

Міністерство освіти і науки України
Кіровоградський національний технічний університет

Факультет обліку та фінансів
Кафедра економічної теорії, маркетингу та економічної кібернетики

ПРИКЛАДНІ ЗАДАЧІ МОДЕЛЮВАННЯ ЕКОНОМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

методичні вказівки до вивчення дисципліни
для студентів всіх форм навчання за напрямом підготовки
6.030502 “Економічна кібернетика”

Затверджено
на засіданні кафедри ЕТМЕК
Протокол № 1 від 27.08.2015

Прикладні задачі моделювання економічних процесів: методичні вказівки до вивчення дисципліни для студентів всіх форм навчання за напрямом підготовки 6.030502 “Економічна кібернетика” / [укл. Дмитришин Б.В.]. – Кіровоград : КНТУ, 2015. – 53 с.

Укладач: к.е.н., доц. Дмитришин Б.В. – доцент кафедри ЕТМЕК.

Рецензент: к.е.н., доц. Вишневська В.А – доцент кафедри ЕТМЕК.

ЗМІСТ

1. Мета та завдання навчальної дисципліни	2
2. Структура навчальної дисципліни	3
3. Програма навчальної дисципліни	4
4. Лабораторні заняття	5
5. Тематика самостійної роботи	50
6. Індивідуальні завдання (тематика курсових робіт)	50
7. Методи навчання та контролю знань	51
8. Рекомендована література	53

1. МЕТА ТА ЗАВДАННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Мета: формування у студентів цілісного уявлення про процес моделювання економічних явищ та процесів, а також допомога студентам в оволодінні методами математичного моделювання при розв'язуванні задач економіки та управління.

Завданням навчальної дисципліни є набуття практичних навичок моделювання та аналізу економічних об'єктів і процесів.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен мати такі знання та практичні навички:

1. Оволодіння різноманіттям економіко-математичних моделей, що можуть застосовуватися для розв'язування задач економіки та управління.
2. Здатність аналізувати економічні задачі та вибирати відповідні моделі і методи для їх розв'язування.
3. Здатність здійснювати побудову економіко-математичних моделей.
4. Здатність застосовувати економіко-математичні моделі і математичні методи для дослідження і прогнозування соціально-економічних процесів.
5. Здатність за допомогою математичних моделей і методів приймати обґрунтовані рішення щодо здійснення вибору за наявності обмежених засобів і альтернативних можливостей.

2. СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин											
	денна форма						Заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
		л	п	лаб	інд.	с.р.		л	п	лаб	інд	с.р.
Тема 1. Основи моделювання економічних процесів	5	4	-	-	-	1	6	-	-	-	-	6
Тема 2. Моделювання економічних систем і процесів для вирішення задач методами лінійного програмування	16	4	-	6	-	6	15	1	-	-	-	14
Тема 3. Моделювання оптимальної структури виробництва	22	6	-	8	-	8	21	1	-	2	-	18
Тема 4. Застосування економіко-статистичного моделювання в дипломних дослідження	5	4	-	-	-	1	6	-	-	-	-	6
Тема 5. Комп'ютерні технології вирішення задач за допомогою статистичних та економіко-математичних методів	26	6	-	10	-	10	21	1	-	2	-	18
Тема 6. Балансові моделі в економіці та управлінні	16	4	-	4	-	8	14	-	-			14
Індивідуальне науково-дослідне завдання (курсова робота)	30	-	-	-	30	-	31	1	-	-	30	-
Підсумковий контроль	30		-	-	-	30	30	-	-	-	-	30
Усього годин	150	28	-	28	30	64	144	4	-	4	30	106

3. ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Тема 1. Основи моделювання економічних процесів

- 1.1. Кількісні залежності в економічних процесах
- 1.2. Поняття про моделювання
- 1.3. Економіко-математичні моделі

Тема 2. Моделювання економічних систем і процесів для вирішення задач методами лінійного програмування

- 2.1. Лінійне програмування
- 2.2. Розробка економіко-математичної моделі
- 2.3. Складання та вирішення економіко-математичної задачі
- 2.4. Розробка і вирішення економіко-статистичної задачі

Тема 3. Моделювання оптимальної структури виробництва

- 3.1. Розробка структурної економіко-математичної моделі
- 3.2. Розробка розширеної економіко-математичної моделі
- 3.3. Аналіз отриманих результатів вирішення задач
- 3.4. Застосування базової економіко-математичної моделі структури виробництва в дипломному проектуванні

Тема 4. Застосування економіко-статистичного моделювання в дипломних дослідження

- 4.1. Проведення аналізу результативної змінної та факторів що впливають на її значення. Отримання статистичних даних та їх обробка
- 4.2. Визначення математичної інтерпретації залежних і незалежних змінних. Вирішення задачі
- 4.3. Статистична і економічна оцінка моделі
- 4.4. Економічна інтерпретація робочого рівняння і його застосування в практичних розрахунках

Тема 5. Комп'ютерні технології вирішення задач за допомогою статистичних та економіко-математичних методів

- 5.1. Прогнозування методом ковзного середнього.
- 5.2. Побудування прогнозів за допомогою функції „ТЕНДЕНЦІЯ”
- 5.3. Побудування нелінійних прогнозів за допомогою функції „РОСТ”
- 5.4. Побудування прогнозів на підставі трендового аналізу
- 5.5. Багатофакторний кореляційно-регресійний аналіз
- 5.6. Використання процедури „ПОШУК РІШЕНЬ” пакету MS Excel для розв’язання оптимізаційних задач

Тема 6. Балансові моделі в економіці та управлінні

- 6.1. Основні поняття про балансовий метод.
- 6.2. Принципова схема міжпродуктового балансу.
- 6.3. Економіко-математична модель міжгалузевого балансу. Коефіцієнти прямих та повних матеріальних витрат.
- 6.4. Міжгалузеві балансові моделі в аналізі економічних показників.
- 6.5. Динамічна міжгалузева балансова модель.

4. ЛАБОРАТОРНІ ЗАНЯТТЯ

Лабораторна робота № 1 Основи роботи з процедурою "Пошук рішення" пакету MS Excel

Задача. Розрахувати оптимальне співвідношення посівів пшениці, соняшнику і цукрового буряка, щоб отримати максимальну вартість отриманої продукції.

Порядок виконання роботи

1. Сформувати математичну модель задачі в середовищі MS Excel, так як показано на рисунку нижче.

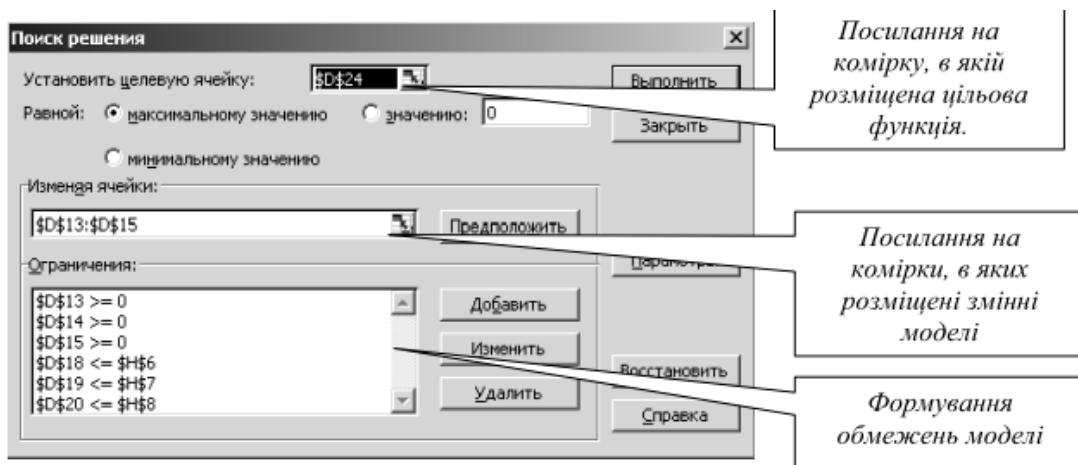
Економіко-математична модель						
№	Змінні обмеження	Одиниця вимірю	Пшениця	Соняшник	Цукровий буряк	Тип обмеження Обсяг обмеження(Bo)
4	Змінні моделі	X1	X2	X3		
5	Одиниця вимірю	га	га	га		
6 1	Площа ріллі	га	1	1	1	\leq 5000,00
7 2	По механізаторам	люд.дн	2,00	8,00	10,00	\leq 20000,00
8 3	По некваліфікованим працівникам	люд.дн	1,00	4,00	5,00	\leq 12000,00
9						
10 20	Вартість товарної продукції	гр.	3000,00	3600,00	12000,00	max
11	Змінні моделі	Значення				
12	Площа пшениці	0				
13	Площа соняшнику	0				
14	Площа цукрового буряку	0				
15						
16	Обмеження моделі	Значення				
17	По площі ріллі	0				
18	По механізаторам	0				
19	По некваліфікованим працівникам	0				
20						
21	Значення цільової функції	Значення				
22	24 Вартість товарної продукції(20)	0				
23						

Перелік котрьо, в яких будуть сформовані значення змінних моделі. Це котрки D13:D15. На початку вирішення задачі значення змінних дорівнюють 0.

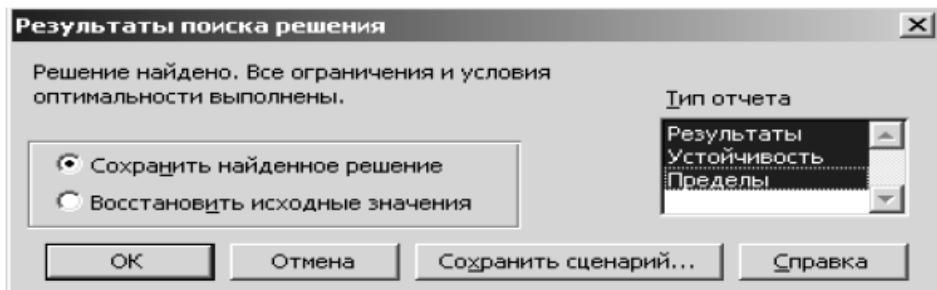
Перелік котрьо, в яких сформовані обмеження моделі. В даному складку в котрку D18 записано спр.:
 $=D6*D$13+E6*D$14+F6*D$15$.
 Відповідні спр. треба записати у котрка D19:D20.

Значення цільової функції, яке єде розраховано після вирішення задачі.
 В даному складку в котрку D24 треба записати спр.:
 $=D10*D$13+E10*D$14+F10*D$15$

2. На підставі вищенаведених матриць заповнити відповідні зони вікна «Пошук рішень».



3. Після формування всіх параметрів моделі виконати розрахунок основних показників. Для цього у вікні настроювання відмітити звіти, які треба сформувати.



В результаті рішення задачі будуть заповнені відповідні комірки, в яких будуть розраховані значення змінних, представлена інформація по виконанню обмежень моделі, а також значення цільової функції.

Економіко-математична модель							
№	Змінні обмеження	Одиниця вимірю	Пшениця	Соняшник	Цукровий буряк	Тип обмеження	Обсяг обмеження(Bo)
3	Змінні моделі		X1	X2	X3		
4			га	га	га		
5	Одниниця						
6	1 Площа ріллі	га	1	1	1	\leq	5000,00
7	2 По механізаторам	люд.дн.	2,00	8,00	10,00	\leq	20000,00
8	3 По некваліфікованим працівникам	люд.дн.	1,00	4,00	5,00	\leq	12000,00
9							
10	Zo Вартість товарної продукції	гр.	3000,00	3600,00	12000,00		max
11							
12	Змінні моделі		Значення				
13	Площа пшениці		3750				
14	Площа соняшнику		0				
15	Площа цукрового буряку		1250				
16							
17	Обмеження моделі		Значення				
18	По площині ріллі		5000				
19	По механізаторам		20000				
20	По некваліфікованим працівникам		10000				
21							
22							
23	Значення цільової функції		Значення				
24	Zo Вартість товарної продукції(Zo)		26250000				
25							

Аналіз результатів. На підставі отриманих результатів можна зробити наступні висновки.

Звіт про результати

Значення цільової функції (вартість товарної продукції) складає 26250000 грн.

Змінні моделі приймають такі значення:

Площа пшениці - 3750 га.

Площа соняшнику - 0 га.

Площа цукрового буряку - 1250 га

Виконання умов обмежень показує на те, що:

Площа ріллі використовується в повній мірі - 5000 га.

Витрати праці механізаторів реалізовані повністю - 20 000 люд. дн.

Витрати праці некваліфікованих працівників недовикористані на 2000 люд.-дн. і складають - 10 000 люд.-дн.

Звіт про стійкість

Нормований градієнт показує на коректність отриманих результатів. Оскільки значення змінної «Площа соняшнику» дорівнює 0, то цей коефіцієнт не має значення.

Множник Лагранжу вказує на те, яке з обмежень найбільш суттєве. В даному випадку це обмеження по використанню праці механізаторів, потім по використанні площи ріллі і на останньому місці по суттєвості стоїть обмеження по використанню праці некваліфікованих робітників.

Звіт по інтервалам змін

Цей звіт вказує на зміну цільової функції залежно від значень, які приймають змінні моделі - нижня та верхня границя.

Лабораторна робота № 2

Задачі оптимального використання потужностей

Задача. На пивзаводі випускається декілька видів пива (табл. 2.1). Задано норму витрат часу на виробництво 1 дал пива кожного виду по провідних відділеннях: варочному, бродильному, лагерному, розливу. Ресурс устаткування заданий у вигляді фонду робочого часу обладнання (годин на місяць).

Потрібно:

- Побудувати модель оптимізації плану пив заводу на місяць в табличному й аналітичному видах за критерієм – максимум випуску пива в натуральному виразі.

- Отримані нерівності перетворити в еквівалентні рівності й побудувати матрицю коефіцієнтів;

- Знайти розв'язок та зробити висновки.

Примітка. Варіант роботи студент отримує у викладача.

Таблиця 2.1

Асортимент		Оптова ціна, грн./дал	Норми витрат часу, год/дал			
			Варниця	Бродильне відділення	Лагерний підваль	Розлив
1	Жигулівське емк.	11,3	0,30	0,40	0,40	0,50
2	Жигулівське пляшкове	16,28	0,36	0,44	0,44	0,51
3	Московське	23,9	0,38	0,61	0,81	0,51
4	Ризьке	2,33	0,37	0,48	0,81	0,51
5	Українське	20,5	0,37	0,61	0,65	0,51
6	Подільське	26,1	0,35	0,60	0,52	0,51
7	Львівське	18,1	0,35	0,50	0,55	0,51
8	Слов'янське	23,1	0,39	0,52	0,54	0,51
варіант:	Ресурс обладнання, год/міс		710	690	680	720
варіант:	Ресурс обладнання, год/міс		705	630	675	710

Обрати обмеження за попитом:

Парні варіанти: I асортимент становить 80% випуску, а II – в 1,5 рази більше, ніж III.

Непарні варіанти: I асортимент користується попитом в 3,7 рази вище, ніж II й III взяті разом, а II – в 2,3 рази більше, ніж III.

Варіанти асортименту

Варіант 1	1	2	3
Варіант 2	4	5	6
Варіант 3	7	8	1
Варіант 4	2	3	4
Варіант 5	5	6	7
Варіант 6	8	1	2

Варіант 7	3	4	5
Варіант 8	6	7	8
Варіант 9	1	5	7
Варіант 10	2	6	8

Приклад виконання лабораторної роботи

Задача. На пивзаводі випускається 3 види пива (табл. 2.1). Задано норму витрат часу на виробництво 1 дал пива кожного виду по провідних відділеннях: варочному, бродильному, лагерному, розливу. Ресурс устаткування заданий у вигляді фонду робочого часу обладнання (годин на місяць). І асортимент користується попитом в 3,7 рази вище, ніж II та III взяті разом, а II – в 2,3 рази більше, ніж III.

Потрібно:

- Побудувати модель оптимізації плану пив заводу на місяць в табличному й аналітичному видах за критерієм – максимум випуску пива в натуральному виразі;
- Отримані нерівності перетворити в еквівалентні рівності й побудувати матрицю коефіцієнтів;
- Знайти розв’язок та зробити висновки.

Похідні дані записуємо в табл. 2.2.

Таблиця 2.2

Асортимент	Оптова ціна, грн./дал	Норми витрат часу, год/дал			
		Варнича	Бродильне відділення	Лагерний підваль	Розлив
1 Жигулівське пляшкове	16,28	0,36	0,44	0,44	0,51
2 Українське	20,5	0,37	0,61	0,65	0,51
3 Подільське	26,1	0,35	0,60	0,52	0,51
Ресурс обладнання, год/міс		705	630	675	710

Функція цілі: $F(X) = x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \max$

Обмеження за обладнанням:

$$0,36x_1 + 0,37x_2 + 0,35x_3 \leq 705$$

$$0,44x_1 + 0,61x_2 + 0,6x_3 \leq 630$$

$$0,44x_1 + 0,65x_2 + 0,52x_3 \leq 675$$

$$0,51x_1 + 0,51x_2 + 0,51x_3 \leq 710$$

Обмеження за попитом:

$$x_1 - 3,7(x_2 + x_3) = 0, \quad x_2 - 2,3x_3 = 0.$$

Обмеження невід’ємності елементів: $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$.

За допомогою отриманих нерівностей та рівнянь побудуємо та запишемо матрицю коефіцієнтів і функцію цілі (табл. 2.3).

Таблиця 2.3

Назва обмежень	Асортимент			Обмеження	
	x_1	x_2	x_3	Знак	Величина
Цільова функція	1	1	1	\rightarrow	max
За обладнанням	0,36	0,37	0,35	\leq	705·3
	0,44	0,61	0,6	\leq	603·3
	0,44	0,65	0,52	\leq	675·3
	0,51	0,51	0,52	\leq	710·3
За попитом	1	-3,7	-3,7	=	0
	0	1	-2,3	=	0
Невід'ємність елементів	1			\geq	0
		1		\geq	0
			1	\geq	0

Висновки.

Максимум випуску продукції – 3084,213 дал досягається при випуску пива «Жигулівське пляшкове» – 2994,806 дал, пива «Українське» – 564,132 дал, пива «Подільське» – 245,275 дал.

«Вузьке місце» на пивзаводі – бродильне відділення (відхилення =0). Це означає, що при максимальному випуску продукції буде використаний весь резерв потужності обладнання бродильного відділення.

Лабораторна робота № 3**Задачі оптимального використання ресурсів**

Задача. Згідно з варіанту завдання з таблиці 3.1 навести перелік з 4-х видів продукції, що складають асортимент пивзаводу.

Потрібно:

1. Побудувати модель оптимального плану підприємства в табличному і аналітичному вигляді.
2. Провести розрахунки на ПК і отримати інформацію по оптимальному асортименту при максимальному використанні всіх видів ресурсів.
3. Виходячи з того, що звичайне планове завдання дорівнює середньому попиту на кожний вид продукції зробити порівняльну таблицю з оптимальним планом і показати вплив оптимізації на основні економічні показники підприємства.

Функція цілі – максимум випуску товарної продукції за наявними ресурсами: $F(X) \rightarrow \text{max}$.

Варіанти асортименту обрати за варіантом з таблиці 3.2.

Таблиця 3.1

№ п/п	Вид продукції	Оптова ціна грн./дал	Собівар тість, грн./дал	Зв'язуючий коєф.	Норма витрат сировини, кг/тис.дал					Попит, тис.дал	
					Солод	Хміль	Січка рисова	Цукор	Борошно ячмінне	мінімум	максимум
1	Оболонь, світле	13,80	10,50	1,13	1352	32,8	0	99,2	201,6	2000	2300
2	Оболонь, оксамит	14,20	11,80	1,20	1365	35,6	0	102,6	275,3	1500	1800
3	Ячмінний колос	11,90	9,90	1,13	1365	31,8	0	55,6	260,9	430	520
4	Наддніпрянське	11,45	10,08	1,11	1280	29,6	0	59,8	248,7	750	680
5	Новомосковське	10,74	9,86	1,13	1265	28,5	0	53,1	233,6	210	250
6	Голосіївське	10,22	9,11	1,13	1212	26,5	0	51,1	214,9	190	250
7	Київське	10,65	9,15	1,00	1150	21,9	188,4	94,1	0	110	150
8	Слов'янське	9,80	8,40	1,00	1189	20,2	266,8	49,8	0	140	200
9	Чернігівське	9,40	8,90	1,00	1123	20,4	173,9	59,3	173,9	50	80
10	Оболонь, фірмове	14,50	12,35	1,25	1601	43,5	0	104,8	328,6	1200	1600

Таблиця 3.2

	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆
Варіант 1	1	2	3	4	5	6
Варіант 2	7	8	9	10	1	2
Варіант 3	3	4	5	6	7	8
Варіант 4	9	10	1	2	3	4
Варіант 5	5	6	7	8	9	10
Варіант 6	2	3	4	5	6	7
Варіант 7	8	9	10	1	2	3
Варіант 8	4	5	6	7	8	9
Варіант 9	10	1	2	3	4	5
Варіант 10	6	7	8	9	10	1

Потужність обладнання обрати за варіантом з таблиці 3.3.

Таблиця 3.3

Варіант 1	4000 тис. дал/рік
Варіант 2	6000 тис. дал/рік
Варіант 3	8000 тис. дал/рік
Варіант 4	10000 тис. дал/рік
Варіант 5	12000 тис. дал/рік
Варіант 6	14000 тис. дал/рік
Варіант 7	16000 тис. дал/рік
Варіант 8	8000 тис. дал/рік
Варіант 9	4000 тис. дал/рік
Варіант 10	6000 тис. дал/рік

Приклад виконання лабораторної роботи

Задача. В таблиці 3.4 наведено перелік з 4-х видів продукції, що складають асортимент пивзаводу.

Потрібно:

- Побудувати модель оптимального плану підприємства в табличному і аналітичному вигляді.
- Провести розрахунки на ПК і отримати інформацію по оптимальному асортименту при максимальному використанню всіх видів ресурсів.
- Зробити порівняльну таблицю з оптимальним планом і показати вплив оптимізації на основні економічні показники підприємства.

Функція цілі – максимум випуску товарної продукції за наявними ресурсами: $F(X) \rightarrow \max$.

Потужність обладнання – 8000 тис. дал/рік.

Таблиця 3.4

№ п/п	Вид продукції	Оптова ціна, у.о./дал	Собівар тість, у.о./дал	Зв'язуючий коефіцієнт за обладнанням	Норма витрат сировини, кг/тис. дал					Попит, тис дал/рік	
					Солод, т/тис.дал	Хміль	Січка рисова	Цукор	Борошно ячмінне	мінімум	макси мум
1	Жигулівське ємкісне	1,44	1,149	1	1,352	21,85	–	54,3	338,1	2000	2300
2	Жигулівське пляшкове пастеризоване	2,94	1,917	1,23	1,383	22,3	–	55,1	345,7	70	90
3	Київське пляшкове	2,9	1,896	1,18	1,601	32,45	188,4	94,1	–	100	400
4	Слав'янське пляшкове	2,84	2,055	1,14	1,586	43,46	266,8	34,3	–	50	150
Ресурси та показники на весь асортимент		4340,2	3303,21	8000	3576,29	61220	73780	148108	754571		

Розв'язання.

1. Базовий випуск продукції: ТП = Оптова ціна $\frac{\min + \max}{2}$

$$\frac{2000 + 2300}{2} = 2150; \quad \frac{70 + 90}{2} = 80; \quad \frac{100 + 400}{2} = 250; \quad \frac{50 + 150}{2} = 100.$$

- 1) $1,44 \cdot 2150 = 3096;$
- 2) $2,94 \cdot 80 = 235,2;$
- 3) $2,9 \cdot 250 = 725;$
- 4) $2,84 \cdot 100 = 284;$

$\Sigma \text{TP} = 4340,2$ (тис. у.о./рік).

2. Питомий прибуток = оптова ціна – с/в

- 1) $1,44 - 1,149 = 0,291;$
- 2) $2,94 - 1,917 = 1,023;$
- 3) $2,90 - 1,896 = 1,004;$
- 4) $2,84 - 2,055 = 0,785;$

Σ питомого прибутку = $0,921 \cdot 2150 + 1,023 \cdot 80 + 1,004 \cdot 250 + 0,785 \cdot 100 = 1036,99$ (тис. грн./рік).

3. Собівартість:

- 1) $1,149 \cdot 2150 = 2470,35;$
- 2) $1,917 \cdot 80 = 153,36;$
- 3) $1,896 \cdot 250 = 474;$
- 4) $2,055 \cdot 100 = 205,5;$

$\Sigma \text{с/в} = 3303,21$ (тис. у.о./рік).

4. Запаси за сировиною.

Солод (т):

- 1) $1,352 \cdot 2150 = 2906,8;$
- 2) $1,383 \cdot 80 = 110,64;$
- 3) $1,601 \cdot 250 = 400,25;$
- 4) $1,586 \cdot 100 = 158,6;$

Загальний запас по солоду = 3576,29 (т).

Хміль (т):

- 1) $21,85 \cdot 2150 = 46977,5;$
- 2) $22,3 \cdot 80 = 1784;$
- 3) $32,45 \cdot 250 = 81125;$
- 4) $43,46 \cdot 100 = 4346;$

Загальний запас хмелю = 61220 (т).

Січка (т):

- 3) $188,4 \cdot 250 = 47100;$
- 4) $266,8 \cdot 100 = 26680;$

Загальний запас січки = 73780 (т).

Цукор (т):

- 1) $54,3 \cdot 2150 = 116745;$
- 2) $55,1 \cdot 80 = 4408;$
- 3) $94,1 \cdot 250 = 23545;$
- 4) $34,3 \cdot 100 = 3430;$

Загальний запас по цукру = 148108 (т).

Борошно (т):

1) $338,1 \cdot 2150 = 726915;$

2) $345,7 \cdot 80 = 27656;$

Загальний запас борошна = 754571 (т).

Функція цілі – максимум випуску товарної продукції за наявними ресурсами: $F(X) = 1,44x_1 + 2,94x_2 + 2,9x_3 + 2,84x_4 \rightarrow \max$

Обмеження:

1. За продуктивністю обладнання: $x_1 + 1,23x_2 + 1,18x_3 + 1,14x_4 \leq 8000$

2. За питомим прибутком:

$0,291x_1 + 1,023x_2 + 1,004x_3 + 0,785x_4 \geq 1036,99$

3. За собівартістю продукції:

$1,149x_1 + 1,917x_2 + 1,896x_3 + 2,055x_4 \leq 3303,21$

4. За сировиною:

a) по солоду: $1,352x_1 + 1,383x_2 + 1,601x_3 + 1,586x_4 \leq 3578,29$

б) по хмелю: $21,85x_1 + 22,3x_2 + 32,45x_3 + 43,46x_4 \leq 61220$

в) по січці: $188,4x_3 + 266,8x_4 \leq 73780$

г) по цукру: $54,3x_1 + 55,1x_2 + 94,1x_3 + 34,3x_4 \leq 148108$

д) по борошну: $338,1x_1 + 345,7x_2 \leq 754571$

5. За попитом:

$2000 \leq x_1 \leq 2300; 70 \leq x_2 \leq 90; 100 \leq x_3 \leq 400; 50 \leq x_4 \leq 150$

На базі аналітичної форми складаємо матрицю коефіцієнтів і функцію цілі (табл. 3.5).

Таблиця 3.5

Цільова функція та обмеження	x_1	x_2	x_3	x_4	Обмеження	
					Знак	Величина
Цільова функція	1,44	2,94	2,9	2,84	$\rightarrow \max$	
Обмеження:						
1. За обладнанням	1	1,23	1,18	1,14	\leq	8000
2. За питомим прибутком	0,291	1,023	1,004	0,785	\geq	1036,99
3. За собівартістю	1,149	1,917	1,896	2,055	\leq	3303,21
4. За сировиною:						
по солоду	1,352	1,383	1,601	1,586	\leq	3578,29
по хмелю	21,85	22,3	32,45	43,46	\leq	61220
по січці	0	0	188,4	266,8	\leq	73780
по цукру	54,3	55,1	94,1	34,3	\leq	148108
по борошну	338,1	345,7	0	0	\leq	754571
5. За попитом:						
Жигулівське ємкісне	1				\geq	2000
	1				\leq	2300
Жигулівське пляшкове пастеризоване		1			\geq	70
		1			\leq	90
Київське пляшкове			1		\geq	100
			1		\leq	400
Слов'янське пляшкове				1	\geq	50
				1	\leq	150

Зведена таблиця результатів моделювання оптимальної виробничої програми – табл. 3.6.

Таблиця 3.6

Показники	Одиниці виміру	До оптимізації	Після оптимізації	Відхилення	
				Абс. (+) зб. (-) зм.	%
1. Випуск всього	тис. дал	2580	2572,638	-7,362	-0,29
в т.ч. Жигулівське ємкісне	-“-	2150	2130,503	-19,497	-0,91
Жигулівське пляшкове пастеризоване	-“-	80	90	10	12,50
Київське пляшкове	-“-	250	257,265	7,265	2,91
Слов'янське пляшкове	-“-	100	94,87	-5,13	-5,13
2. Товарна продукція	тис. у.о.	4340,2	4348,023	7,823	0,18
3. За собівартістю	тис. у.о.	3303,21	3303,21	0	0
4. Потреби в сировині:					
по солоду	т	3578,29	3567,25	-11,04	-0,31
по хмелю	кг	61220	61029,78	-190,22	-0,31
по сіцці	кг	73780	73780	0	0
по цукру	кг	148108	148108	0	0
по борошну	кг	754571	751436,06	-3134,94	-0,42
5. Прибуток від реалізації	тис.у.о.	1036,99	1044,813	7,823	0,75
6. Витрати на 1 грн. товарної продукції	грн./грн.	0,76	0,75970	-0,00137	-0,18
7. Рентабельність	%	31,39	31,63	0,24	–

Висновки.

За результатами оптимізації виробничої програми оптимальне використання ресурсів досягається за умови зменшення випуску продукції в натуральному вигляді на 7,362 тис. дал за рахунок зменшення випуску пива Жигулівського ємкісного на 19,497 тис. дал та Слов'янського пляшкового на 5,15 тис. дал, а також збільшення випуску пива Жигулівське пляшкове пастеризоване на 10 тис. дал та Київського пляшкового на 7,265 тис. дал. При цьому товарна продукція збільшиться на 7,823 тис. у.о. (на 0,18%). В результаті оптимального використання сировини зменшаться витрати солоду на 11,04 т (0,31%), хмелю на 190,22 кг (0,31%), а також борошна на 3134,94 кг (0,42%). Прибуток від реалізації пива збільшиться на 7,823 тис. у.о. (на 0,75%). Витрати на 1 грн. товарної продукції зменшаться на 0,18%. Рентабельність збільшиться на 0,24 п.п.

Лабораторна робота № 4

Розрахунок оптимальної виробничої програми цеху

Задача. У карамельному цеху випускають декілька видів продукції (табл. 4.1). Продуктивність ліній визначається по варочному апарату. Кількість варильних апаратів – 2.

Задано: оптова ціна, собівартість продукції і попит, річна продуктивність апаратів по карамелі.(табл. 4.1, 4.2).

Таблиця 4.1.

Вихідні дані для побудови робочої моделі

Показники	Один. виміру	Вид карамелі								
		Апельсин	Фрукт.-ягідний дисерт	Десертна	Яблуко	Абрикос	Вікторія	Слива	Лимон	Малина
1. Оптимальний випуск продукції	т	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	X ₉
2. Базовий випуск	т	73,1	90,17	70,4	87,2	82,03	90,1	89,1	82,1	84,3
3. Оптова ціна 1 т	грн.	1958,33	2546,26	2175	2175	2100	2166,67	1815	2178	2136
4. Собівартість 1 т	грн.	1680	2121,89	1591,79	1828,3	1700	1600	1570	1836,6	1945,63

Таблиця 4.2.

Потреба у сировині, кг/т карамелі

Потрібно:

1. Розрахувати обсяг ресурсів на свій асортимент (табл. 4.2).
 2. Побудувати модель оптимального річного плану підприємства у загальному вигляді по критерію оптимізації – **максимальний прибуток**.
 3. За допомогою отриманих нерівностей чи рівнянь побудувати та записати матрицю коефіцієнтів і функцію цілі.
 4. Вирішити задачу за допомогою табличного процесора Microsoft Excel.
 5. Заповнити вихідну таблицю та дати економічний аналіз.
- Згідно варіанту завдання обрати продуктивність ліній з таблиці 4.3. Обрати обмеження за попитом з таблиці 4.4.

Таблиця 4.3

	Продуктивність ліній (т/рік)	
	Лінія 1	Лінія 2
Варіант 1	1075	1075
Варіант 2	1075	1000
Варіант 3	1000	800
Варіант 4	800	2150
Варіант 5	1075	800
Варіант 6	1075	2150
Варіант 7	1000	2150
Варіант 8	800	1075
Варіант 9	800	1075
Варіант 10	2150	1000

Таблиця 4.4.

	Обмеження за попитом (т/рік)								
	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	X ₉
max	89	110	80	99	102	99	104	105	114
min	59	71	51	80	67	74	66	67	72

Парні варіанти:

max	89	110	80	99	102	99	104	105	114
min	59	71	51	80	67	74	66	67	72

Непарні варіанти:

max	107	132	96	119	122	119	125	126	137
min	89	110	80	99	102	99	104	105	114

Приклад виконання лабораторної роботи**Послідовність розв'язування задачі «Оптимізація виробничої програми карамельного цеху»**

Однією з основних задач планування виробництва є розрахунок оптимального плану випуску продукції з урахуванням основних факторів, які впливають на його обсяг. Вирішення оптимізаційної задачі розподіляється на три етапи: побудування економіко-математичної моделі; знаходження оптимального розв'язку задачі; аналіз результатів розв'язку.

Асортиментні задачі на кондитерських фабриках являють собою групу задач, в яких визначають виробничу програму фабрики з урахуванням впливу на підприємства внутрішніх факторів (можливостей обладнання, лімітів сировини, трудових чинників) та деяких зовнішніх вимог (за товарною продукцією в цілому чи окремими її асортиментними групами та видами, середньою ціною асортименту, який випускається).

В задачі необхідно оптимізувати виробничу програму підприємства за критерієм максимального прибутку від реалізації продукції; відповідно мова піде про підвищення рентабельності виробництва та зниження собівартості.

Для побудування абстрактної економіко-математичної моделі асортиментної задачі введемо слідуючи умовні позначення:

j – індекс виду продукції, що випускається;

$j = 1, 2, \dots, n$ – кількість видів продукції, що випускається;

x_j – оптимальний випуск продукції j -того виду;

i – індекс виду ведучого обладнання;

$i = 1, 2, \dots, m$ – кількість одиниць ведучого обладнання;

a_{ij} – зв'язуючий коефіцієнт обмеження за обладнанням, що визначає норму витрат часу роботи обладнання i -го виду на випуск одиниці продукції j -го виду;

A_i – потужність обладнання i -го виду за плановий період (рік);

B – собівартість продукції звітного чи планового року;

B_j – питома собівартість j -го виду продукції;

D'_j , D_j – границя попиту на продукцію j -го виду, відповідно верхня і нижня;

P_j – питомий прибуток від реалізації одиниці продукції j -го виду;

S_j – оптово-відпускна ціна одиниці продукції j -го виду (діюча);

S – вартість порівняльної товарної продукції звітного чи планового року.

Цільова функція має наступний вигляд:

$$F(x) = \sum_{j=1}^n P_j x_j \rightarrow \max.$$

При обмеженнях:

1. За ведучим обладнанням:

$$\sum_{i=1}^n a_{ij} x_j \leq A_i; \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

2. За випуском товарної продукції:

$$\sum_{j=1}^n S_j x_j \geq S; \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

3. За попитом на окремі види продукції:

$$x_j \leq D'_j, \quad j = 1, 2, \dots, n,$$

$$x_j \leq D_j, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

4. За собівартістю продукції:

$$\sum_{j=1}^n B_j x_j \leq B_j; \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

5. Умова невід'ємності змінних:

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

Робоча модель задачі

Вихідні дані для побудування робочої моделі маємо в таблиці 4.5. Грошові витрати на сировину для виробництва асортиментів карамелі маємо в таблиці 4.6. Річна продуктивність ліній в таблиці 4.7.

1. Цільова функція – отримати максимальний прибуток від випуску карамелі при визначених обмеженнях за продуктивністю обладнання, собівартості, попиту, загальному випуску.

$$\begin{aligned} F(x) = & 278,33x_1 + 424,37x_2 + 583,21x_3 + 346,7x_4 + \\ & + 400x_5 + 566,67x_6 + 245x_7 + 341,4x_8 + 190,37x_9 \rightarrow \max \end{aligned}$$

2. Обмеження:

1) За ведучим обладнанням:

$$A_1 = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 \leq 4230$$

2) За випуском товарної продукції:

$$\begin{aligned} A_2 = & 1958,33x_1 + 2546,26x_2 + 2175x_3 + 2175x_4 + 2100x_5 + 2166,7x_6 + \\ & + 1815x_7 + 2178x_8 + 2136x_9 \geq 1603605,25 \end{aligned}$$

3) За собівартістю продукції:

$$\begin{aligned} A_3 = & 1680x_1 + 2121,89x_2 + 1591,79x_3 + 1828,3x_4 + 1700x_5 + 1600x_6 + \\ & + 1570x_7 + 2178x_8 + 2136x_9 \leq 1323928,07 \end{aligned}$$

4) За максимальним та мінімальним попитом:

$A_4 = x_1 \leq 89$	$A_5 = x_1 \geq 59$
$A_6 = x_2 \leq 110$	$A_7 = x_2 \geq 71$
$A_8 = x_3 \leq 80$	$A_9 = x_3 \geq 51$
$A_{10} = x_4 \leq 99$	$A_{11} = x_4 \geq 80$
$A_{12} = x_5 \leq 102$	$A_{13} = x_5 \geq 67$
$A_{14} = x_6 \leq 67$	$A_{15} = x_6 \geq 74$
$A_{16} = x_7 \leq 104$	$A_{17} = x_7 \geq 66$
$A_{18} = x_8 \leq 105$	$A_{19} = x_8 \geq 67$
$A_{20} = x_9 \leq 114$	$A_{21} = x_9 \geq 72$

5) За випуском продукції:

$$A_{22} = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 \geq 748,5$$

6) За фінансовим можливостями:

$$\begin{aligned} A_{23} = & 831,63x_1 + 851,75x_2 + 860,27x_3 + 868,17x_4 + 890,02x_5 + \\ & + 847,93x_6 + 890,05x_7 + 836,76x_8 + 830,88x_9 \leq 641314,28 \end{aligned}$$

Для реалізації задачі на ПК будуємо робочу матрицю (табл. 4.8), використовуючи вище наведену робочу модель.

Таблиця 4.5

Вихідні дані для побудови робочої моделі

Показники	Один. виміру	Вид карамелі									Напрямок	Всього
		Апельсин	Фрукт.- ягідний десерт	Десертна	Яблуко	Абрикос	Вікторія	Слива	Лимон	Малина		
1. Оптимальний випуск продукції	т	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆	x ₇	x ₈	x ₉		
2. Базовий випуск	т	73,1	90,17	70,4	87,2	82,03	90,1	89,1	82,1	84,3	≥	748,5
3. Оптова ціна	грн.	1958,33	2546,26	2175	2175	2100	2166,67	1815	2178	2136	≥	1603605,25
4. Собівартість 1 т	грн.	1680	2121,89	1591,79	1828,3	1700	1600	1570	1836,6	1945,63	≤	1323928,07
5. Питомий прибуток 1т	грн.	278,33	424,37	583,21	346,7	400	566,67	245	341,4	190,37	→	max
6. Грошові витрати на сировину	тис. грн.	831,63	851,75	860,27	868,17	890,02	847,93	890,05	836,76	830,88	≤	641314,28
7. Попит	max	т/рік	89	110	80	99	102	99	104	105	114	
	min	т/рік	59	71	51	80	67	74	66	67	72	
8. Товарна продукція	тис. грн.	143,15	229,60	153,12	189,66	172,26	195,22	161,72	178,81	180,06	≥	1603,605

Таблиця 4.6

Потреба у сировині, кг/т карамелі

Показники	Вид карамелі									Ціна 1 т сиро-вини, грн.
	Апельсин	Фрукт.- ягідний десерт	Десертна	Яблуко	Абрикос	Вікторія	Слива	Лимон	Малина	
Цукор-пісок	633,72	637,79	640,37	643,31	643,18	645,3	643,18	637,69	615,67	750
Патока в/г	317,82	320,75	322,17	321,66	323,95	324,53	324,14	319,81	309,99	153
Пюре фруктове	153,07	163,65	164,72	165	180,98	165,58	180,98	154,03	161,46	1800
Есенція	0,96	0,95	0,96	0,96	0,96	0	0,96	0,96	0,92	14400
Кислота молочна 40% кр.	6,03	6	6,03	6,04	6,07	6,07	6,07	6,07	5,5	1980
Кислота лимонна	3,06	2	4,02	6,52	3,08	2,02	3,08	3,08	3,3	2100
Вартість сировини на 1 т (тис. грн/т)	831,63	851,75	860,27	868,17	890,02	847,93	890,05	836,76	830,88	—

Таблиця 4.7

Річна продуктивність ліній

Таблиця 4.8

Робоча матриця

Показники	Вид карамелі									Обмеження	
	Апельсин	Фрукт. - ягідн. десерт	Десертна	Яблуко	Абрикос	Вікторія	Слива	Лимон	Малина	знак	величина
	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	X ₉		
Функція цілі	278,33	424,37	583,21	346,7	400	566,67	245	341,4	190,37	→	max

Обмеження:

1	За обладнанням	1	1	1	1	1	1	1	1	≤	4230
2	Товарна продукція	1958,33	2546,26	2175	2175	2100	2166,7	1815	2178	2136	≥ 1603605,25
3	Собівартість	1680	2121,89	1591,79	1828,3	1700	1600	1570	1836,6	1945,6	≤ 1323928,07
4	За попитом	1								≤	89
5		1								≥	59
6			1							≤	110
7				1						≥	71
8					1					≤	80
9					1					≥	51

Продовження таблиці 4.8

		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	знак	величина
10					1						\leq	99
11					1						\geq	80
12						1					\leq	102
13						1					\geq	67
14							1				\leq	99
15							1				\geq	74
16								1			\leq	104
17								1			\geq	66
18									1		\leq	105
19									1		\geq	67
20										1	\leq	114
21										1	\geq	72
22	Випуск продукції	1	1	1	1	1	1	1	1	1	\geq	748,5
23	За фінансовими можливостями	831,63	851,75	860,27	868,17	890,02	847,93	890,05	836,76	830,88	\leq	641314,28

Послідовність розв'язування задачі «Оптимізація виробничої програми карамельного цеху» за допомогою табличного процесора Microsoft Excel.

I.

1. Створюємо таблиці похідних даних (рис. 4.4) де розраховуємо питомий прибуток, товарну продукцію, потребу і вартість сировини.

The screenshot shows an Excel spreadsheet with three tables:

- Table 1: Вихідні дані для побудови робочої моделі** (Rows 5-14). It has columns for Показники (Apelsin, Frucht-agidnii diserpt, Deserptna, Yabluko, Abricos, Viktoriia, Sliiva, Limon, Malina), and a column for Всього. Row 14 is the total row.
- Table 2: Потрібна у сировині кг/т карамелі** (Rows 19-25). It has columns for Показники (Frucht-agidnii diserpt, Deserptna, Yabluko, Abricos, Viktoriia, Sliiva, Limon, Malina), and a column for Ціна 1 т сировини, грн.
- Table 3: Річна продуктивність ліній** (Row 28). It has columns for Показники (Apelsin, Frucht-agidnii diserpt, Deserptna, Yabluko, Abricos, Viktoriia, Sliiva, Limon, Malina), and a column for Річна потужність, т.

The formula bar at the top shows: M9 =СУММПРОІЗВ(D\$6:L\$6;D9:L9)

Рис. 4.4

Розраховуємо за формулами питомий прибуток 1 т продукції, товарну продукцію. Грошові витрати на сировину розраховуємо в таблиці 2 і робимо посилення з **таблиці 1** на підсумковий рядок **таблиці 2**.

2. Запишемо задачу лінійного програмування в аналітичному вигляді:

$$F(x) = 278,33x_1 + 424,37x_2 + 583,21x_3 + 346,7x_4 + 400x_5 + 566,67x_6 + 245x_7 + 341,4x_8 + 190,37x_9 \rightarrow \max \quad (4.1)$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 \leq 4230, \quad (4.2)$$

$$143,15x_1 + 229,60 + 153,12x_3 + 189,66x_4 + 172,26x_5 + 195,22x_6 + 161,72x_7 + 178,81x_8 + 180,06x_9 \geq 1603,605, \quad (4.3)$$

$$1680x_1 + 2121,89x_2 + 1591,79x_3 + 1828,3x_4 + 1700x_5 + 1600x_6 + 1570x_7 + 2178x_8 + 2136x_9 \leq 1323928,07, \quad (4.4)$$

$$x_1 \leq 89; \quad x_1 \geq 59;$$

$$x_2 \leq 110; \quad x_2 \geq 71;$$

$$x_3 \leq 80; \quad x_3 \geq 51;$$

$$x_4 \leq 99; \quad x_4 \geq 80;$$

$$x_5 \leq 102; \quad x_5 \geq 67;$$

$$x_6 \leq 67; \quad x_6 \geq 74;$$

$$x_7 \leq 104; \quad x_7 \geq 66;$$

$$x_8 \leq 105; \quad x_8 \geq 67;$$

$$x_9 \leq 114; \quad x_9 \geq 72. \quad (4.5)$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 \geq 748,5, \quad (4.6)$$

$$831,63x_1 + 851,75x_2 + 860,27x_3 + 868,17x_4 + 890,02x_5 + \\ + 847,93x_6 + 890,05x_7 + 836,76x_8 + 830,88x_9 \leq 641314,28 \quad (4.7)$$

3. Для рішення задачі на аркуші **Microsoft Excel** створюємо «Базовий варіант» (рис. 4.5).

Таблиця 1 Вихідні дані для побудови робочої моделі													
Показники	Один.вим.	Вид карамелі									Всього	Направок	Базовий варіант
		Апельсин	Фрукт.-агднний десерт	Десертина	Яблуко	Абрикос	Вікторія	Слива	Лимон	Малина			
1.Шуканий випуск продукції	т	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9			
2.Базовий випуск	т	73,1	90,17	70,4	87,2	82,03	90,1	89,1	82,1	84,3	748,5	≥	748,5
3.Оптова ціна	грн.	1958,33	2546,26	2175	2175	2100	2166,67	1815	2178	2136	1603605,25		1603605,25
4. Собівартість 1 т	грн.	1680	2121,89	1591,79	1828,3	1700	1600	1570	1836,6	1945,63	1323928,07	≤	1323928,07
5.Питомий прибуток 1 т	грн.	278,33	424,37	583,21	346,7	400	566,67	245	341,4	190,37	279677,19		279677,19
6.Грошові витрати на сировину	тис.грн.	831,63	851,75	860,27	868,17	890,02	847,93	890,05	836,76	830,88	641314,28	≤	641314,28
7.Попит													
max	t/рік	89	110	80	99	102	99	104	105	114			
min	t/рік	59	71	51	80	67	74	66	67	72			
Товарна продукція	тис.грн.	143,154	229,596	153,12	189,66	172,263	195,217	161,717	178,814	180,065	1603,61	≥	1603,61
Річна продуктивність ліній													
		Апельсин	Фрукт.-агднний десерт	Десертина	Яблуко	Абрикос	Вікторія	Слива	Лимон	Малина	Річна потужність, т	Направок	Базовий варіант
Лінія 1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	748,5	/\	4230

Рис. 4.5

В комірки електронних таблиць заносимо вихідні дані: базовий випуск, оптову ціну, максимальний та мінімальний попит.

Цільова функція (4.1) і обмеження (4.2 – 4.7) у вигляді формул заносяться у комірки колонки «Всього» (рис. 4.6, 4.7 та 4.8).

В останню колонку за допомогою «Спеціальної вставки» вставляємо копію колонки «Всього» для аналізу результатів розрахунку.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	Таблица 1														
2	Вихідні дані														
4	Показники	оди. вн.	Вид карамелі										Всього	Наряд	Базовий варіант
			Аельст	Фрут.-ягд. десерт	Десерта	Яблуко	Абрикос	Віторі	Сіва	Лимон	Малина				
5	1.Шуканий випуск продукції	т	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9				
6	2.Базовий випуск	т	73,1	90,17	70,4	87,2	82,03	90,1	89,1	82,1	84,3	=СУММ(D7:L7)	>=	748,5	
7	3.Оптова ціна	грн.	1958,33	2546,26	2175	2175	2100	2166,67	1815	2178	2136	=СУММПРОИЗВ(D\$7:L\$7:D8:L8)		1603605,25	
8	4. Собівартість 1 т	грн.	1680	2121,89	1591,79	1828,3	1700	1600	1570	1836,6	1945,63	=СУММПРОИЗВ(D\$7:L\$7:D9:L9)	<=	1323928,06	
9	5.Питомий прибуток 1 т	грн.	=D8-D9	=E8-E9	=F8-F9	=G8-G9	=H8-H9	=I8-I9	=J8-J9	=K8-K9	=L8-L9	=СУММПРОИЗВ(D\$7:L\$7:D10:L10)		279677,187	
10	6.Грошові витрати на сировину	тис.грн.	=D25	=E25	=F25	=G25	=H25	=I25	=J25	=K25	=L25	=СУММПРОИЗВ(D\$7:L\$7:D11:L11)	<=	641314,278	
11	7.Попит														
12	max	т/рік	89	110	80	99	102	99	104	105	114				
13	min	т/рік	59	71	51	80	67	74	66	67	72				
14	Товарна продукція	тис.грн.	=D8*D7/1000	=E8*E7/1000	=F8*F7/1000	=G8*G7/1000	=H8*H7/1000	=I8*I7/1000	=J8*J7/1000	=K8*K7/1000	=L8*L7/1000	=СУММ(\$D\$15:\$L\$15)	>=	1603,60525	

Рис. 4.6 Вихідні дані для побудови робочої моделі (формули розрахунку)

Потреба у сировині, кг/т карамелі					
	B	C	D	E	F
16	Таблиця 2	Потреба у сировині, кг/т карамелі			
17	Показники				
18					
19	Цукор-пісок	Апельсин	Фрукт.-ягідний десерт	Десерти	
20	Патока в/г	633,72	637,79	640,37	
21	Пюре фруктове	317,82	320,75	322,17	
22	Есенція	153,07	163,65	164,72	
23	Кислота молочна 40% кр.	0,96	0,95	0,96	
24	Кислота лимонна	6,03	6	6,03	
25	Вартість сировини (за 1 т)	3,06	2	4,02	
	тис. грн/т	=СУММПРОИЗВ(D19:D24;\$M\$21:\$M\$26)/1000	=СУММПРОИЗВ(E19:E24;\$M\$21:\$M\$26)/1000	=СУММПРОИЗВ(F19:F24;\$M\$21:\$M\$26)/1000	=

Потреба у сировині, кг/т карамелі					
	G	H	I	J	
16					
17					
18	Яблуко	Абрикос	Вікторія	Сливи	
19	643,31	643,18	645,3	643,18	
20	321,66	323,95	324,53	324,14	
21	165	180,98	165,58	180,98	
22	0,96	0,96	0	0,96	
23	6,04	6,07	6,07	6,07	
24	6,52	3,08	2,02	3,08	
25	=СУММПРОИЗВ(G19:G24;\$M\$21:\$M\$26)/1000	=СУММПРОИЗВ(H19:H24;\$M\$21:\$M\$26)/1000	=СУММПРОИЗВ(I19:I24;\$M\$21:\$M\$26)/1000	=СУММПРОИЗВ(J19:J24;\$M\$21:\$M\$26)/1000	=

Потреба у сировині, кг/т карамелі					
	K	L	M	N	
16					
17					
18	Лимон	Маніока	Ціна 1 т сировини, грн.		
19	637,69	615,67	750		
20	319,81	309,99	153		
21	154,03	161,46	1800		
22	0,96	0,92	14400		
23	6,07	5,5	1980		
24	3,08	3,3	2100		
25	=СУММПРОИЗВ(K19:K24;\$M\$21:\$M\$26)/1000	=СУММПРОИЗВ(L19:L24;\$M\$21:\$M\$26)/1000	-		

Рис. 4.7 Потреба у сировині, кг/т карамелі (формули розрахунку)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
28		Таблиця 3	Річна продуктивність ліній												
29				Ательє	Фрукт-ягідні десерти	Десерти	Яблуко	Абрикос	Віторія	Сливи	Лімон	Манта	Річна продуктивність		
30	Лінія 1			1	1	1	1	1	1	1	1	1	=СУММПРОИЗВ(D30:L30;D7:L7)	<=	4230
31															
32															
33															
34															

Рис. 4.8. Річна продуктивність ліній (формули розрахунку)

II.

Після введення формул всіх обмежень і цільової функції для розв'язання задачі лінійного програмування за допомогою табличного процесора Microsoft Excel потрібно виконати такі дії:

- Створити новий лист – «Оптимізація» і скопіювати в нього лист «Базовий варіант».

Можна створити лист «Оптимізація» за допомогою наступної операції: відкрити лист «Базовий варіант», нажати кнопку **Ctrl** і мишкою потягнути за лист вправо й відпустити спочатку клавішу миші, а потім кнопку **Ctrl**. Одержано новий лист із назвою **«Базовий варіант (2)»**, змінимо назву на **«Оптимізація»**.

На листі «Оптимізація» проведемо обчислення для завдання.

- В головному меню виберіть пункт **«Сервис»**, далі – **«Поиск решения»** (рис. 4.9).

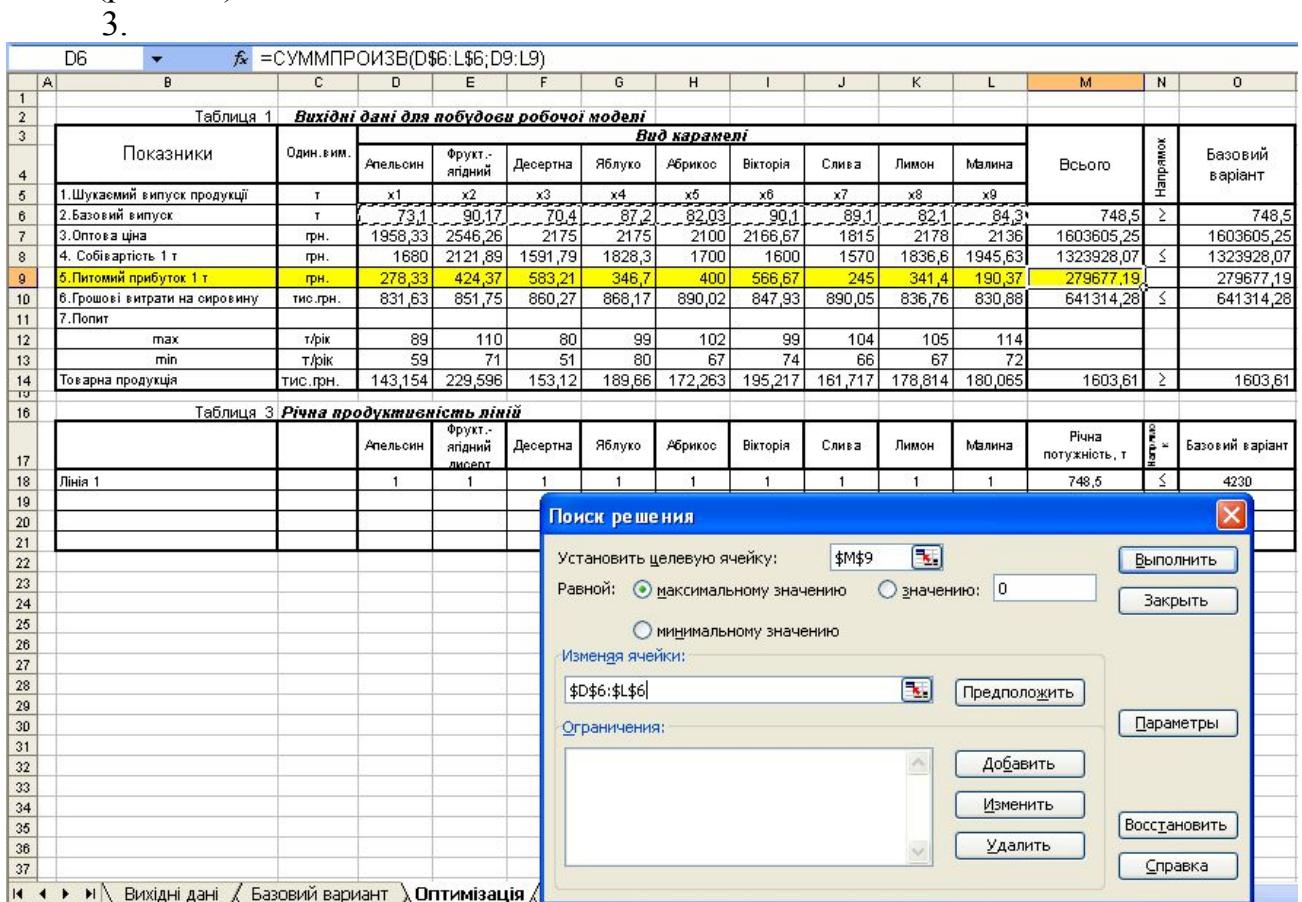


Рис. 4.9

- У поле **«Установить целевую ячейку»** введіть адресу або ім'я комірки, в якій знаходиться формула функції, що досліджується на екстремум. В нашому випадку ввести **\$M\$9**.

Щоб максимізувати значення цільової комірки шляхом зміни значень комірок невідомих змінних, які необхідно знайти встановіть перемикач **«Равной»** у положення **максимальному значенню (Max)**.

Щоб мінімізувати значення цільової комірки шляхом зміни значень комірок невідомих змінних, встановіть перемикач у положення **мінімальному значенню (Min)**.

Щоб знайти значення в цільовій комірці, яке дорівнює деякому числу

шляхом зміни значень комірок невідомих змінних, встановіть перемикач у положення «**значенню**» і введіть у відповідне поле необхідне число.

В нашому випадку встановлюємо перемикач у положення **максимальному значенню (Max)**.

4. У поле «**Изменяя ячейки**» введіть імена чи адреси комірок шуканих невідомих змінних, розділяючи їх комами або за допомогою мишко вказати необхідні комірки. Допускається встановлення до 200 змінюваних комірок. В нашому випадку введемо **\$D\$6:\$L\$6**. Щоб автоматично знайти всі комірки, що впливають на цільову функцію, натисніть кнопку «**Предположить**».

5. У поле «**Ограничения**» введіть всі обмеження, що накладаються на пошук розв'язку. Для цього натисніть кнопку «**Добавить**». Відкриється вікно «**Добавление ограничения**» (рис. 4.10).

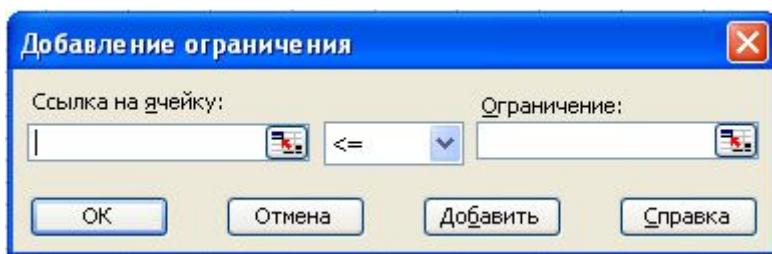


Рис. 4.10

У поле «**Ссылка на ячейку**» ввести комірку чи діапазон, на значення яких необхідно накласти обмеження. Поле «**Ограничение**» служить для завдання умови, що накладається на значення комірки чи діапазону, зазначеного в полі «**Ссылка на ячейку**». Виберіть необхідний умовний оператор ($<=$, $=$, $>=$, цел або двоич) (рис. 4.11).

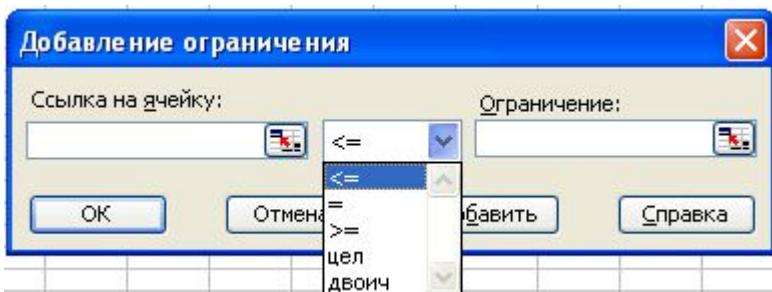


Рис. 4.11

Введіть обмеження – число, формулу, посилання на чи осередок діапазон – у поле праворуч від списку, що розкривається. Натисніть на кнопку «**Добавить**», щоб, не повертаючись у вікно діалогу «**Параметри пошука решения**», накласти нову умову на пошук розв'язку задачі. В нашому випадку потрібно ввести (рис. 4.12):

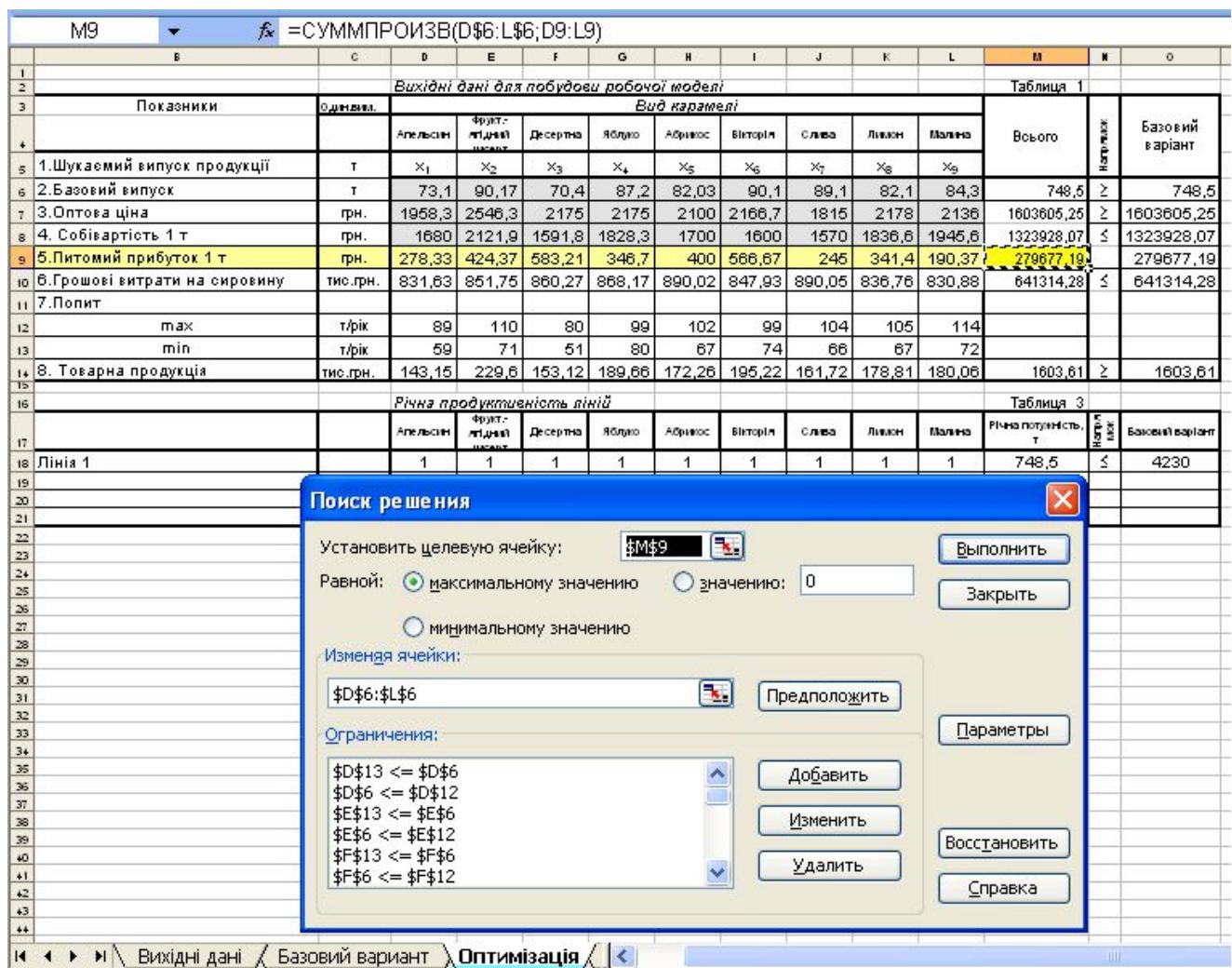


Рис. 4.12

6. Натисніть кнопку «Выполнить».

7. В результаті виконання програми повинно з'явитися повідомлення про коректність моделі і правильності розрахунків.

За допомогою цього діалогового вікна можна викликати звіти трьох типів: «Результаты», «Устойчивость», «Пределы» (рис. 4.13).

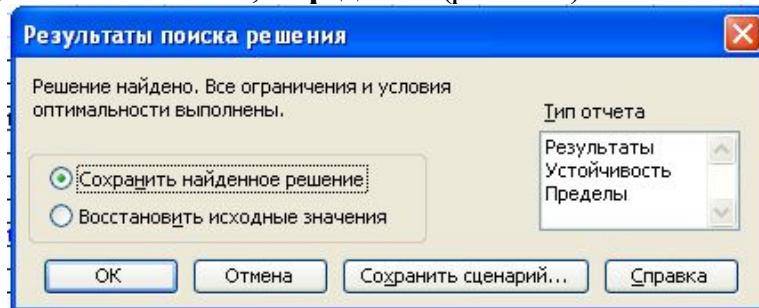


Рис. 4.13

8. Щоб зберегти знайдений розв'язок, встановіть перемикач у діалоговому вікні «Результаты поиска решения» в положення «Сохранить найденное решение».

9. Отже, оптимальний розв'язок лінійної задачі програмування має вигляд:

$$x_1=59; x_2=89,87; x_3=80; x_4=80; x_5=100,65; x_6=99; \\ x_7=66; x_8=101,98; x_9=72; F(x)_{\max} = 290005,44.$$

10. Більш детальну інформацію по результатам оптимізації дозволяють отримати звіт по результатам, звіт по стійкості, звіт по границям.

Звіт за результатами

Звіт складається із трьох таблиць (рис. 4.14):

Таблиця 1 наводить відомості про цільову функцію.

У колонці «**Исходно**» наведені значення цільової функції до початку обчислень.

Таблиця 2 наводить значення шуканих змінних, отриманих в результаті рішення задачі.

Таблиця 3 показує результати оптимального рішення для обмежень і для граничних умов.

Microsoft Excel 11.0 Отчет по результатам						
A	B	C	D	E	F	G
1	Microsoft Excel 11.0 Отчет по результатам					
2	Рабочий лист: [Оптимізація_карамель.xls]Оптимізація					
3	Отчет создан: 17.05.2007 19:07:35					
6	Целевая ячейка (Максимум)					
7	Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат		
8	\$M\$9	грн. Всього	279677,19	290005,44		
11	Изменяемые ячейки					
12	Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат		
13	\$D\$6	т x1	73,1	59		
14	\$E\$6	т x2	90,17	89,87000085		
15	\$F\$6	т x3	70,4	80		
16	\$G\$6	т x4	87,2	80		
17	\$H\$6	т x5	82,03	100,651583		
18	\$I\$6	т x6	90,1	99		
19	\$J\$6	т x7	89,1	66		
20	\$K\$6	т x8	82,1	101,9784161		
21	\$L\$6	т x9	84,3	72		
24	Ограничения					
25	Ячейка	Имя	Значение	Формула	Статус	Разница
26	\$M\$6	т Всього	748,5	\$M\$6>=\$D\$6	связанное	0
27	\$M\$8	грн. Всього	1323928,07	\$M\$8<=\$D\$8	связанное	0
28	\$M\$10	тис.грн. Всього	641314,28	\$M\$10<=\$D\$10 связанное	связанное	0
29	\$M\$14	тис.грн. Всього	1613,93	\$M\$14>=\$D\$14 не связан	10,33	
30	\$M\$18	Лінія 1 Річна потужність.	748,5	\$M\$18<=\$D\$18 не связан	3481,5	
31	\$D\$13	т/рік x1	59	\$D\$13<=\$D\$6	связанное	0
32	\$E\$13	т/рік x2	71	\$E\$13<=\$E\$6	не связан	18,8700009
33	\$F\$13	т/рік x3	51	\$F\$13<=\$F\$6	не связан	29
34	\$G\$13	т/рік x4	80	\$G\$13<=\$G\$6	связанное	0
35	\$H\$13	т/рік x5	67	\$H\$13<=\$H\$6	не связан	33,651583
36	\$I\$13	т/рік x6	74	\$I\$13<=\$I\$6	не связан	25
37	\$J\$13	т/рік x7	66	\$J\$13<=\$J\$6	связанное	0
38	\$K\$13	т/рік x8	67	\$K\$13<=\$K\$6	не связан	34,9784161
39	\$L\$13	т/рік x9	72	\$L\$13<=\$L\$6	связанное	0
40	\$D\$6	т x1	59	\$D\$6<=\$D\$12	не связан	30
41	\$E\$6	т x2	89,87000085	\$E\$6<=\$E\$12	не связан	20,1299991
42	\$F\$6	т x3	80	\$F\$6<=\$F\$12	связанное	0
43	\$G\$6	т x4	80	\$G\$6<=\$G\$12	не связан	19
44	\$H\$6	т x5	100,651583	\$H\$6<=\$H\$12	не связан	1,34841695
45	\$I\$6	т x6	99	\$I\$6<=\$I\$12	связанное	0
46	\$J\$6	т x7	66	\$J\$6<=\$J\$12	не связан	38
47	\$K\$6	т x8	101,9784161	\$K\$6<=\$K\$12	не связан	3,0215839
48	\$L\$6	т x9	72	\$L\$6<=\$L\$12	не связан	42

Рис. 4.14

Для **Обмежень** у графі «**Формула**» наведені залежності, які були введені в діалогове вікно «**Поиск решения**»; у графі «**Значение**» наведені величини використаного ресурсу; у графі «**Разница**» показана кількість невикористаного ресурсу. Якщо ресурс використовується повністю, то в графі «**Статус**» вказується «зв'язане»; при неповному використанні ресурсу в цій графі вказується «не зв'язаний».

Для **Граничних умов** приводяться аналогічні величини з тією лише різницею, що замість величини невикористаного ресурсу показана різниця між значенням змінної в знайденому оптимальному рішенні й заданим для неї граничною умовою.

Отже, у звіті по результатам порівнюються базовий і оптимальний обсяги виробництва. Тут вказані коефіцієнти цільової функції загалом до і після оптимізації, а також обмеження. Навпроти кожного обмеження є статус. Якщо статус зв'язаний, то це означає що ресурс вже використаний повністю і немає можливості збільшити його. Якщо статус не зв'язаний, то це означає що відповідного показника є більше, ніж потрібно, частина його не використана.

Звіт по стійкості

Звіт по стійкості (рис. 4.15) складається із двох таблиць.

Ізменяемые ячейки						
	Ячейка	Імя	Результат. значение	Нормир. стоимость	Целевой коэффициент	Допустимое увеличение
9	\$D\$6	tx1	59	0	278,33	22,5601936
10	\$E\$6	tx2	89,8700009	0	424,37	43,0207005
11	\$F\$6	tx3	80	253,840877	583,21	1E+30
12	\$G\$6	tx4	80	0	346,7	44,0964108
13	\$H\$6	tx5	100,651583	0	400	236,314152
14	\$I\$6	tx6	99	255,688705	566,67	1E+30
15	\$J\$6	tx7	66	0	245	128,348705
16	\$K\$6	tx8	101,978416	0	341,4	54,6793853
17	\$L\$6	tx9	72	0	190,37	163,845444

Ограничения						
	Ячейка	Імя	Результат. значение	Теневая Цена	Ограничение Правая часть	Допустимое увеличение
22	\$M\$6	т Всього	748,5	-1397,18	748,5	0,1182513
23	\$M\$8	грн. Всього	1323928,07	0,21	1323928,066	6516,49364
24	\$M\$10	тис. грн. Всього	641314,28	1,63	641314,2785	81,4922932
25	\$M\$14	тис. грн. Всього	1613,93	0,00	1603,605254	10,3282488
26	\$M\$18	Лінія 1 Річна потужність, т	748,5	0	4230	1E+30
27	\$D\$13	т/рік x1	59	22,5601936	0	2,05102063
28	\$E\$13	т/рік x2	71	0	0	1E+30
29	\$F\$13	т/рік x3	51	0	0	1E+30
30	\$G\$13	т/рік x4	80	44,0964108	0	2,55906249
31	\$H\$13	т/рік x5	67	0	0	1E+30
32	\$I\$13	т/рік x6	74	0	0	1E+30
33	\$J\$13	т/рік x7	66	128,348705	0	1,21101491
34	\$K\$13	т/рік x8	67	0	0	1E+30
35	\$L\$13	т/рік x9	72	163,845444	0	3,34994814

Базовий варіант / Отчет по результатам / **Отчет по устойчивости** / Отчет по пределам /

Рис. 4.15

У таблиці 1 приводяться наступні значення для змінних:
результат рішення задачі;

нормована вартість, тобто додаткові двоїсті змінні V_j , які, показують, наскільки змінюється цільова функція при примусовому включені одиниці цієї продукції в оптимальне рішення;

коефіцієнти цільової функції;

границні значення приросту коефіцієнтів Δc_j цільової функції, при яких зберігається набір змінних, які входять в оптимальне рішення.

У таблиці 2 приводяться аналогічні значення для обмежень:

величина використаних ресурсів;

тіньова ціна, тобто двоїсті оцінки z_i , які показують, як зміниться цільова функція при зміні ресурсів на одиницю;

значення приросту ресурсів Δb_j , при яких зберігається оптимальний набір змінних, які входять в оптимальне рішення.

Задачі аналізу, які можна вирішувати за допомогою приведених величин Δc_j й Δb_j .

Коротко за звітом по стійкості:

показник нормована вартість, показує як зміниться цільова функція при примусовому випуску одиниці j -го виду продукції. Цей звіт показує, яка продукція є вигідною.

В нашому випадку є вигідним збільшення обсягів виробництва карамелі «Десертна» і «Вікторія».

Звіт по границям.

Цей звіт наведений на рис. 4.16. У ньому показано, у яких межах може змінюватися випуск продукції, що ввійшла в оптимальне рішення, при збереженні структури оптимального рішення:

приводяться значення x_j в оптимальному рішенні;

приводяться нижні межі зміни значень x_j .

Целевое

Ячейка	Имя	Значение
\$M\$9	грн. Всього	290005,44

Изменяемое

Ячейка	Имя	Значение
\$D\$6	т x1	59
\$E\$6	т x2	89,8700009
\$F\$6	т x3	80
\$G\$6	т x4	80
\$H\$6	т x5	100,651583
\$I\$6	т x6	99
\$J\$6	т x7	66
\$K\$6	т x8	101,978416
\$L\$6	т x9	72

Нижний предел **Целевой результат** **Верхний предел** **Целевой результат**

	59	290005,437	59	290005,437
	89,8700009	290005,437	89,8700009	290005,437
	80	290005,437	80	290005,437
	80	290005,437	80	290005,437
	100,651583	290005,437	100,651583	290005,437
	99	290005,437	99	290005,437
	66	290005,437	66	290005,437
	101,978416	290005,437	101,978416	290005,437
	72	290005,437	72	290005,437

Рис. 4.16

Крім цього, у звіті зазначені значення цільової функції при випуску даного типу продукції на нижній межі. Так, що

$$F = c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_3 + c_4 x_4 + c_5 x_5 + c_6 x_6 + c_7 x_7 + c_8 x_8 + c_9 x_9 = 290005,437$$

Далі приводяться верхні межі зміни X_j і значення цільової функції при випуску продукції, що ввійшла в оптимальне рішення на верхніх межах.

Лабораторна робота № 5

Транспортна задача

Задача. Знайти оптимальний розв'язок транспортної задачі, якщо задані витрати на перевезення одиниці вантажу від постачальників A_1, A_2, A_3 до споживачів B_1, B_2, B_3, B_4 .

Запаси постачальників і потреби споживачів за даними таблиці 5.1.

I. Постановка транспортної задачі

Метою **транспортної задачі** є таке планування перевезень вантажу від постачальників до споживачів, щоб забезпечити мінімальні транспортні витрати.

Введемо позначення:

x_{ij} – змінні, які підлягають визначенню та виражають кількість вантажу, який перевозиться від i -го постачальника до j -го споживача ($i=1\dots m, j=1\dots n$);

c_{ij} – вартість перевезення одиниці вантажу від i -го постачальника до j -го споживача;

a_i – кількість одиниць вантажу у i -го постачальника;

b_j – кількість одиниць вантажу, яка потрібна j -му споживачу.

Транспортна задача може бути сформульована як частковий випадок задачі лінійного програмування і вирішена симплекс-методом.

Кількість одиниць вантажу у постачальників відповідає попиту з боку споживачів, що відображається в умові балансу

$$\sum_{i=1}^n a_i = \sum_{j=1}^n b_j. \quad (5.1)$$

Така економіко-математична модель транспортної задачі називається **закритою** та з урахуванням умови (5.1) вона має вид:

$$Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min; \quad (5.2)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i (i = 1\dots m); \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j (j = 1\dots n); \quad (5.3)$$

$$x_{ij} \geq 0 (i = 1\dots m, j = 1\dots n). \quad (5.4)$$

Дана транспортна задача є **збалансованою**.

У наведених виразах формула (5.2) відповідає цільовій функції з мінімізацією транспортних витрат. Формули (5.3) є обмеженнями задачі:

перша формула характеризує те, що весь вантаж від постачальників має бути вивезеним;

друга формула відтворює той факт, що попит споживачів задоволений.

Формула (5.4) є умовою невід'ємності змінних.

Таблиця 5.1

№ вар.	Витрати на перевезення одиниці вантажу												Запаси постачальників			Потреби споживачів			
	A ₁				A ₂				A ₃										
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	A ₁	A ₂	A ₃	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄
1.	1	2	3	4	4	3	5	6	4	3	6	2	15	45	60	20	30	45	10
2.	5	2	3	4	4	3	5	7	4	3	6	2	25	40	65	10	35	40	15
3.	5	2	3	4	4	3	4	5	4	7	5	4	35	20	35	25	30	55	20
4.	2	9	6	7	3	5	4	2	3	5	4	9	30	10	25	45	15	60	10
5.	7	6	5	6	2	4	3	1	5	3	6	8	25	55	40	30	25	15	35
6.	5	1	4	6	9	3	2	6	8	7	9	5	10	25	45	65	40	10	20
7.	3	5	2	4	6	1	8	9	7	5	3	2	50	85	20	75	15	25	70
8.	6	9	4	3	1	5	6	8	5	7	1	4	20	60	45	80	25	30	45
9.	5	1	4	6	9	3	2	6	8	7	9	5	25	40	65	10	35	40	15
10.	8	3	9	4	7	2	1	5	6	4	8	2	55	20	40	15	75	35	20
11.	1	2	3	4	4	3	5	6	4	3	6	2	25	55	40	30	25	15	35
10.	2	9	6	7	3	5	4	2	3	5	4	9	50	85	20	75	15	25	70
13.	7	6	5	6	2	4	3	1	5	3	6	8	10	25	45	65	40	10	20
14.	6	9	4	3	1	5	6	8	5	7	1	4	30	10	25	45	15	60	10
15.	4	2	3	5	4	3	5	7	4	3	6	2	25	40	65	10	35	40	15
16.	5	8	6	9	1	2	4	7	3	5	8	5	65	15	20	35	40	75	10
17.	4	6	9	4	5	7	6	8	4	9	3	2	20	85	45	15	35	65	55
18.	2	5	3	6	8	5	9	6	4	5	2	1	50	40	35	10	75	45	40
19.	7	5	3	1	5	9	8	6	2	4	5	7	35	40	15	20	35	30	10
20.	2	5	8	4	6	5	7	5	3	1	5	9	25	50	70	85	30	40	65
21.	8	2	4	6	5	3	1	5	7	5	9	5	55	45	25	65	15	25	40
22.	2	4	2	3	6	8	8	4	4	2	2	6	25	30	10	75	10	50	20
23.	9	5	6	4	7	5	1	5	2	3	4	6	85	65	50	80	25	10	45
24.	7	4	6	8	4	2	6	7	5	3	1	5	60	75	20	10	30	30	25
25.	8	5	4	6	8	5	2	1	3	5	6	7	40	80	25	15	40	25	65
26.	3	5	2	4	6	1	8	9	7	5	3	2	20	10	55	30	35	65	20

II. Приклад рішення транспортної задачі за допомогою електронних таблиць

Задача. В Київській області 3 цукрових заводи (**B**) отримують від 5 сільськогосподарських підприємств (**A**) сировину. Скласти такий план перевезень від постачальників до споживачів, щоб вартість перевезень була мінімальною, вантаж від постачальників був вивезеним, а потреби заводів у сировині були задоволені (табл. 5.2).

Таблиця 5.2

Вихідні дані для транспортної задачі

Витрати на перевезення одиниці вантажу														
A₁			A₂			A₃			A₄			A₅		
B₁	B₂	B₃	B₁	B₂	B₃	B₁	B₂	B₃	B₁	B₂	B₃	B₁	B₂	B₃
20	15	35	25	20	35	30	25	25	20	30	30	15	20	25
Запаси постачальників								Потреби споживачів						
A₁	A₂	A₃	A₄	A₅		B₁	B₂	B₃						
100	220	110	170	120		220	240	260						

Розглянемо загальну схему розміщення даних в середовищі Excel для рішення транспортної задачі (рис. 5.1).

F21	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2								
3								
4	Споживачі	1	2	3	4	5		
5	1							
6	2							
7	3							
8								
9								
10								
11								
12								
13								
14								
15								
16								
17								
18								
19								
20								
21								

Рис. 5.1.

Рішення транспортної задачі на ПК проводиться за таким алгоритмом:

1. Заповнюємо шапку та заготовки рядків і стовпців як на рис. 5.2.
2. Заповнюємо електронну таблицю: блоки «Запаси», «Споживання» та «Матрицю вартості».
3. Записуємо економіко-математичну модель згідно з похідними даними:

$$\begin{aligned}
 F(x) = & 20x_{11} + 25x_{12} + 30x_{13} + 20x_{14} + 15x_{15} + \\
 & + 15x_{21} + 20x_{22} + 25x_{23} + 30x_{24} + 20x_{25} + \\
 & + 35x_{31} + 35x_{32} + 25x_{33} + 30x_{34} + 25x_{35} \rightarrow \min;
 \end{aligned}$$

$$\left\{
 \begin{aligned}
 & x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} = 220, \\
 & x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} = 240, \\
 & x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} = 260, \\
 & x_{11} + x_{21} + x_{31} = 100, \\
 & x_{12} + x_{22} + x_{32} = 220, \\
 & x_{13} + x_{23} + x_{33} = 110, \\
 & x_{14} + x_{24} + x_{34} = 170, \\
 & x_{15} + x_{25} + x_{35} = 120; \\
 & x_j \geq 0 \quad (j=1 \dots 5; i=1 \dots 3).
 \end{aligned}
 \right.$$

4. В клітинку G16 за допомогою **Майстра функцій** записуємо формулу цільової функції **=СУММПРОІЗВ(B5:F7;B10:F12)**.

5. У клітинки D13÷F13 записуються формули сумування змінних по стовпцям, що відповідає запасам постачальників **=СУММ(B10:B12)**.

6. У клітинки G10÷G12 записуються формули сумування змінних по рядках, що відповідає потребі споживачів **=СУММ(B10:F10)** (рис. 5.2).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Транспортна задача						
2								
3		Постачальники						
4	Споживачі	1	2	3	4	5		
5	Завод № 1	20	25	30	20	15		
6	Завод № 2	15	20	25	30	20		
7	Завод № 3	35	35	25	30	25		
8								
9							Формули обмежень за споживанням	
10							=СУММ(B10:F10)	220
11							0	240
12							0	260
13	Сума поставок сировини	=СУММ(B10:B12)	0	0	0	0		
14	Запаси	100	220	110	170	120		
15								
16							Цільова функція F(x) → min	0
17								=СУММПРОІЗВ(B5:F7;B10:F12)
18								
19								
20								
21								
22								
23								
24								
25								
26								
27								

Рис. 5.2.

7. Відмітити клітинку G16 (цільова функція) та активізувати режим Се-вис/Поиск решения (рис. 5.3).

8. Заповнити рядок **Установить целевую ячейку**.

9. Включити один з варіантів оптимізації. Для нашої задачі – **Мінімальному значенню**.

10. Заповнити рядок **Изменяя ячейки** посиланням на блок B10:F12.

11. Заповнити вікно **Ограничения** обмеженнями за рядками і стовпцями змінних, що відповідає запасам постачальників та потребам споживачів (рис. 5.4).

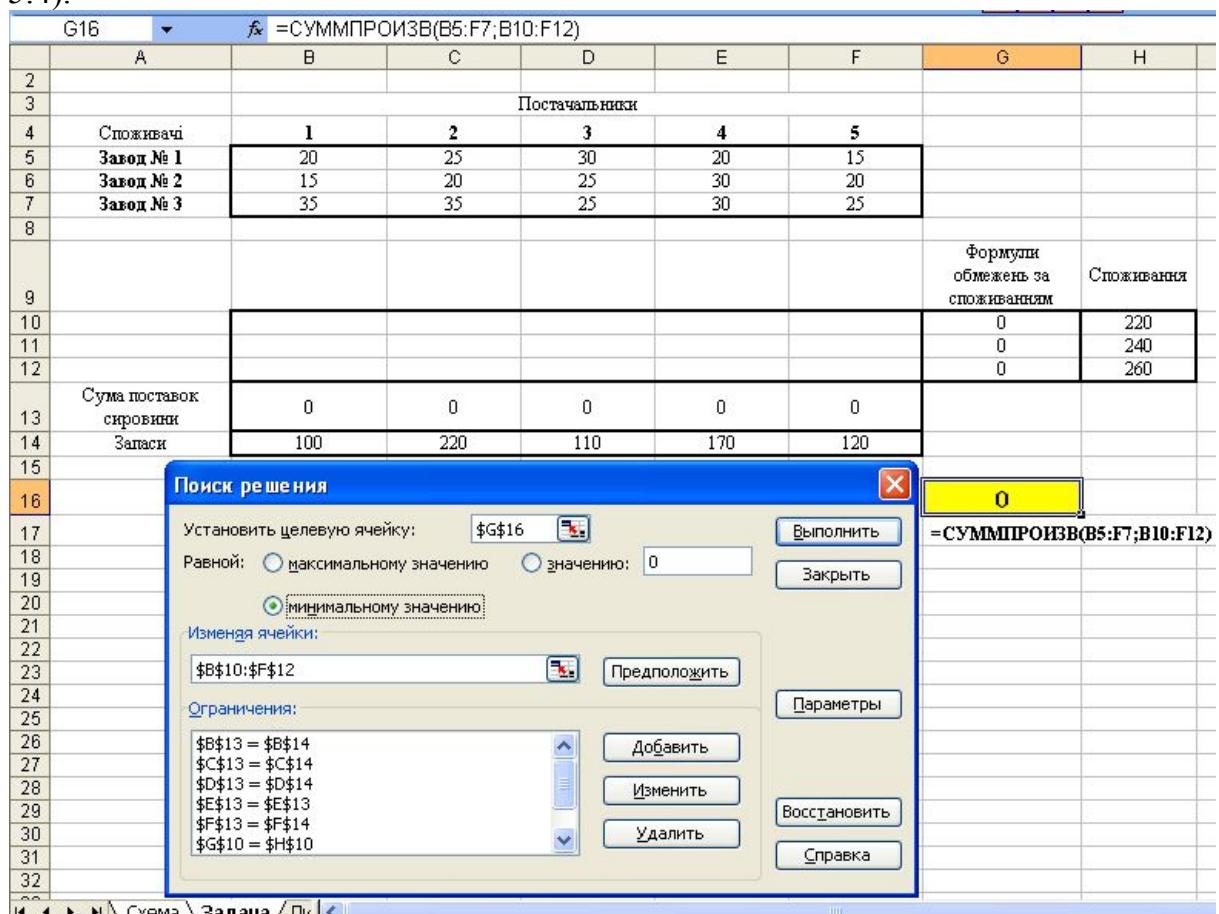


Рис. 5.3.

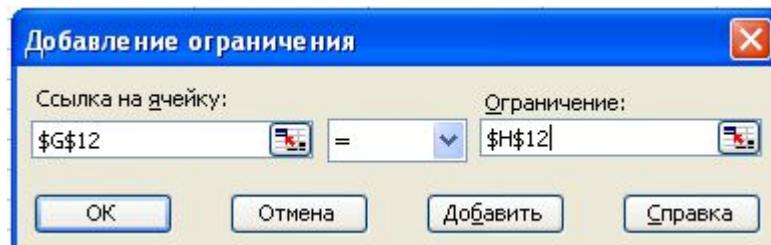


Рис. 5.4.

12. У рядку **Знак** вибрати знак «=».
 13. Заповнення рядків вікна **Добавить** закінчiti натиском кнопки **OK**.
 14. Натиснути кнопку **Параметры** та вибрати режим **Лінейная модель i Неотрицательные значения**, натиснути кнопку **OK** (рис. 5.5).
 15. Далі натискаємо кнопку **Выполнить**.
 16. Після виконання обчислень на екрані з'явиться вікно **Результаты поиска решений**, в ньому відображене результат роботи: Решение найдено Все ограничения и условия оптимальности выполнены (рис. 5.6).
- Рішення транспортної задачі має вигляд (рис. 5.7).

III. Економічна інтерпретація математичного розв'язку транспортної задачі
Мінімальна вартість перевезень від постачальників до споживачів (15750 грн.) буде отримана за умови, якщо буде перевезено сировину:

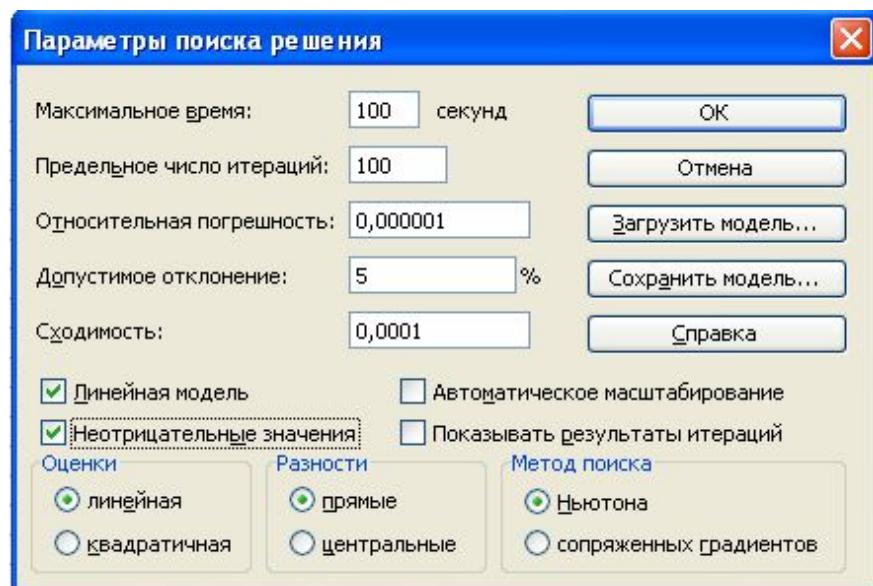


Рис. 5.5.

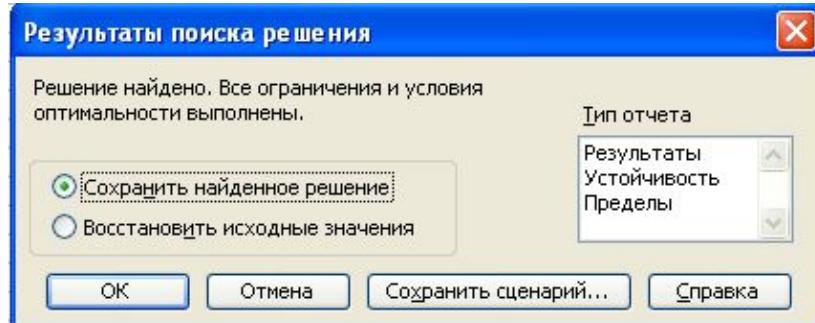


Рис. 5.6.

J29	A	B	Строка формул	D	E	F	G	H
1			Транспортна задача					
2								
3			Постачальники					
4	Споживачі	1	2	3	4	5		
5	Завод № 1	20	25	30	20	15		
6	Завод № 2	15	20	25	30	20		
7	Завод № 3	35	35	25	30	25		
8								
9								
10		0	80	0	140	0	220	220
11		100	140	0	0	0	240	240
12		0	0	110	30	120	260	260
13	Сума поставок сировини	100	220	110	170	120		
14	Запаси	100	220	110	170	120		
15								
16				Цільова функція F(x) → min			15750	
17							=СУММПРОІЗВ(B5:F7;B10:F12)	
18								

Рис. 5.7.

На завод № 1

від господарства № 2 – 80 одиниць, від господарства № 4 – 140 одиниць.

На завод № 2

від господарства № 1 – 100 одиниць, від господарства № 2 – 140 одиниць.

На завод № 3

від господарства № 3 – 110 одиниць, від господарства № 4 – 30 одиниць, від господарства № 5 – 120 одиниць.

У звіті по результатам (рис. 5.8) порівнюються базовий і оптимальний обсяги виробництва. Тут вказані коефіцієнти цільової функції загалом до і після оптимізації, а також обмеження. Навпроти кожного обмеження є статус. Якщо статус зв'язаний, то це означає що ресурс вже використаний повністю і немає можливості збільшити його. Якщо статус не зв'язаний, то це означає що відповідного показника є більше, ніж потрібно, частина його не використана.

Microsoft Excel 11.0 Отчет по результатам						
A	B	C	D	E	F	G
1	Microsoft Excel 11.0 Отчет по результатам					
2	Рабочий лист: [8. Лабораторна № Транспортна задача.xls]Задача					
3	Отчет создан: 17.05.2007 23:24:18					
4						
5						
6	Целевая ячейка (Минимум)					
7	Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат		
8	\$G\$16 Цельова функція F(x) min Формули обмежень за споживання		0	15750		
9						
10						
11	Изменяемые ячейки					
12	Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат		
13	\$B\$10 Постачальники		0	0		
14	\$C\$10 Транспортная задача		0	80		
15	\$D\$10		0	0		
16	\$E\$10		0	140		
17	\$F\$10		0	0		
18	\$B\$11 Постачальники		0	100		
19	\$C\$11 Транспортная задача		0	140		
20	\$D\$11		0	0		
21	\$E\$11		0	0		
22	\$F\$11		0	0		
23	\$B\$12 Постачальники		0	0		
24	\$C\$12 Транспортная задача		0	0		
25	\$D\$12		0	110		
26	\$E\$12		0	30		
27	\$F\$12		0	120		
28						
29						
30	Ограничения					
31	Ячейка	Имя	Значение	Формула	Статус	Разница
32	\$B\$13 Сума поставок сировини Постачальники		100	\$B\$13=\$B\$14 не связан.	0	
33	\$C\$13 Сума поставок сировини Транспортная задача		220	\$C\$13=\$C\$14 не связан.	0	
34	\$D\$13 Сума поставок сировини		110	\$D\$13=\$D\$14 не связан.	0	
35	\$E\$13 Сума поставок сировини		170	\$E\$13=\$E\$14 не связан.	0	
36	\$F\$13 Сума поставок сировини		120	\$F\$13=\$F\$14 не связан.	0	
37	\$G\$10 Формулы обмежень за споживанням		220	\$G\$10=\$H\$1 не связан.	0	
38	\$G\$11 Формулы обмежень за споживанням		240	\$G\$11=\$H\$1 не связан.	0	
39	\$G\$12 Формулы обмежень за споживанням		260	\$G\$12=\$H\$1 не связан.	0	
40						
41						

Рис. 5.8.

За звітом по стійкості (рис. 5.9).

Показник нормована вартість, показує як зміниться цільова функція при примусовому збільшенні на одиницю j-го виду споживання. Цей звіт показує, що транспортування сировини на завод № 1 та на завод № 2 є вигідним.

Microsoft Excel 11.0 Отчет по устойчивости						
A	B	C	D	E	F	G
1	Microsoft Excel 11.0 Отчет по устойчивости					
2	Рабочий лист: [8. Лабораторна № Транспортна задача.xls]Задача					
3	Отчет создан: 17.05.2007 23:24:18					
4						
5						
6	Изменяемые ячейки					
7						
8	Ячейка	Имя	Результ. значение	Нормир. стоимость	Целевой коэффициент	Допустимое Увеличение
9	\$B\$10	Постачальники	0	0	20	1E+30
10	\$C\$10	Транспортна задача	80	0	25	0
11	\$D\$10		0	15	30	1E+30
12	\$E\$10		140	0	20	0
13	\$F\$10		0	0	15	1E+30
14	\$B\$11	Постачальники	100	0	15	0
15	\$C\$11	Транспортна задача	140	0	20	10
16	\$D\$11		0	15	25	1E+30
17	\$E\$11		0	15	30	1E+30
18	\$F\$11		0	10	20	1E+30
19	\$B\$12	Постачальники	0	5	35	1E+30
20	\$C\$12	Транспортна задача	0	0	35	1E+30
21	\$D\$12		110	0	25	15
22	\$E\$12		30	0	30	0
23	\$F\$12		120	0	25	0
24						
25	Ограничения					
26						
27	Ячейка	Имя	Результ. значение	Теневая Цена	Ограничение Правая часть	Допустимое Увеличение
28	\$B\$13	Сума поставок сировини Постачальники	100	0	100	140
29	\$C\$13	Сума поставок сировини Транспортна зад.	220	5	220	140
30	\$D\$13	Сума поставок сировини	110	-5	110	30
31	\$E\$13	Сума поставок сировини	170	0	170	0
32	\$F\$13	Сума поставок сировини	120	-5	120	30
33	\$G\$10	Формули обмежень за споживанням	220	20	220	0
34	\$G\$11	Формули обмежень за споживанням	240	15	240	0
35	\$G\$12	Формули обмежень за споживанням	260	30	260	30

Рис. 5.9.

Звіт по границям

У ньому показано, у яких межах може змінюватися постачання сировини, що ввійшла в оптимальне рішення, при збереженні структури оптимального рішення:

Лабораторна робота № 6

Прогнозування економічних процесів методом ковзного середнього, за допомогою функцій "ТЕНДЕНЦІЯ" і "РОСТ"

Варіанти індивідуальних завдань представлені в табл. 6.1.

Таблиця 6.1

Роки	Експорт металопродукції, млн. дол.	Обсяги виробництва, млн. грн.	Добича вугілля, млн. тонн	Добича залізної руди, млн. тонн	Виробництво природного газу, млрд. куб.м	Імпорт енергоносіїв (природний газ), млн. дол.	Інвестиції в основний капітал, % до попереднього року	Освоєно виробництво нових видів продукції	Впроваджено нових технологічних процесів
Варіант	B.1	B.2	B.3	B.4	B.5	B.6	B.7	B.8	B.9
2005		15853,7	57	47,5	18,4	5707,4	76,5	9822	2138
2006	5867,04	17045,2	58,6	53,4	18,1	4988,4	77	10379	1905
2007	6141,99	18993,4	59,5	51,1	18	3523,8	110,2	10796	1348
2008	6296,56	25613,3	62,8	47,8	18,1	3255,7	100,3	12645	1203
2009	6468	39583,4	62,4	55,9	17,9	3323,9	119,9	15323	1403
2010	6720,3	38007,6	61,7	55,3	18,4	3287,8	114,4	19484	1421
2011	7125,6	41519,4	59,5	59,4	18,7	3521,1	110,7	22847	1142
2012	7808,6	57657,9	59,8	63	18,6	3190	75,2	7416	1482
2013	12216,29	93410,7	59,4	66	19,6	3591,4	124,9	3978	1727
2014	13337,92	103331,4	60,4	69,5	19,9	3946,6	137,8	3152	1808
2015	15412,8	126113,6	61,2	69,9	19,8	4769,4	122,7	3016	1789

Методичні вказівки до виконання

1. Для розрахунку значень ковзного середнього треба скористатися відповідною функцією пакету аналізу MS Excel (Меню «Сервис – Аналіз даних – Ковзне середнє»). Після відкриття вікна функції треба послідовно заповнити відповідні поля вікна настроювання, як показано на малюнку (рис. 6.1). В результаті є можливість отримати як кількісні значення прогнозу, так і графічне відображення показника (рис. 6.2).

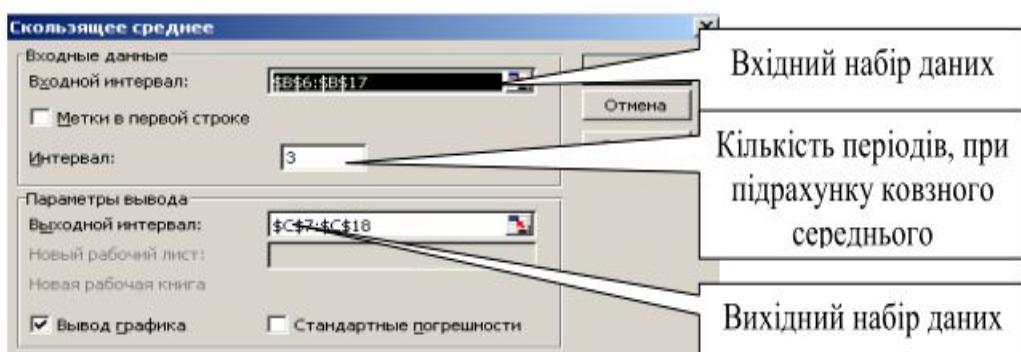


Рис. 6.1

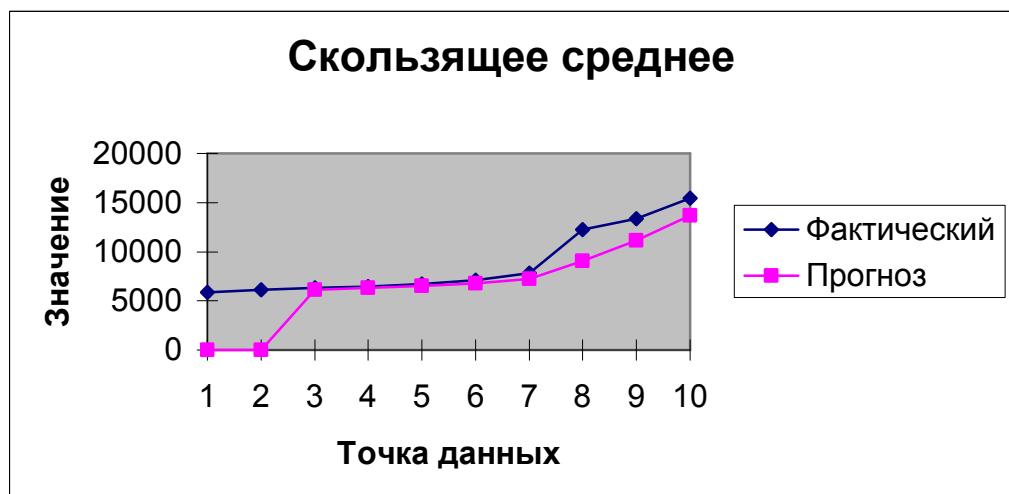


Рис. 6.2

2. Використання функції **ТЕНДЕНЦІЯ** в середовищі MS EXCEL дозволяє розрахувати значення у відповідності з лінійним трендом. При цьому пряма лінія апроксимує по методу найменших квадратів значення у і відомі значення x у відповідності з виразом $y = mx + b$. Для апроксимації поліноміальної кривої треба скористатися функцією **ТЕНДЕНЦІЯ**, виконуючи регресійний аналіз для змінної, піднесенням у різні ступені. Виклик функції **ТЕНДЕНЦІЯ** можливо через статистичні функції MS Excel. Наведемо синтаксис функції:

ТЕНДЕНЦІЯ (відомі значення y ; відомі значення x ; нові значення x ; константа).

Відомі значення y – це множина значень залежної змінної y . При цьому набір значень кожної змінної може бути представлений як стовпчиком, так і рядком електронної таблиці.

Відомі значення x – необов'язкова множина значень x , які вже відомі для співвідношення $y = mx + b$. В прикладі, що розглядається, ця складова представлена значеннями відповідних періодів. Масив відомих значень x може бути представлений однією або декількома змінними. Якщо цей параметр пропущено, то по замовченню вони можуть бути представлені масивом значень 1;2;3;... такого ж розміру, як і відомі значення y .

Нові значення x – нові значення x , для яких *ТЕНДЕНЦІЯ* повертає відповідні значення змінної y . Нові значення x повинні мати таку ж розмірність, як і розмірність відомих значень y та x . Якщо нові значення відсутні, то передбачається, що вони співпадають з відомими значеннями x .

Конст – логічне значення, яке вказує чи потрібно щоб константа b дорівнювала би 0. Цей параметр може приймати такі значення:

- ТАК або відсутнє, то b розраховується стандартним способом.
- НІ, то b буде дорівнювати 0 і значення m підбирається таким чином, щоб виконувалось співвідношення $y = m * x$.

Користуючись даними табл. 6.1 для свого варіанту сформуємо масив в середовищі MS Excel, як показано на рис. 6.3. Встановимо курсор на перше значення стовпчика Тенденція і заповнимо відповідні зони вікна «Аргументи функції»(рис. 6.3) і натиснемо ОК. Після цього слід виділити діапазон комірок стовпчика «Тенденція» по номерам періодів, натиснути клавішу F2, а потім комбінацію клавіш CTRL+SHIFT+ ENTER. При цьому формула буде розмножена на відповідний діапазон.

Номер періоду	Коефіцієнт покриття	Ковзне середнє	Тенденція
1	=TREND(B6:B17;A6:A17)		
2	1,48	#Н/Д	1,47
3	1,46	#Н/Д	1,49
4	1,44	1,51	1,50
5	1,46	1,46	1,52
6	1,49	1,45	1,53
7	1,51	1,46	1,54
8	1,58	1,49	1,56
9	1,55	1,53	1,57
10	1,67	1,55	1,59
11	1,62	1,60	1,60
12	1,61	1,61	1,61
13		1,63	#Н/Д
14			#Н/Д

Рис. 6.3

Для розрахунку нових (прогнозних) значень змінної треба ввести формули у комірки B17:B18. При цьому вікно параметрів буде мати наступний вигляд (рис. 6.4).

Для розмноження формули на відповідний часовий інтервал слід виконати дії, які були описані вище.

Номер періоду	Коефіцієнт покриття	Ковзне середнє	Тенденція	Зростання
1	1,58		1,46	1,46
2	1,48			
3	1,46			
4	1,44			
5	1,46			
6	1,49			
7	1,51			
8	1,58			
9	1,55			
10	1,67			
11	1,62			
12	1,61			
13	=TREND(B6:B17, A6:A17, A18:A19)			
14	1,64			

Рис. 6.4

3. Використання функції *POCT* в середовищі MS Excel, дозволяє розрахувати прогнозоване експоненціальне зростання на підставі первинних даних. Функція *POCT* повертає значення y для послідовності нових значень x . Функція може бути використана для апроксимації існуючих незалежних змінних x та y значень експоненціальної кривої у відповідності з лінійним трендом.

Виклик функції *POCT* можливо здійснити через статистичні функції MS Excel. Наведемо синтаксис функції *POCT*:

POCT (відомі значення y ; відомі значення x ; нові значення x ; конст).

Відомі значення y – це множина значень y , які вже відомі в співвідношенні $y = b^{ux}$. Слід пам'ятати, якщо значення Y дорівнюють 0 або від'ємні, то функція *POCT* повертає значення помилки #ЧИСЛО!.

Відомі значення x – необов'язкова множина значень x , які вже відомі для співвідношення $y = b^x$.

Нові значення x – нові значення x , для яких *POCT* повертає відповідні значення змінної y . Нові значення x повинні мати таку ж розмірність, як і розмірність відомих значень y та x . Якщо нові значення відсутні, то передбачається, що вони співпадають з відомими значеннями x .

Конст – логічне значення, яке вказує чи потрібно щоб константа b дорівнювала би 1. Цей параметр може приймати такі значення:

- ТАК або відсутнє, то b розраховується стандартним способом.
- НІ, то b буде дорівнювати 1 і значення m підбирається таким чином, щоб виконувалось співвідношення $y = m^x$.

Користуючись даними таблиці 6.1 сформуємо масив в середовищі MS Excel відповідно значень свого варіанту, як показано на рис. 6. Встановимо курсор на перше значення стовпчика *POCT* і заповнимо відповідні зони вікна «Аргументи функції»(див. рис. 6) і натисніть ОК. Після цього слід виділити діапазон комірок стовпчика «*POCT*» по номерам періодів, натиснути клавішу F2, і потім

комбінацію клавіш CTRL+SHIFT+ ENTER. При цьому формула буде розмножена на відповідний діапазон.

Для розрахунку нових значень змінної треба виконати дії, які відповідають технологічним операціям для функції **ТЕНДЕНЦІЯ**.

Аналіз значень коефіцієнту покриття на ТОВ "Телекарт Прибор"				
Номер періоду	Коефіцієнт покриття	Коефіцієнт покриття	Тенденція	Зростання
1	1,58		=РОСТ(
2	1,48	#Н/Д		1,47
3	1,46	#Н/Д		1,49
4	1,44	1,51		1,50
5	1,46	1,46		1,52
6	1,49	1,45		1,53
7	1,51	1,46		1,54
8	1,58	1,49		1,56
9	1,55	1,53		1,57
10	1,67	1,55		1,59
11	1,62	1,60		1,60
12	1,61	1,61		1,61
13	1,63	1,63	#Н/Д	
14	1,64		#Н/Д	

Аргументы функции

РОСТ:

Известные_значения_y: B6:B17
Известные_значения_x: A6:A17
Новые_значения_x: C6:C17
Конст: D6:D17

Возвращает значения в соответствии с экспоненциальным трендом.

Известные_значения_x необязательное множество значений x, для которых уже известно соотношение $y = b \cdot a^x$, массив или диапазон, что и для y.

Справка по этой функции | Значение: 1,46 | OK

Рис. 6.5

На рис. 6.6 наглядно представлено тенденцію розвитку показника, який аналізується, при використанні відповідних функцій прогнозування.

A	B	C	D	E
Аналіз значень коефіцієнту покриття на ТОВ "Телекарт Прибор"				
Номер періоду	Коефіцієнт покриття	Коефіцієнт покриття	Тенденція	Зростання
1				
2				
3				
4				
5	1,4			
6	1,4			
7	1,5			
8	1,5			
9	1,5			
10	1,6			
11	1,6			
12	1,61			
13	1,63			
14	1,64			

Нові значення показника, які
розраховані за допомогою
функцій ТЕНДЕНЦІЯ та РОСТ

46	1,46
47	1,47
49	1,49
50	1,50
	1,52
	1,53
	1,54
	1,56
	1,57
	1,59
	1,60
	1,61
	1,61
	#Н/Д
	#Н/Д
	#Н/Д

Рис. 6.6

5. ТЕМАТИКА САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Номер теми	Зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Тема 1. Основи моделювання економічних процесів	1
2	Тема 2. Моделювання економічних систем і процесів для вирішення задач методами лінійного програмування (у т.ч. підготовка до виконання та захисту лабораторних робіт)	6 (5)
3	Тема 3. Моделювання оптимальної структури виробництва (у т.ч. підготовка до виконання та захисту лабораторних робіт)	8 (7)
4	Тема 4. Застосування економіко-статистичного моделювання в дипломних дослідженнях	1
5	Тема 5. Комп’ютерні технології вирішення задач за допомогою статистичних та економіко-математичних методів (у т.ч. підготовка до виконання та захисту лабораторних робіт)	10 (9)
6	Тема 6. Балансові моделі в економіці та управлінні (у т.ч. підготовка до виконання та захисту лабораторних робіт)	8 (7)
-	Індивідуальне науково-дослідне завдання (курсова робота)	30
-	Підсумковий контроль (підготовка до складання іспиту)	30
	Всього	94

6. ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ (ТЕМАТИКА КУРСОВИХ РОБІТ)

До індивідуальних завдань для опрацювання курсу «Прикладні задачі моделювання економічних процесів» відносяться виконання контрольні завдання та тестів на проміжних (рубіжних) контролях, а також виконання курсової роботи.

Орієнтовна тематика курсових робіт

1. Побудова виробничої функції для певної галузі економіки області.
2. Побудова та аналіз виробничої функції для певного підприємства області.
3. Оптимізація виробничої програми підприємства.
4. Оптимізація використання ресурсів підприємства.
5. Моделювання урожайності озимої пшеници.
6. Моделювання урожайності ярих культур.
7. Побудова моделей інвестиційної привабливості районів області.
8. Моделювання прибуткової діяльності підприємств.
9. Моделювання рентабельності підприємств.
10. Моделювання рівня життя населення області.
11. Моделювання показників зайнятості населення.
12. Моделювання грошових надходжень до бюджету області.
13. Моделі соціально-економічного розвитку регіонів.
14. Моделювання стійкості роботи підприємств.
15. Моделювання і прогнозування тенденцій розвитку певного економічного процесу (показника)

7. МЕТОДИ НАВЧАННЯ ТА КОНТРОЛЮ ЗНАНЬ

7.1. Методи навчання:

пояснювально-ілюстративний метод використовується для організації засвоєння інформації студентами під час лекцій і лабораторних занять;

репродуктивний метод використовується під час проведення лабораторних занять, рубіжного контролю, тестового контролю, захисту курсових робіт, екзаменів;

методи проблемного навчання використовуються наступним чином:

- проблемний викладу знань використовується в основному на лекціях;
- евристичний метод використовується на лабораторних заняттях та під час виконання курсових робіт;
- пошуковий та дослідницький метод використовуються на лабораторних заняттях, під час виконання курсових робіт, індивідуальної роботи зі студентами.

Поточний та проміжні контролі здійснюються під час проведення аудиторних занять.

Форма проведення проміжного контролю – тестові завдання.

Підсумковий контроль здійснюється:

у 8-му семестрі (екзамен) – на основі позитивного захисту курсової роботи, а також за умови попереднього проходження проміжного контролю.

Важливим елементом оцінювання самостійної роботи студента є також самоконтроль, орієнтовні питання до якого наведені нижче.

7.2. Методичне забезпечення

1. Методичні інструкції до виконання лабораторних робіт
2. Перелік комп’ютерних програм:
 - Текстовий редактор MS Word;
 - Табличний процесор MS Excel.

7.3. Питання для самоконтролю

1. Математичне моделювання в економіці.
2. Особливості економіки як об’єкта моделювання.
3. Класифікація економіко-математичних моделей.
4. Роль економіко-математичного моделювання для вирішення практичних проблем.
5. Етапи побудови економіко-математичних моделей.
6. Парна і множинна лінійна регресія: рівняння та визначення параметрів.
7. Перевірка моделі на адекватність.
8. Коефіцієнт еластичності в економіці.
9. Використання функції ЛІНЕЙН для побудови лінійної регресії.
10. Моделі, нелінійні відносно параметрів та квазілінійні. Заміна змінних та логарифмування для зведення нелінійних моделей до лінійних.
11. Перевірка нелінійної моделі на адекватність, побудова надійного інтервалу та його особливості для нелінійних моделей.
12. Поняття виробничої функції. Виробнича регресія Коба-Дугласа, визначення параметрів та прогнозування на основі моделі. Ефективність і масштаб виробництва.

13. «Павутиноподібна» модель для визначення рівноважної ціни. Умови застосування ітераційних методів.
14. Класифікація систем масового обслуговування.
15. Методи розв'язування задач систем масового обслуговування.
16. Пуассонівський потік вимог та експоненціальний закон розподілу часу обслуговування.
17. Загальна постановка задачі СМО з очікуванням.
18. Обрання оптимального рішення за теорією гри.
19. Критерії вибору оптимальної стратегії з урахуванням ризику.
20. Функція корисності. Властивості функції корисності.
21. Дослідження функцій корисності та функцій попиту.
22. Задача оптимального прибутку та її розв'язання за допомогою методів диференціального числення.
23. Розв'язок задачі оптимізації споживчого вибору з бюджетним обмеженням.
24. Задача виробника та її розв'язування.
25. Дослідження виробничих функцій.
26. Середня та гранична продуктивність ресурсів. Заміщення ресурсів.
27. Задачі розподільчого типу та їх розв'язування за допомогою стандартних процедур.
28. Проблеми економічної динаміки. Сезонність в динамічних рядах.
29. Методи згладжування значень показника.
30. Числові характеристики динамічного ряду.
31. Тренд-сезонні економічні процеси та їх аналіз.
32. Модель Леонтьєва. Матриця міжгалузевих потоків.
33. Модель міжгалузевих матеріально-речових зв'язків і цін.
34. Ефективний розподіл ресурсів: аналіз виробничих галузей за допомогою методу лінійного програмування.

7.4. Шкала оцінювання: національна та ECTS

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою	
		для екзамену, курсового проекту (роботи), практики	для заліку
90 – 100	A	відмінно	зараховано
82-89	B		
74-81	C	добре	
64-73	D		
60-63	E	задовільно	
35-59	FX	незадовільно з можливістю повторного складання	не зараховано з можливістю повторного складання
0-34	F	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

8. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

Базова

1. В.В.Вітлінський. Моделювання економіки. Навч. посібник – Київ, 2003.- 406 с.
2. Наконечний С.І., Савіна С.С. Математичне програмування: Навч. посіб. – К.: КНЕУ, 2003. – 452 с.
3. Наконечний С.І., Терещенко Т.О., Романюк Т.П. Економетрія: Підручник. – К.: КНЕУ, 2005. – 520 с.
4. Пискунова Е.В., Почтман Ю.М. Макро- и микроэкономическое моделирование. Учебное пособие. – Днепропетровск: ДГФЭИ, 2001.
5. Толбатов Ю.А. Економетрика. – К., 1997. – 319 с.
6. Рудянова Т.М. Економіко-математичне моделювання. Частина 1. Навч. метод. посібник. – Дніпропетровськ: ДДФА, 2008.
7. Чупілко Т.А.. Економіко-математичні моделі в управлінні та економіці. – Дніпропетровськ: ДДФА, 2009, 114 с.

Допоміжна

1. Верченко П.І., Великоіваненко Г.І. та ін. Ризикологія: Навчально-методичний посібник. – К.: КНЕУ, 2005. – 175 с.
2. Лук'яненко І.Г., Краснікова Л.І. Економетрика: Підручник. – К.: Товариство “Знання”, 1998. – 494с.
3. Доугерти К. Введение в эконометрику. – М., 2004. – 419 с. 12.Замков О.О., Толстопятенко А.В., Черемных Ю.Н. Математические методы в экономике: Учебник. – М.: МГУ им. М.В.Ломоносова, Изд-во “ДИС”, 1997. – 368 с.
4. Урубков А. Курс МВА по оптимизации управленческих решений: Практ. рук-во. – М., 2006. – 172 с.
5. Экономико-математические методы и прикладные модели: Под ред. В.В.Федосеева. – М., 2002. – 391 с.

