

ДО РОЗРАХУНКУ ГУМОВИХ ФУТЕРУВАЛЬНИХ ПЛИТ ПОДРІБНЮВАЛЬНОГО ОБЛАДНАННЯ З УРАХУВАННЯМ ХВИЛЬОВИХ ПРОЦЕСІВ

**В.А. Настоящий, доцент, к.т.н., О.В. Лізунков, доцент, к.т.н.,
С.О. Джирма, доцент, к.т.н.,
Кіровоградський національний технічний університет**

***Анотація.** Розглянуто теоретичний метод розрахунку гумових футерувальних плит з урахуванням хвильових процесів, що відбуваються при ударному впровадженні металевих куль у пружну напівплощину.*

***Ключові слова:** удар, динамічні навантаження, гума футеровка, хвильові процеси, кульовий млин.*

Вступ

Однією зі світових тенденцій поліпшення показників технічного рівня подрібнювального устаткування є створення машин, що реалізують уже відомі принципи роботи, але із застосуванням нових конструкційних матеріалів. Такі рішення можуть швидко впроваджуватися в практику, тому що основна конструкція машини вже освоєна виробництвом. Стосовно барабанних і трубних млинів такий підхід реалізується в застосуванні гумових футеровок робочих поверхонь барабанів.

Більш широке впровадження гуми для футерування робочих поверхонь подрібнювального обладнання стримується відсутністю досконалих теоретичних методів розрахунку гумових футеровок.

Ціль та постановка завдання

В роботах [1, 2, 3] авторами отримані залежності для визначення навантажень і деформацій, що мають місце в гумових футерувальних елементах різноманітних конструкцій при їх ударному навантаженні молотковими кулями. Залежності отримано на підставі використання класичної теорії удару без урахування хвильових процесів, що мають місце при ударному навантаженні.

Однак під час розрахунків гумових елементів з повітряними порожнечами, розглядалися як плити, оперті по контуру, необхідно прийняти до уваги вплив перерізуючої сили і інерцію обертання, що виникають при хвильових процесах.

Розрахунок гумових футерувальних плит подрібнювального обладнання

Введемо позначення:

$W(x, y, t)$ – переміщення середньої поверхні плити;

h – товщина плити; $I = h^3/12$;

a, b – розміри плити в плані;

Ψ_x, Ψ_y – по кути нахилу дотичної до пружної поверхні вздовж вісі;

$x - iv$ і $y - iv$ від дії згинаючих моментів

$$\Psi_{xy} = \frac{\partial \Psi_x}{\partial x} + \frac{\partial \Psi_y}{\partial y}; \quad (1)$$

$q(x, y, t)$ – інтенсивність зовнішнього навантаження;

k' – коефіцієнт впливу форми перерізу [4].

Перерізуючі сили

$$N_1 = k' \cdot G \cdot h \cdot \left(\frac{\partial W}{\partial x} - \Psi_x \right);$$

$$N_2 = k' \cdot G \cdot h \cdot \left(\frac{\partial W}{\partial y} - \Psi_y \right). \quad (2)$$

Згинаючий і крутні моменти

$$M_1 = -D \cdot \left(\frac{\partial \Psi_x}{\partial x} + \nu \cdot \frac{\partial \Psi_y}{\partial y} \right);$$

$$M_2 = -D \cdot \left(\frac{\partial \Psi_y}{\partial y} + \nu \cdot \frac{\partial \Psi_x}{\partial x} \right);$$

$$H = -\frac{1-\nu}{2} \cdot D \cdot \left(\frac{\partial \Psi_y}{\partial y} + \frac{\partial \Psi_x}{\partial x} \right), \quad (3)$$

D – циліндрична жорсткість шару товщиною h

$$D = \frac{E_\nu \cdot h^3}{412 \cdot (1-\nu^2)},$$

E_ν, ν – відповідно модулі пружності і коефіцієнт Пуасона матеріала шару (гуми).

Використовуючи рівняння рівноваги пластини [4] з урахуванням інерційних складових від поступального і обертального рухів елементів плити, тобто замінюючи в диференціальному рівнянні зігнутої пластини [4] – ρ, N_1, N_2 на величини

$$\rho \cdot h \cdot \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} - q, \quad N_1 - \rho \cdot I \cdot \frac{\partial^2 \Psi_x}{\partial t^2}, \quad N_2 - \rho \cdot I \cdot \frac{\partial^2 \Psi_y}{\partial t^2}$$

отримаємо після підстановки значень (2, 3) в рівняння рівноваги такі рівняння руху для пластини з урахуванням інерції повороту і сил перерізання

$$k' \cdot G \cdot \left(\Delta W - \frac{\partial \Psi_x}{\partial x} - \frac{\partial \Psi_y}{\partial y} \right) = \rho \cdot \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} - \frac{q}{h} \quad (4)$$

$$k' \cdot G \cdot h \cdot \left(\frac{\partial W}{\partial x} - \Psi_x \right) = -D \cdot \left(\frac{\partial^2 \Psi_x}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 \Psi_y}{\partial x \partial y} \right) - D \cdot \frac{1-\nu}{2} \cdot \left(\frac{\partial^2 \Psi_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi_x}{\partial x \partial y} \right) + \rho \cdot I \cdot \frac{\partial^2 \Psi_x}{\partial t^2} \quad (5)$$

$$k' \cdot G \cdot h \cdot \left(\frac{\partial W}{\partial y} - \Psi_y \right) = -D \cdot \left(\frac{\partial^2 \Psi_y}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 \Psi_x}{\partial x \partial y} \right) - D \cdot \frac{1-\nu}{2} \cdot \left(\frac{\partial^2 \Psi_x}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \Psi_y}{\partial x^2} \right) + \rho \cdot I \cdot \frac{\partial^2 \Psi_y}{\partial t^2},$$

де W – переміщення шару гуми; ρ – щільність матеріалу плити; G – модуль пружності матеріалу плити другого роду.

Якщо від другого рівняння взяти похідну по x , а від третього – по y і скласти їх, то отримаємо рівняння

$$\Delta W - \Psi_{xy} = -\frac{D}{k' \cdot G \cdot h} \cdot \Delta \Psi_{xy} + \frac{\rho \cdot I}{k' \cdot G \cdot h} \cdot \frac{\partial^2 \Psi_{xy}}{\partial t^2}. \quad (6)$$

Виключаючи з рівнянь (4, 5) Ψ_{xy} , одержимо хвильове рівняння коливної плити

$$\Delta \Delta W - \left(\frac{1}{C_1^2} + \frac{1}{C_2^2} \right) \cdot \frac{\partial^2 \Delta W}{\partial t^2} + \frac{1}{C_1^2 \cdot C_2^2} \cdot \frac{\partial^4 W}{\partial t^4} + \frac{\rho \cdot h}{D} \cdot \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = \frac{q}{D} + \frac{1}{k' \cdot G \cdot h} \cdot \left(\frac{\rho \cdot I}{D} \cdot \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} - \Delta q \right), \quad (7)$$

$$\text{де } C_1 = \sqrt{\frac{E}{\rho \cdot (1-\nu^2)}}; \quad C_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot G}{3 \cdot \rho}};$$

C_1, C_2 – швидкості розповсюдження хвиль в плиті, для гумової плити $C_1 = 78$ м/с, $C_2 = 32$ м/с.

Використовуємо числовий метод рішення, що вже використовувався авторами [1, 2, 3], до хвильових рівнянь руху пластини (6, 7).

Переходячи до операторів по часу, рішення цих рівнянь шукаємо у вигляді

$$\left. \begin{aligned} W(x, y, z) &= \sum_n \sum_m A_{mn}(p) \cdot \sin \frac{m \cdot \pi \cdot x}{a} \cdot \sin \frac{n \cdot \pi \cdot y}{b} \\ \Psi_{xy} &= \sum_m \sum_n B_{mn} \sin \frac{m \cdot \pi \cdot x}{a} \cdot \sin \frac{n \cdot \pi \cdot y}{b} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Після підстановки значень (8) в рівняння (4) і (6) отримаємо для визначення A_{mn}, B_{mn} систему рівнянь

$$\left. \begin{aligned} -\left[\frac{\pi^2}{a^2} \cdot C_{mn} + \frac{\rho}{k' \cdot G} \cdot p^2 \right] \cdot A_{mn} - B_{mn} &= \\ = -\frac{4}{ab} \cdot \frac{1}{k' \cdot G \cdot h} \cdot q_{mn}; & \\ -\frac{\pi^2}{a^2} \cdot C_{mn} \cdot A_{mn} - [U] \cdot B_{mn} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$\text{де } [U] = 1 + \frac{D}{k' \cdot G \cdot h} \cdot \frac{\pi^2}{a^2} \cdot C_{mn} + \frac{\rho \cdot I}{k' \cdot G \cdot h} \cdot p^2;$$

$$C_{mn} = m^2 + n^2 \cdot \mu^2;$$

p^2 – квадрат частоти власних коливань пластини

$$p^2 = \left[\frac{\pi^4}{a^4} \cdot (1 + \mu^2)^2 \cdot \frac{D}{\rho \cdot h} \right],$$

$$\text{тут } \mu = \frac{a}{b}.$$

В (9) позначено

$$q_{mn} = \int_F P(p) \cdot \sin \frac{m \cdot \pi \cdot x}{a} \cdot \sin \frac{n \cdot \pi \cdot y}{b} \cdot dx \cdot dy, \quad (10)$$

причому інтеграл береться по площині контакту радіуса C , на який діє рівно розподілене навантаження $q(x, y, z)$, рівнодіюча якого дорівнює контактній силі $P = q(x, y) \pi C^2$.

Залежність між контактною деформацією E при впровадженні металеві кулі радіусом R в гумову пластину і діючою силою P приймаємо згідно з [5]

$$E \cdot [p(t)] = [k \cdot P(t)]^{\frac{2}{3}}, \quad (11)$$

$$\text{де } k = \frac{4}{3} \cdot \frac{\sqrt{R}}{\left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)};$$

тут ν_1, ν_2 – відповідно коефіцієнти Пуасона для матеріалів плити і кулі; E_1, E_2 – модулі пружності відповідно матеріалів плити і кулі.

Для A_{mn} і B_{mn} із рівнянь (9) отримаємо значення

$$A_{mn} = \frac{4}{a \cdot b} \cdot \frac{k' \cdot G}{\rho^2 \cdot I} \cdot \left[1 + \frac{D}{k' \cdot G \cdot h} \cdot \frac{\pi^2}{a^2} \cdot C_{mn} + \frac{\rho I p^2}{k' \cdot G \cdot h} \right] \times \\ \times \frac{p}{\Delta_1(p)} \cdot \sin \frac{m\pi x_1}{a} \cdot \sin \frac{n\pi y_1}{b};$$

$$B_{mn} = \frac{4}{a \cdot b} \cdot \frac{k' \cdot G}{\rho^2 \cdot I} \cdot \frac{\pi^2}{a^2} \cdot C_{mn} \cdot \frac{P}{\Delta_1(p)} \times \\ \times \sin \frac{m\pi x_1}{a} \cdot \sin \frac{n\pi y_1}{b} \quad (12)$$

$$\Delta(p) = p^4 + \frac{k' \cdot G \cdot h}{\rho \cdot I} \cdot p^2 \times \\ \times \left[1 + \frac{\pi^2 \cdot h^2}{12a^2} \cdot C_{mn} \cdot S + \frac{\pi^4}{a^4} \cdot C_{mn}^2 \cdot \frac{k' \cdot G \cdot D}{\rho^2 \cdot I} \right], \quad (13)$$

$$\text{де } S = 1 + \frac{1}{k' \cdot (1-\nu)}.$$

Рівняння (13) вирішувались методом чисельного інтегрування по алгоритму, розробленому авторами. Графічне рішення для випадку навантаження гумової квадратної плити $a = b = 0,5$ м мольною кулею $R = 0,05$ м наведено на рис. 1.

Висновок

Аналіз рішень показує, що максимальна сила контакту і контактне впровадження розрахованих з урахуванням хвильових процесів для гумових плит на 10–15 % перевищує значення цих показників, отриманих на підставі класичних методів.

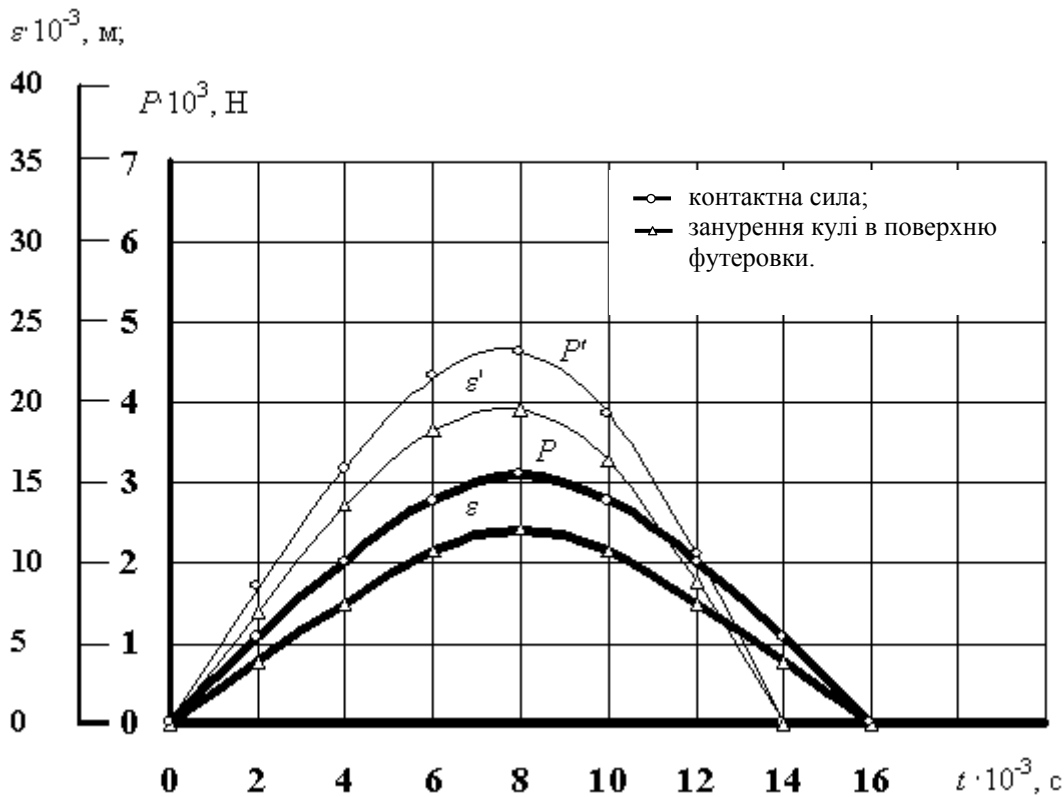


Рис. 1. Графічний аналіз рішення ударної взаємодії мольної кулі з гумовою плитою: товщина плити $h = 0,02$ м, швидкість удару $V = 4$ м/с:
 — з урахуванням хвильових процесів;
 — без урахування хвильових процесів

Отримані залежності можуть бути використані при проектуванні футерувальних елементів за умови забезпечення їх механічної міцності під дією ударного навантаження молоткових куль.

Література

1. Настоящий В.А. Определение динамических нагрузок оболочковых резиновых футеровок в мельницах 1 стадии измельчения. – В кн.: Физическое моделирование технологических процессов Норильского горно-металлургического промышленного комплекса. – Норильск, 1982. – С. 105–111.
2. Настоящий В.А. Выбор параметров и разработка конструкций резиновых футеровок большемерных рудоразмольных мельниц:

Дис... канд. техн. наук: 05.05.06. – Кировоград, 1985. – 181 с.

3. Основы динамического расчета резиновых оболочковых футеровок рудоразмольных мельниц / А.А. Тарасенко, В.А. Настоящий, Е.Ф. Чижик и др. – В кн.: Вопросы механики резиновых конструкций тяжелых горно-металлургических машин. – Днепропетровск, 1983. – С. 45–50.
4. Филипов А.П. Колебания деформируемых систем. – М.: Машиностроение, 1970. – 730 с.
5. Александров В.Е., Соколинский В.Б. Прикладная теория и расчеты ударных систем. – М.: Наука, 1969. – 198 с.

Рецензент: В.В. Нічке, професор, д.т.н., ХНАДУ.

Стаття надійшла до редакції 1 березня 2005 р.