 \dots 0,82; c_0' = \frac{c_0}{L} = 0,30 \dots 0,55; c' = \frac{c}{L_2} = 0,2 \dots 0,5;$$

$$L_2' = \frac{L_2}{D_2} = 0,2 \dots 0,45;$$

$$c_{ш}' = \frac{c_{ш}}{D_2} = 0,2 \dots 0,5; m' = \frac{m}{m + m_2} = 0,339 \dots 1,085; m_2' = \frac{m_2}{m + m_2} = 0,339 \dots 0,746;$$

$$k_1' = \frac{k_1}{k_0} = 0,6 \dots 1,2; k_2' = \frac{k_2}{k_0} = 0,7 \dots 1,5; k_3' = \frac{k_3}{k_0} = 0,9 \dots 1,8; k_4' = \frac{k_4}{k_0} = 0,9 \dots 1,8,$$

де a – координата центру мас тягового автомобіля;

L, L_2, D, D_2 – база і довжина тягового автомобіля і причепа;

c_0 – відстань від центру мас тягового автомобіля до точки зчипки з причепом;

c – відстань від центру мас причепа до точки зчипки з автомобілем;

$c_{ш}$ – довжина шиши причепа;

m, m_2 – маса автомобіля і причепа;

k_0 – коефіцієнт опору відведення за номінального тиску повітря в шинах і навантаження на колесо;

k_i – коефіцієнт опору відведення коліс осей автомобіля і причепа.

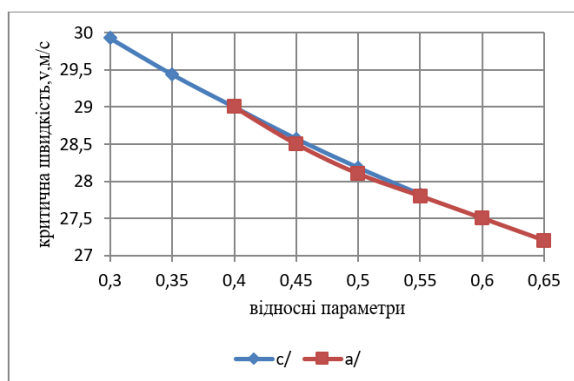


Рисунок 2 – Залежність критичної швидкості руху автопоїзда від розташування центру мас тягового автомобіля (a') і точки зчипки з причепом (c')

Джерело: розроблено авторами

У табл. 2 наведені коефіцієнти апроксимуючого рівняння для оцінки впливу відносних компоувальних, масових і жорсткісних характеристик шин тягового автомобіля і причепа, за якими визначалася критична швидкість і габаритна смуга руху автопоїзда.

Таблиця 2 – Коефіцієнти апроксимуючого полінома для визначення впливу компоувальних і масових параметрів автопоїзда на маневреність і стійкість руху

Коефіцієнти апроксимуючого рівняння	Відносні компоувальні і масові параметри автомобіля і причепа						
	a'	c'	L'	L_2'	c_0'	m_2'	m_1'
a_0	0,1981	0,31238	0,44762	0,47328	0,57524	0,6819	0,79619
a_1	30,8910	29,6281	28,589	28,1831	27,6236	27,029	26,6582
a_2	0,04762	0,1881	0,34048	0,41243	0,49048	0,65952	0,81667

Джерело: розроблено авторами

Результати розрахунку впливу компоновальних параметрів автопоїзда наведені на рис. 3.

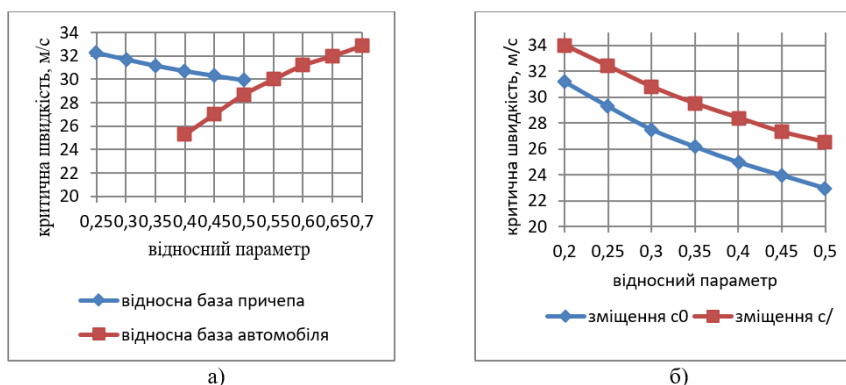


Рисунок 3 – Залежність критичної швидкості руху автопоїзда від відносної бази автомобіля і причепа (а) і відносного зміщення точки зчїпки (б)

Джерело: розроблено авторами

Аналіз графіків залежності критичної швидкості автопоїзда від компоновальних параметрів тягового автомобіля і причепа дозволяє зробити наступні висновки:

- збільшення бази тягового автомобіля збільшує критичну швидкість автопоїзда, у той час як збільшення бази причепа дещо зменшує цю швидкість;
- зміщення центру мас уперед, за напрямком руху, як автомобіля тягача так і причепа, наближення точки зчїпки автопоїзда до центру мас тягового автомобіля збільшує критичну швидкість руху автопоїзда.

За розміщення точки зчїпки на тяговому автомобілі і розташування центру мас причепа передбаченої їх конструкцією, з'ясовано, що база причепа та довжина його дишла практично не впливають на критичну швидкість руху автопоїзда.

У подальшому було проаналізовано вплив маси тягового автомобіля і причепа на критичну швидкість руху автопоїзда.

На рис. 4 наведена залежність критичної швидкості автопоїзда від відносної маси тягового автомобіля і причепа.

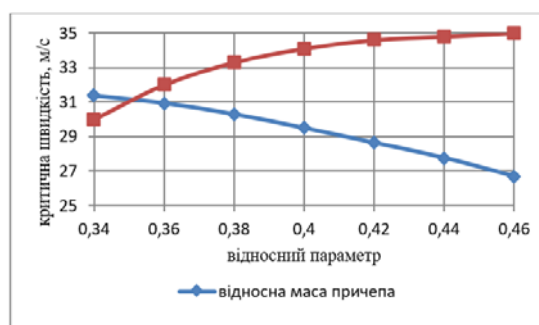


Рисунок 4 – Залежність критичної швидкості руху автопоїзда від відносної маси автомобіля і причепа
Джерело: розроблено авторами

Як випливає з рис. 4, до збільшення критичної швидкості руху призводить збільшення маси тягового автомобіля, у той час як збільшення маси причепа призводить до зменшення цієї швидкості. Із цього слідує важливий практичний висновок: при завантаженні автопоїзда спочатку завантажувати тяговий автомобіль до дозволеної максимальної його маси, а потім уже і причіп.

Обговорення результатів. Причіп, з'єднаний з легковим автомобілем, пікапом, позашляховиком або фургоном, є звичайним явищем на дорогах більшості країн світу. Використання причепів, перш за все, пов'язано із необхідністю їхніх власників у

постійних перевезеннях різних вантажів, у тому числі і негабаритних невеликої маси, або ж у перевезенні катерів, човнів, квадроциклів, снігоходів та іншої техніки. При цьому слід враховувати, що через різні умови експлуатації стійкість автопоїзда не може бути гарантована, навіть якщо автопоїзд представляє собою оптимальну конструкцію з фіксованими робочими параметрами транспортних засобів і параметрами системи, отже питання стійкості автопоїздів у процесі експлуатації потребує подальшого вирішення.

Коли автомобіль буксирує причіп, статична стійкість (тобто характеристики керованості в стійкому стані) може змінитися із недостатньої повороткості на надлишкову повороткість із-за додаткового навантаження на зчіпний пристрій. При цьому слід враховувати, що більшість легких автомобілів мають пороги прокидання вище $1,0g$, у той час як пороги перекидання легких вантажівок, фургонів і позашляховиків зменшуються до $0,8g$, а автопоїздів і того менше. Пояснюється це тим, що практично усі параметри автомобіля і причіпних ланок впливають на керованість і стійкість руху автопоїзда. Цей вплив пов'язаний з геометричними параметрами й положенням центра мас ланок автопоїзда, характеристиками шин, числом осей і розміщенням їх по базі, прийнятою схемою системи управління автопоїзда, що вимагає подальших досліджень.

У результаті проведеного дослідження встановлено, що для автопоїзда, який розглядається, критична швидкість склала $29,4$ м/с, що значно менше максимальної швидкості руху тягового автомобіля. Тому актуальним стало дослідження впливу компоновальних і масових параметрів тягового автомобіля і причепа на стійкість руху автопоїзда. У результаті такого дослідження показано, що збільшення бази тягового автомобіля і його маси, зміщення центру мас уперед, за напрямком руху як автомобіля тягача, так і причепа, наближення точки зчіпки автопоїзда до центру мас тягового автомобіля збільшує критичну швидкість автопоїзда, у той час як збільшення бази причепа дещо зменшує цю швидкість. При цьому база причепа та довжина його дишла практично не впливають на критичну швидкість руху автопоїзда. Ці результати були отримані з використання простих регресійних рівнянь, які можна використати при розробці контролерів для підвищення стійкості малотоннажних автопоїздів.

Висновки. Удосконалено математичну модель, що описує плоскопаралельний рух автопоїзда з причепом категорії O2, за допомогою якої визначена критична швидкість руху, яка склала $29,4$ м/с. Доведено можливість застосування регресійних моделей для дослідження впливу компоновальних і масових параметрів тягового автомобіля і причепа на стійкість руху автопоїзда. Проаналізовано вплив компоновальних і масових параметрів тягового автомобіля і причепа на критичну швидкість руху автопоїзда. Показано, що збільшення бази тягового автомобіля і його маси, зміщення центру мас уперед, за напрямком руху, як автомобіля тягача так і причепа, наближення точки зчіпки автопоїзда до центру мас тягового автомобіля збільшує критичну швидкість автопоїзда, у той час як збільшення бази причепа дещо зменшує цю швидкість. При цьому база причепа та довжина його дишла практично не впливають на критичну швидкість руху автопоїзда.

Із цього слідує важливий практичний висновок: за обраної конструкції автопоїзда при його експлуатації спочатку завантажувати тяговий автомобіль до дозволеної максимальної його маси, а потім уже і причіп.

Список літератури

1. Vempaty S., Zhao L., He Y. An Overview of Control Schemes for Improving the Lateral Stability of Car-Trailer Combinations. *International Journal of Vehicle Performance*. January 2020. 45 с. DOI: 10.1504/IJVP.2020.10028995.
2. He Y., Islam M.M. An automated design method for active trailer steering systems of articulated heavy vehicles. *ASME Journal of Mechanical Design*. 2012. Vol. 134/041002. С. 1–15.

3. Вербицький В. Г., Сахно В. П., Кравченко А. П., Костенко А. В., Даниленко А. Е. Автомобілі. Стійкість. Луганськ: Ноулідж, 2013.
4. Сахно В. П., Стельмашук В. В., Пазін Р. В. Визначення параметрів стійкості автопоїзда з причепом категорії O2. Systemy i srodki transportu samochodowego. Wybrane zagadnienia. Seria: Transport. Rzeszow, 2018. № 15. С. 93–102.
5. Стельмашук В. В., Пазін Р. В. До питання комплектації автопоїзда з причепом категорії O2. Вісник Машинобудування та транспорту. 2016. № 2. С. 97–105.
6. Сахно В. П., Кузнецов Р. М., Стельмашук В. В., Козачук Л. С. До визначення показників стійкості автопоїзда категорії M1 у перехідних режимах руху. Сучасні технології в машинобудуванні і транспорті. Луцьк: Луцький НТУ, 2014. № 2. С. 123–128.
7. Islam M., He Y. A parallel design optimisation method for articulated heavy vehicles with active safety systems. International Journal of Heavy Vehicle Systems. 2013. Vol. 20. С. 327–341.
8. De Bernardis M., Rini G., Bottiglione F., Hartavi A. E., Sorniotti A. On nonlinear model predictive direct yaw moment control for trailer sway mitigation. Vehicle System Dynamics. 2023. Vol. 61, № 2. С. 445–471. DOI: 10.1080/00423114.2022.2054352.
9. Shamim R., Islam M., He Y. A comparative study of active control strategies for improving lateral stability of car-trailer systems. SAE Technical Paper, 2011-01-0959, 2011.
10. Wang W., Fan J., Xiong R., та ін. Lateral stability control of four wheels independently drive articulated electric vehicle. IEEE Transportation Electrification Conference and Expo, 2016.
11. AL-KO. Comprehensive catalogue trailer components. Part No. 499 699 B. Edition 06/2021.
12. Сахно В. П., Поляков В. М., Шарай С. М., Човча І. С. Вплив положення центра мас причепа категорії O1 на стійкість руху автопоїзда. Вісник машинобудування та транспорту. 2021. № 2(14). С. 111–120. DOI: 10.31649/2413-4503-2021-14-2-111-120.
13. Deng W., Kang X. Parametric study on vehicle-trailer dynamics for stability control. SAE Technical Paper 2003-01-1321, 2003.
14. Astolfi A., Bolzem P., Locatelli A. Path-tracking of a tractor-trailer vehicle along rectilinear and circular paths: A Lyapunov-based approach. IEEE Transactions on Robotics and Automation. 2004. Vol. 20, № 1. С. 154–160.
15. Galluppi O., Formentin S., Novara C., Savaresi S. M. Nonlinear stability control of autonomous vehicles: a MIMO D2-IBC solution. IFAC-PapersOnLine. 2017. Vol. 50, Issue 1. С. 3691–3696.
16. Козачук Л. С. До визначення стійкості руху автопоїзда категорії M1. Вісник Житомирського державного технологічного університету. 2014. Вип. 2(69). С. 121–128.
17. Сахно В. П., Зав'ялова Л. І., Нестеренко М. П., Лагошна О. О. Дослідження впливу кількості некерованих колісних осей на область стійкості прямолінійного руху багатівісного автомобіля. Вісник Національного транспортного університету. 2007. Вип. 14. С. 164–169.
18. Сахно В. П., Зав'ялова Л. І., Нестеренко М. П., Лагошна О. О. Шляхи підвищення стійкості руху багатівісного автомобіля. Вісник Східноукраїнського національного університету імені В. Даля. 2006. № 7(101). С. 91–94.
19. Сахно В. П., Стельмашук В. В., Пазін Р. В. Маневреність автопоїзда з причепом категорії O2. Вісник Національного транспортного університету. Серія: Технічні науки. 2018. Вип. 3(42). С. 113–126.
20. Сахно В. П., Поляков В. М., Шарай С. М., Мурований І. С., Омельницький Є. О. Шарнірно-зчленовані автобуси. Маневреність та стійкість: монографія. Луцьк: ІВВ Луцького НТУ, 2021. 288 с.
21. Тімков О. М. Визначення показників маневреності причіпного автопоїзда з наближеними осями причепа. Вісник НТУ. 2003. № 8. С. 325–327.

References

1. Vempaty, S., Zhao, L., & He, Y. (2020). An overview of control schemes for improving the lateral stability of car-trailer combinations. *International Journal of Vehicle Performance*, January, 45 p. DOI:10.1504/IJVP.2020.10028995.
2. He, Y., & Islam, M.M. (2012). An automated design method for active trailer steering systems of articulated heavy vehicles. *ASME Journal of Mechanical Design*, 134(041002), 1–15.
3. Verbytskyi, V.H., Sakhno, V.P., Kravchenko, A.P., Kostenko, A.V., & Danylenko, A.E. (2013). *Avtomobili. Stiikist'*. Luhansk: Noulidzh [in Ukrainian].
4. Sakhno, V.P., Stelmaschuk, V.V., & Pazin, R.V. (2018). Vyznachennia parametriv stiikosti avtovoza z prytssepom katehorii O2. *Systemy i srodki transportu samochodowego. Wybrane zagadnienia. Seria: Transport*, 15, 93–102 [in Ukrainian].
5. Stelmaschuk, V.V., & Pazin, R.V. (2016). Do pytannia komplektatsii avtovoza z prytssepom katehorii O2. *Visnyk Mashynobuduvannia ta Transportu*, 2, 97–105 [in Ukrainian].
6. Sakhno, V.P., Kuznetsov, R.M., Stelmaschuk, V.V., & Kozachuk, L.S. (2014). Do vyznachennia pokaznykiv stiikosti avtovoza katehorii M1 u perekhidnykh rezhymakh rukhu. *Suchasni tekhnolohii v mashynobuduvanni i transporti*, 2, 123–128. Lutsk: Lutsk NTU [in Ukrainian].
7. Islam, M., & He, Y. (2013). A parallel design optimisation method for articulated heavy vehicles with active safety systems. *International Journal of Heavy Vehicle Systems*, 20, 327–341.

8. De Bernardis, M., Rini, G., Bottiglione, F., Hartavi, A.E., & Sorniotti, A. (2023). On nonlinear model predictive direct yaw moment control for trailer sway mitigation. *Vehicle System Dynamics*, 61(2), 445–471. DOI:10.1080/00423114.2022.2054352.
9. Shamim, R., Islam, M., & He, Y. (2011). A comparative study of active control strategies for improving lateral stability of car-trailer systems. *SAE Technical Paper*, 2011-01-0959.
10. Wang, W., Fan, J., Xiong, R., et al. (2016). Lateral stability control of four wheels independently drive articulated electric vehicle. *IEEE Transportation Electrification Conference and Expo*.
11. AL-KO. (2021). *Comprehensive catalogue trailer components*. Part No. 499 699 B, Edition 06/2021.
12. Sakhno, V.P., Polyakov, V.M., Sharai, S.M., & Chovcha, I.S. (2021). Vplyv polozhennia tsentra mas prytsypa katehorii O1 na stiikist' rukhu avtovoza. *Visnyk Mashynobuduvannia ta Transportu*, 2(14), 111–120. DOI:10.31649/2413-4503-2021-14-2-111-120 [in Ukrainian].
13. Deng, W., & Kang, X. (2003). Parametric study on vehicle-trailer dynamics for stability control. *SAE Technical Paper*, 2003-01-1321.
14. Astolfi, A., Bolzern, P., & Locatelli, A. (2004). Path-tracking of a tractor-trailer vehicle along rectilinear and circular paths: A Lyapunov-based approach. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 20(1), 154–160.
15. Galluppi, O., Formentin, S., Novara, C., & Savaresi, S.M. (2017). Nonlinear stability control of autonomous vehicles: a MIMO D2-IBC solution. *IFAC-PapersOnLine*, 50(1), 3691–3696.
16. Kozachuk, L.S. (2014). Do vyznachennia stiikosti rukhu avtovoza katehorii M1. *Visnyk Zhytomyrs'koho derzhavnoho tekhnolohichnoho universytetu*, 2(69), 121–128 [in Ukrainian].
17. Sakhno, V.P., Zaviailova, L.I., Nesterenko, M.P., & Lahoshna, O.O. (2007). Doslidzhennia vplyvu kil'kosti nekerovanykh kolisnykh osei na oblast' stiikosti priamoliniino rukhu bahatovisnoho avtomobilia. *Visnyk Natsional'noho Transportnoho Universytetu*, 14, 164–169 [in Ukrainian].
18. Sakhno, V.P., Zaviailova, L.I., Nesterenko, M.P., & Lahoshna, O.O. (2006). Shliakhy pidvyshchennia stiikosti rukhu bahatovisnoho avtomobilia. *Visnyk Skhidnoukrains'koho natsional'noho universytetu imeni V. Dalia*, 7(101), 91–94 [in Ukrainian].
19. Sakhno, V.P., Stelmashchuk, V.V., & Pazin, R.V. (2018). Manevrenist' avtovoza z prytsypom katehorii O2. *Visnyk Natsional'noho Transportnoho Universytetu. Seriya: Tekhnichni nauky*, 3(42), 113–126 [in Ukrainian].
20. Sakhno, V.P., Polyakov, V.M., Sharai, S.M., Murovanyi, I.S., & Omelnytskyi, Ye.O. (2021). *Sharniurno-zhelenovani avtobusy. Manevrenist' ta stiikist': Monohrafiia*. Lutsk: IVV Lutsk NTU. 288 p. [in Ukrainian].
21. Timkov, O.M. (2003). Vyznachennia pokaznykiv manevrenosti prytsypnoho avtovoza z nablyzhenymy osiami prytsypa. *Visnyk NTU*, 8, 325–327 [in Ukrainian].

Volodymyr Sakhno¹, Prof., DSc., Mykola Mayak², Prof., DSc., Vasyl Onyshchuk², Assoc.Prof., PhD tech. sci., Andrii Kotenko², Stanislav Stelmashchuk²

¹National University of Transport, Kyiv, Ukraine

²Lutsk National Technical University, Lutsk, Ukraine

Influence of Layout and Mass Parameters of a Vehicle and Trailer on The Stability of a Light-Duty Road Train

The use of trailers with passenger cars, pickups, SUVs, and vans is commonly driven by the need to transport cargo, particularly oversized or specialized items (such as boats, watercraft, snowmobiles, etc.). However, the stability of such vehicle-trailer combinations depends on multiple factors and cannot always be guaranteed, even when the design is considered optimal.

This study analyzes the influence of layout and mass parameters of the towing vehicle and trailer on the critical speed of a light-duty road train. It is shown that increasing the wheelbase and mass of the towing vehicle, as well as shifting the center of gravity of both the tractor and trailer forward in the direction of motion, and reducing the distance between the center of gravity of the tractor and the hitch point of the road train, lead to an increase in the critical speed. In contrast, increasing the trailer wheelbase slightly decreases this speed.

The conducted analysis revealed that the critical speed for the studied road train configuration is only 29.4 m/s, which is significantly lower than the maximum possible speed of the towing vehicle alone. This highlights the necessity of a detailed study on how the mass and layout parameters of the vehicles affect the stability of the road train.

The results demonstrate that increasing the towing vehicle's wheelbase and mass, shifting its center of gravity forward, and reducing the distance to the hitch point improve the system's stability and increase the critical speed. Conversely, the trailer's base length and drawbar have minimal effect. The relationships obtained were described using simple regression equations, which can be applied in the design of control systems aimed at improving the stability of light-duty road trains.

road train, trailer, towing vehicle, mathematical model, layout parameters, mass, stability, critical speed

Одержано (Received) 07.05.2025

Прорецензовано (Reviewed) 09.05.2025

Прийнято до друку (Approved) 20.05.2025