

Міністерство освіти і науки України
Центральноукраїнський національний технічний університет
Факультет автоматики та енергетики
Кафедра автоматизації виробничих процесів

КІБЕРФІЗИЧНІ СИСТЕМИ ОРІЄНТАЦІЇ ТА НАВІГАЦІЇ РУХОМИХ ОБ'ЄКТІВ

Методичні вказівки до виконання практичних занять
з курсу: «Кіберфізичні системи орієнтації та навігації рухомих об'єктів»
для аспірантів 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»

Міністерство освіти і науки України
Центральноукраїнський національний технічний університет
Факультет автоматики та енергетики
Кафедра автоматизації виробничих процесів

КІБЕРФІЗИЧНІ СИСТЕМИ ОРІЄНТАЦІЇ ТА НАВІГАЦІЇ РУХОМИХ ОБ'ЄКТІВ

Методичні вказівки до виконання практичних занять

з курсу: «Кіберфізичні системи орієнтації та навігації рухомих об'єктів»
для аспірантів 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»

Затверджена

на засіданні кафедри АВП

протокол № 5 від 01.11.2021 р.

Кропивницький 2021

Кіберфізичні системи орієнтації та навігації рухомих об'єктів. Методичні вказівки до виконання практичних занять з курсу: «Кіберфізичні системи орієнтації та навігації рухомих об'єктів» для аспірантів 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» / Укл. : В.А. Зозуля.- Кропивницький: ЦНТУ, 2021. – 42с.

Укладачі: В.А. Зозуля - к.т.н, доцент кафедри АВП

Рецензент: С.І. Осадчий– д.т.н., професор АВП

Центральноукраїнський національний технічний університет, 2021р.

ЗМІСТ

1. Практичне заняття №1. Синтез системи стабілізації судна по курсу з заданим якістю перехідного процесу	5
2. Практичне заняття № 2. Дослідження точності визначення кутів орієнтації рухомого об'єкта з використанням безплатформенної інерціальної вертикалі	13
3. Практичне заняття №3. Синтез регулятора для системи управління пружним об'єктом	26
4. Практичне заняття №4. Синтез алгоритму екстраполяції вузько смуговими випадкового сигналу	35
5. Література	42

Практичне заняття №1. СИНТЕЗ СИСТЕМИ СТАБІЛІЗАЦІЇ СУДНА ПО КУРСУ З ЗАДАНИМ ЯКІСТЮ ПЕРЕХІДНОГО ПРОЦЕСУ

Мета роботи: вивчення процедури параметричного синтезу законів управління з завданням допустимого «коридору» для перехідної характеристики.

1.1. Теоретичні відомості до практичного заняття

Практичне заняття присвячене синтезу регулятора для нелінійної системи управління з заданою якістю перехідного процесу. Даний підхід до синтезу ґрунтується на цілеспрямованому пошуку таких значень параметрів, що настроюються в законі управління, щоб траєкторії руху динамічної системи не виходили за межі заданих областей («коридорів») [5]. Істота підходу полягає в мінімізації деякої цільової функції, яка визначає міру виходу досліджуваної траєкторії за межі «коридору». Якщо визначити цю функцію таким чином, щоб її нульове значення відповідало торканню траєкторії кордонів допустимих областей, то можливість розв'язання задачі синтезу буде визначатися наявністю непозитивних значень функції.

Описаний підхід до параметричного синтезу законів управління реалізований в математичній середовищі Matlab Simulink в формі пакета прикладних програм NCD-blockset. Це інструментальне засіб дозволяє задавати межі допустимого «коридору» в візуальному режимі, забезпечує обчислення заходи виходу за його межі, здійснює запуск чисельного методу розв'язання оптимізаційної задачі і знаходить її рішення, якщо воно існує.

Розглянемо методику використання пакета NCD-blockset на прикладі синтезу системи стабілізації морського судна за курсом (авторульового). Укрупненню структурна схема системи представлена на рис. 1.1, на якому позначені: ПУ - пристрій управління (регулятор), ВП - виконавчий пристрій (рульовий привід), ОУ - об'єкт управління (судно); K_3 - задане значення курсу, K - поточне значення курсу, $\psi = K_3 - K$ - відхилення курсу від заданого значення (помилка регулювання), u - сигнал управління, β - кут перекладки керма;

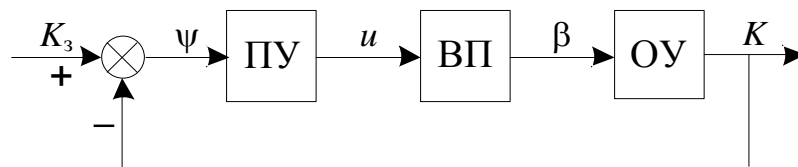


Рисунок 1.1. Структурна схема авторульового

Для спрощеного опису руху судна (без урахування зовнішніх збурень) будемо використовувати нелінійне диференціальне рівняння другого порядку в формі Номото [6]:

$$\tau_1 \tau_2 \ddot{\omega} + (\tau_1 + \tau_2) \dot{\omega} + \omega + c_2 \omega |\omega| + c_3 \omega^3 = k_1 \beta + k_1 \tau_3 \dot{\beta}, \quad (1.1)$$

де $\omega = \dot{\psi}$ – кутова швидкість зміни курсу.

В окремому випадку, якщо квадратичним і кубічним складовими в рівнянні (1.1) можна знехтувати, система стабілізації стає лінійною з передавальною функцією (від β до ψ)

$$W_{OY}(s) = \frac{k_1(1 + \tau_3 s)}{s(1 + \tau_1 s)(1 + \tau_2 s)}.$$

Стале значення кутової швидкості $\bar{\omega}$ при постійному куті перекладки керма можна отримати, прирівнявши нулю всі похідні в рівнянні (1.1):

$$\bar{\omega} + c_2 \bar{\omega} |\bar{\omega}| + c_3 \bar{\omega}^3 = k_1 \beta. \quad (1.2)$$

Вираз (1.2) визначає залежність $\bar{\omega}(\beta)$, графічне представлення якої називається діаграмою поворотності (рис. 1.2).

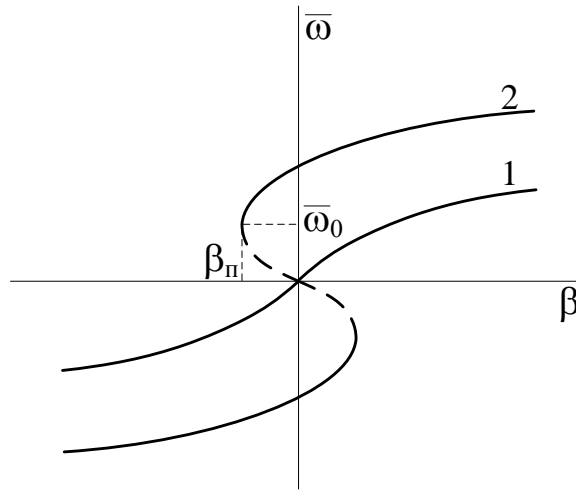


Рисунок 1.2. діаграми повороткості

Характер діаграми повороткості залежить від стійкості судна на курсі, яка визначається знаками коефіцієнтів в рівнянні (1.1). Коли судно теоретично стійко на курсі, всі коефіцієнти в цьому рівнянні є позитивними (крива 1). Якщо судно не має стійкості прямолінійного руху, то $\tau_1 < 0$, $k_1 < 0$, $c_2 \leq 0$, а $\tau_2 > 0$, $\tau_3 > 0$ (крива 2). Знак c_3 залежить не тільки від стійкості судна, але і від виду діаграми повороткості при великих перекладки керма [6]. З досвіду судноводіння слід [7], що при $c_2 \leq 0$ значення $|\bar{\omega}| < |\bar{\omega}_0|$ у судів нестійкі і можуть бути отримані тільки в результаті деякого процесу регулювання руху. Тому на рис. 1.2 крива на даній ділянці зображена штриховою лінією. При цьому зміна кутової швидкості на граничних кутах зворотного повороткості $\pm\beta_n$ відбувається не плавно, а стрибком, в результаті чого залежність $\bar{\omega}(\beta)$ набуває вигляду петлі гістерезису.

Для аналізу математичної моделі руху судна по курсу перейдемо від диференціального рівняння (1.1) до опису системи в просторі станів:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + b_1\beta, \\ \dot{x}_2 &= -\frac{\tau_1 + \tau_2}{\tau_1\tau_2}x_2 - \frac{1}{\tau_1\tau_2}x_1 - \frac{c_2}{\tau_1\tau_2}x_1|x_1| - \frac{c_3}{\tau_1\tau_2}x_1^3 + b_2\beta, \\ \dot{x}_3 &= x_1. \end{aligned} \quad (1.3)$$

У даній моделі кутової швидкості ω відповідає змінна стану x_1 , а розі ψ - змінна стану x_3 . Коефіцієнти $b_{1,2}$ визначаються з співвідношень [1]:

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{k_1\tau_3}{\tau_1\tau_2}, \\ b_2 &= k_1 \frac{\tau_1\tau_2 - \tau_1\tau_3 - \tau_2\tau_3}{\tau_1^2\tau_2^2}. \end{aligned}$$

Робота системи стабілізації курсу вважається задовільною, коли судно досить швидко і з малим перерегулюванням виходить на заданий курс і стабілізується на ньому з високою точністю утримання (малим ризиканням). Забезпечити виконання вимог швидкодії і малої коливальності можливо при використанні пропорційно-інтегрально-диференціального закону управління (ПІД-регулятора) [6, 7]:

$$u = k_i \psi + k_d \dot{\psi} + k_e \int \psi dt, \quad (1.4)$$

де k_n, k_d, k_i – коефіцієнти регулятора. При цьому управління по інтегралу від кутового неузгодженості забезпечує нульову статичну помилку регулювання, а управління з похідною служить для демпфірування власних коливань системи [5, 6].

Висловом (1.4) відповідає передавальна функція регулятора

$$W_{ПВ}(s) = k_n + k_d s + k_i / s.$$

Оскільки використання інтегральної складової в законі управління не сприяє поліпшенню якості перехідного процесу, її доцільно включати тільки в режимі стабілізації. Тому при відхиленнях курсу від заданого значення на величину 5° і більш вважатимемо $k_i = 0$.

Управління u відпрацьовується рульовим приводом, математичну модель якого приймемо у вигляді [7]

$$\begin{aligned} \varepsilon &= u - \beta, \\ \bar{\varepsilon} &= (\varepsilon - \delta_{\min} \operatorname{sign} \varepsilon) \cdot \Phi(|\varepsilon| - \delta_{\min}), \\ \dot{\beta} &= \operatorname{sat}(\bar{\varepsilon} / \tau_4, \dot{\delta}_{\max}) \cdot \Phi(\delta_{\max} - |\beta|), \end{aligned} \quad (1.5)$$

де δ_{\min} – мінімальний кут перекладки керма, відпрацьовується приводом (половина ширини зони нечутливості), δ_{\max} – максимальний кут перекладки керма, $\dot{\delta}_{\max}$ – максимальна швидкість перекладки керма, τ_4 – постійна часу приводу; $\operatorname{sat}(x, x_{\max})$ – функція насичення:

$$\operatorname{sat}(x, x_{\max}) = \begin{cases} x, & |x| \leq x_{\max}, \\ x_{\max}, & x > x_{\max}, \\ -x_{\max}, & x < -x_{\max}; \end{cases}$$

$\Phi(x)$ – одинична функція Хевісайда:

$$\Phi(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

При $\delta_{\min} \leq u \leq \delta_{\max}$, $|\dot{u}| \leq \dot{\delta}_{\max}$ система (1.5) допускає лінеаризоване уявлення:

$$\dot{\beta} = (u - \beta) / \tau_4,$$

що дозволяє розглядати привід як аперіодична ланка першого порядку з передавальною функцією

$$W_{ВП}(s) = \frac{1}{1 + \tau_4 s}.$$

Однак в тому випадку, коли зазначені умови не виконуються, істотну роль відіграють властиві рульовому приводу нелінійності типу насичення і нечутливості. Перше з зазначених властивостей приводу проявляється в перехідному режимі системи управління, друге - в режимі стабілізації.

Задамо «коридор» для перехідної характеристики замкненої системи виходячи з гранично допустимих значень перерегулювання σ_m і тривалості перехідного процесу t_n (рис. 1.3). При цьому визначимо тривалість перехідного процесу як час, після закінчення якого величина курсу вкладається в діапазон $\pm 2\%$ відносно заданого значення K_3 .

Завдання синтезу полягає в знаходженні таких значень коефіцієнтів регулятора k_n, k_d, k_i , щоб перехідна характеристика замкненої системи укладалася в допустимий «коридор». Інші параметри системи вважаються заданими.

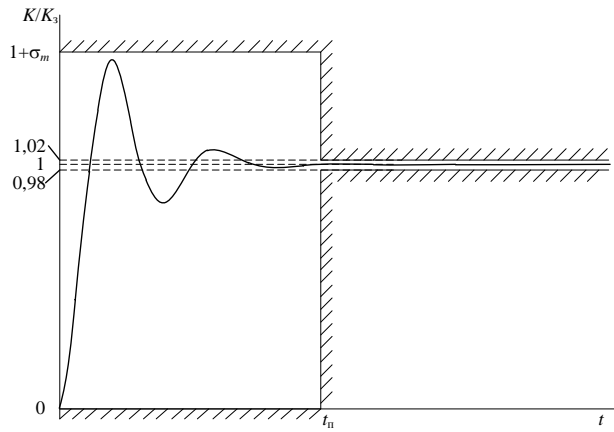


Рисунок 1.3. Допустимий «коридор» для перехідної характеристики

1.2. Опис програми моделювання

Практичне заняття виконується в середовищі Matlab 6.5 з використанням пакета Simulink.

Відповідно до рівняннями (1.3) - (1.5) формується Simulink-модель, показана на рис. 1.4. Поточним відхиленням курсу ψ від заданого значення K_3 є вихід блоку *Integrator2*, при цьому вхідний сигнал K_3 задається у вигляді початкової умови в блоці *Integrator2*.

Поточний курс (вхід блоку *Gain2*) формується як різниця між курсом заданим і величиною ψ : $K = K_3 - \psi$. Блок *Gain2* служить для нормування курсу до заданого значення з тією метою, щоб стало значення вхідного сигналу блоку *NCD Outport* було дорівнює одиниці.

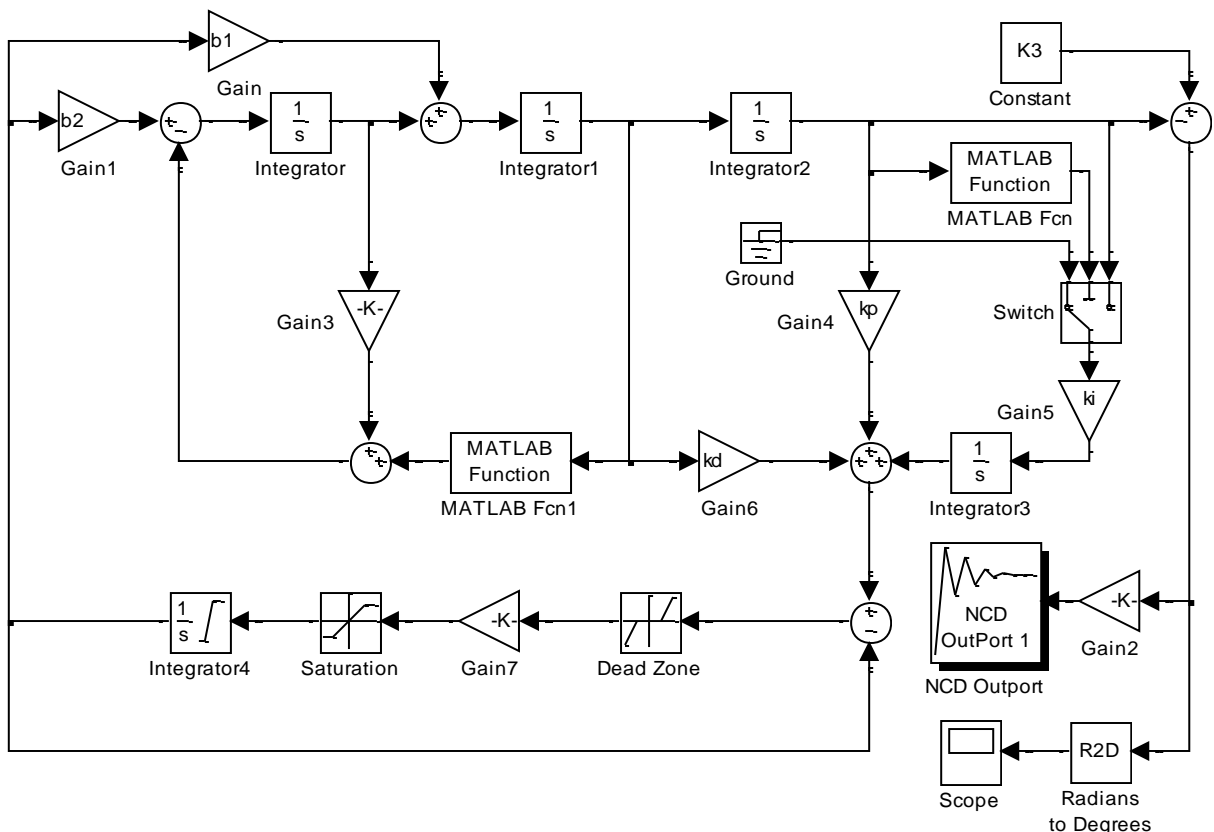


Рисунок 1.4. Модель досліджуваної системи в пакеті Simulink

У нульовий момент часу поточне значення курсу для визначеності приймається рівним нулю. При тому, що початкові умови для ψ ненульові ($\psi = K_3$), система управління буде прагнути звести до нуля значення $\psi = K_3 - K$, в результаті чого величина курсу змінюється від нуля до зада-

ного значення. Тим самим здійснюється маневр по курсу на величину K_3 , щодо первісного значення.

У блоці *NCD Output* задається припустимий «коридор» для перехідної характеристики. Після запуску процедури налаштування параметрів регулятора в графічній області відображається хід її виконання у вигляді початкового графіка перехідного процесу білого кольору і поточного змінюється графіка зеленого кольору. В цей же час в командному вікні Matlab відображаються поточні значення параметра, що набудовує і цільової функції оптимізації (функції штрафу). Після закінчення виконання процедури оптимальні значення параметрів, що змінних, відповідні кривой зеленого кольору, зберігаються в робочому просторі Matlab.

Відзначимо, що оскільки в пакеті *NCD-Blockset* використовується градієнтний метод пошуку мінімуму функції штрафу, потрапляння в точку глобального екстремуму не гарантовано, навіть якщо на заданих обмеженнях він в принципі можна досягти. В цьому випадку слід змінити початкове наближення для настроюваного параметра і повторити процедуру настройки.

1.3. Хід виконання практичного заняття

1. Отримати варіант завдання у викладача.
2. Запустити Matlab, створити новий mdl-файл.
3. Сформувані Simulink-модель відповідно до рис. 1.4. Ввести:
 - у блоці *Gain*
Gain: b1
 - у блоці *Constant*
Constant value: K_3
 - у блоці *Gain1*
Gain: b2
 - у блоках *Integrator*, *Integrator3*
Initial condition: 0
 - у блоці *Integrator1*
Initial condition: 0
(якщо судно стійко на курсі);
Initial condition: $1/c_2$
(якщо судно нестійко на курсі та $c_3 = 0$ або $\sqrt{|c_3|} \ll |c_2|$);
Initial condition: $-1/\sqrt{-c_3}$
(якщо судно нестійко на курсі та $c_2 = 0$)
 - у блоці *Integrator2*
Initial condition: K_3
 - у блоці *Gain2*
Gain: $1/K_3$
 - у блоці *MATLAB Fcn*
MATLAB Function: $\text{abs}(u)$
 - в блок *Gain3*
Gain: $(\tau_1 + \tau_2) / \tau_1 / \tau_2$
 - у блоці *Gain4*
Gain: k_p
 - у блоці *Switch*
Criteria for passing first input: $u_2 \geq \text{Threshold}$

- Threshold: $5 \cdot \pi / 180$
- у блоці *Gain5*
Gain: k_i
- у блоці *MATLAB Fcn1*
MATLAB Function: $1/\tau_1/\tau_2 \cdot (u + c_2 \cdot u \cdot \text{abs}(u) + c_3 \cdot u^3)$
- у блоці *Gain6*
Gain: k_d
- у блоці *Integrator4*
Initial condition: 0
 Limit output
Upper saturation limit: d_{\max}
Lower saturation limit: $-d_{\max}$
- у блоці *Saturation*
Upper limit: dd_{\max}
Lower limit: $-dd_{\max}$
- у блоці *Gain7*
Gain: $1/\tau_4$
- у блоці *Dead Zone*
Start of dead zone: $-d_{\min}$
End of dead zone: d_{\min}

Задаються початкові умови відповідають прямолінійного руху зі сталим курсом (для стійких судів) або руху з постійною швидкістю циркуляції (для нестійких судів).

4. У меню **Simulation** вибрати пункт **Simulation Parameters** і встановити час моделювання 300 с.

5. Створити m-файл відповідно:

```
% Початкові наближення для коефіцієнтів ПІД-регулятора
kpid = [-1    -0.01    -1];
kp = kpid(1);
ki = kpid(2);
kd = kpid(3);
% Параметри моделі судна
k1 = -0.13; % 1/с
tau1 = -60; % с
tau2 = 6; % с
tau3 = 15; % с
c2 = 0; % с
c3 = -700; % с^2
b1 = k1*tau3/tau1/tau2;
b2 = k1*(tau1*tau2 -tau1*tau3 - tau2*tau3)/tau1^2/tau2^2;
% Параметри рульового приводу
dmin = 0.4*pi/180; % межа зони нечутливості приводу, рад
dmax = 35*pi/180; % максимальний кут переключки керма, рад
ddmax = 4*pi/180; % максимальна швидкість переключки керма, рад/с
tau4 = 0.3; % постійна часу приводу, с
K3 = 90*pi/180; % відхилення курсу заданого, рад
```

Ввести значення параметрів відповідно до варіанта завдання (табл. 1.1), звертаючи увагу на їх розмірності.

Таблиця 1.1. Варіанти завдань

Варіант	$k_1,$ c^{-1}	$\tau_1,$ с	$\tau_2,$ с	$\tau_3,$ с	$c_2,$ с	c_3, c^2	$\delta_{\min},$ град	$\delta_{\max},$ град	$\dot{\delta}_{\max},$ град/с	$\tau_4,$ с	$K_3,$ град	$\sigma_m,$ %	$t_n,$ с
1	0,03	10	1	2	20	20	0,5	35	2	0,3	60	5	100
2	0,05	20	2	5	35	0	0,3	25	3	0,3	60	10	90
3	0,1	30	3	7	20	40	0,4	35	4	0,25	90	10	60
4	-0,1	-40	4	10	0	-900	0,3	35	3	0,4	90	10	90
5	-0,12	-50	5	10	-50	10	0,3	35	3	0,3	90	10	90
6	-0,13	-60	6	15	0	-700	0,4	35	4	0,3	90	20	75
7	-0,15	-70	7	20	-50	0	0,3	25	2	0,4	90	20	90

6. Повернутися в вікно створеної Simulink-моделі. Подвійним клацанням миші на блоці NCD Outputp розкрити графічне вікно, представлене на рис. 1.5.



Рисунок 1.5. Графічне вікно блоку *NCD Output*

7. Увійти в меню **Options**, вибрати пункт **Time Range...** і встановити значення $t_{\max} = 300$ с.

8. Побудувати «коридор», в межах якого повинен знаходитися вихідний сигнал досліджуваної системи, відповідно до заданих величинами перерегулювання σ_m і тривалості перехідного процесу t_n . Це можна зробити, пересуваючи червоні лінії, які є межами «коридору», за допомогою миші. Крім того, місце розташування цих ліній можна встановити точно (не в візуальному режимі) за допомогою діалогової панелі **Constraint Editor**, що виникає при натисканні правою кнопкою миші по червоній лінії. Як приклад на рис. 1.6 приведений вид допустимого «коридору», відповідний перерегулювання 10% і тривалості перехідного процесу 60с. Положення кордонів при цьому задається у вигляді [0 -0.01 60 -0.01]; [0 1.1 60 1.1]; [60 0.98 300 0.98]; [60 1.02 300 1.02]. Невелике від'ємне значення координати місця розташування найнижчій за межі «коридору» задається для «полегшення» процедури налаштування, так як в протилежному випадку (при встановленні нижньої межі точно на нульовому рівні) в момент часу, рівний нулю, перехідна характеристика неминуче стосується нижньої межі «коридору», в зв'язку з чим функція штрафу позбавляється можливості приймати негативні значення.

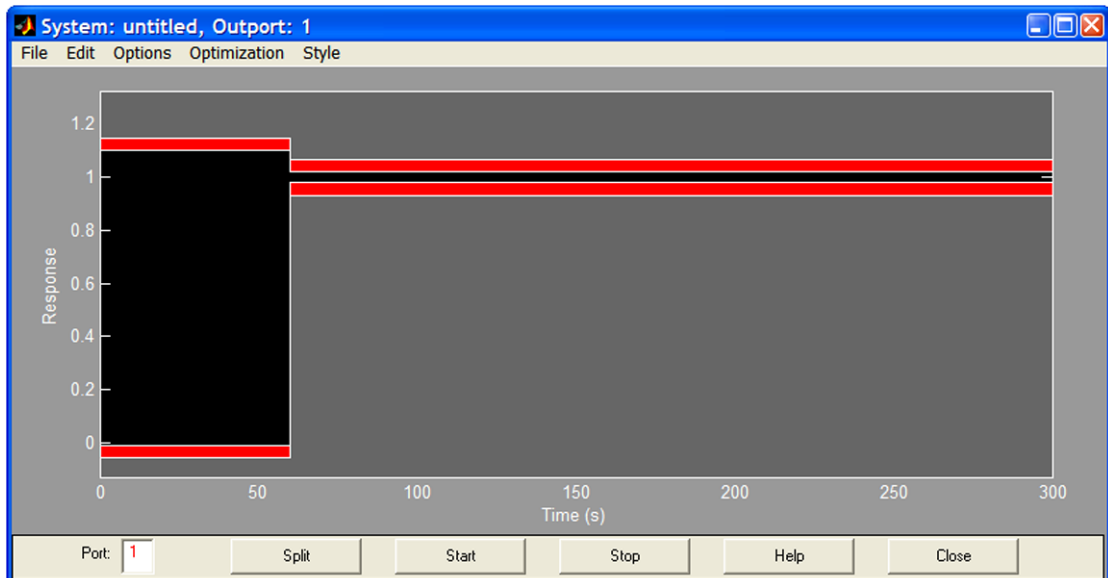


Рисунок 1.6. Побудова допустимого «коридору» для перехідної характеристики

9. У вікні створеного mdl-файлу увійти в меню **Simulation Parameters** і встановити час моделювання, рівне t_{\max} .

10. У блоці *NCD Outport* увійти в меню **Optimization**, вибрати пункт **Parameters...**, ввести:

Tunable Variables: kp kd ki
 Lower bounds: -100 -100 -0.1
 Upper bounds: 0 0 -0.001
 Discretization Interval: 1
 Variable Tolerance: 0.01
 Constraint Tolerance: 0.01

- Display optimization information
- Stop optimization as soon as the constraints are achieved
- Compute gradients with better accuracy (slower)

Зафіксувати введені значення натисканням кнопки **Done**.

11. Запустити процедуру настройки коефіцієнтів регулятора, натиснувши віртуальну кнопку **Start**.

12. Спостерігати розвиток процесу настройки коефіцієнтів зі зміни кривої перехідної характеристики (рис. 1.7). Одночасно контролювати хід зміни значення функції штрафу $\text{MAX}\{g\}$ (максимального виходу кривої перехідного процесу за межі «коридору»), яка відображається в командному вікні Matlab.

13. Переконатися в завершенні процедури налаштування по появі повідомлення "Optimization Converged Successfully" в командному вікні Matlab.

14. Ввести в командному вікні Matlab

```
>> [kp ki kd]
```

і зафіксувати отримані значення параметрів, що змінних.

15. У разі якщо значення $\text{MAX}\{g\}$, відповідне останньої ітерації, виявилось негативним (або рівним нулю), вважати задачу синтезу дозволеною, а отримані значення параметрів, що змінних - значеннями коефіцієнтів регулятора k_p , k_i , k_d .

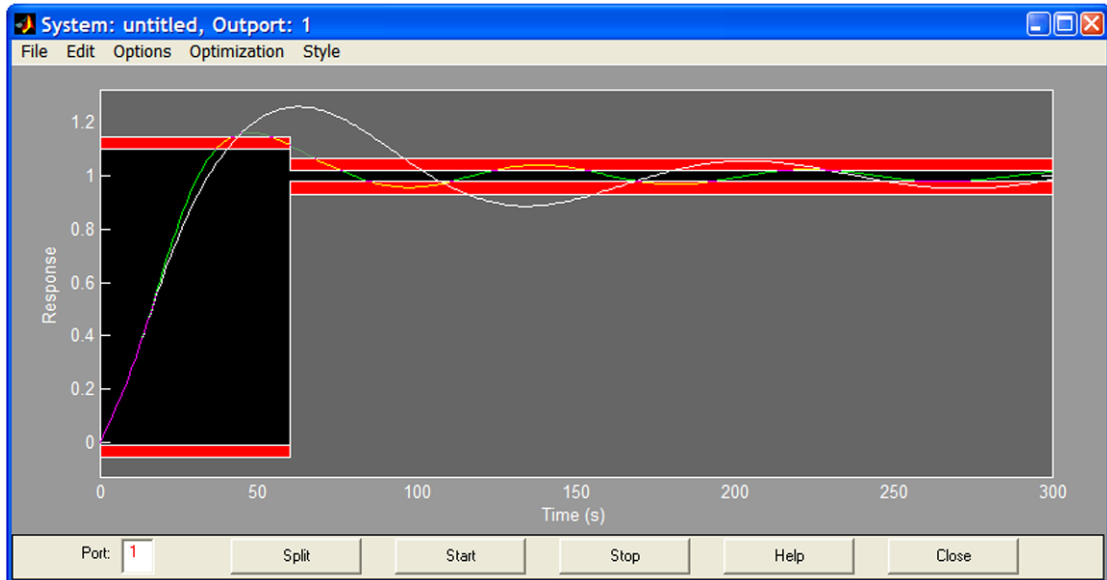


Рисунок 1.7. Відображення ходу процесу визначення параметрів, що змінних

В іншому випадку відкоригувати початкові наближення (як правило, слід на 10-20% збільшити за модулем величину k_d по відношенню до отриманого значення), ввівши нове наближення в командному рядку Matlab ($k_d = \dots$), і повторити процедуру синтезу, починаючи з п. 11.

16. У вікні mdl-файлу натиснути кнопку **Start Simulation**. Подвійним клацанням миші на блоці Scope розкрити вікно зі споруджуваним графіком перехідного процесу. Змінивши масштаб графіка, визначити амплітуду нишпорення в режимі стабілізації.

1.4. Контрольні питання

1. Поясніть суть процедури визначення параметрів, що змінних з використанням пакета *NCD-Blockset*.
2. Поясніть процедуру лінеаризації моделі об'єкта управління.
3. Поясніть процедуру лінеаризації моделі рульового приводу.
4. Нелінійності якого виду характерні для рульового приводу? Яким чином вони проявляються в даній системі?
5. Запишіть передавальну функцію замкненої лінеарізованої системи.
6. Яким чином забезпечується астатизм в даній системі?
7. Чи є використовуваний в системі регулятор лінійним? Чому?
8. Чому дорівнює стале значення вхідного сигналу блоку *NCD Outport*? Чому?
9. Як за графіком перехідною характеристики визначити перерегулювання і тривалість перехідного процесу?
10. У схемі на рис. 1.4 покажіть точки, де можна спостерігати сигнали $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$, $u(t)$, $\beta(t)$.

Практичне заняття № 2. ДОСЛІДЖЕННЯ ТОЧНОСТІ ВИЗНАЧЕННЯ КУТІВ ОРІЄНТАЦІЇ РУХОМОГО ОБ'ЄКТА З ВИКОРИСТАННЯМ БЕЗПЛАТФОРМЕННОЇ ІНЕРЦІАЛЬНОЇ ВЕРТИКАЛІ

Мета роботи: ознайомлення з алгоритмом роботи безплатформенної інерційної вертикалі.

2.1. Теоретичні відомості до практичного заняття

Безплатформенна інерціальна вертикаль призначена для вироблення кутів орієнтації маневрених об'єктів (МО). Основою вертикалі є вимірювальний блок, що містить три лінійних акселерометра, що вимірюють складові удаваного прискорення, і три датчика кутової швидкості (ДУШ), що вимірюють складові кутової швидкості обертання. Вихідні сигнали датчиків надходять безпо-

середньо в пристрій оцінювання (ПО), яке визначає миттєве напрямки осей чутливості акселерометрів в опорній системі координат. Укрупненню структурна схема системи представлена на рис. 2.1. Штриховими лініями на схемі позначені зв'язки, які далі будуть штучно введені для отримання математичної моделі, зручною при синтезі пристрою оцінювання.

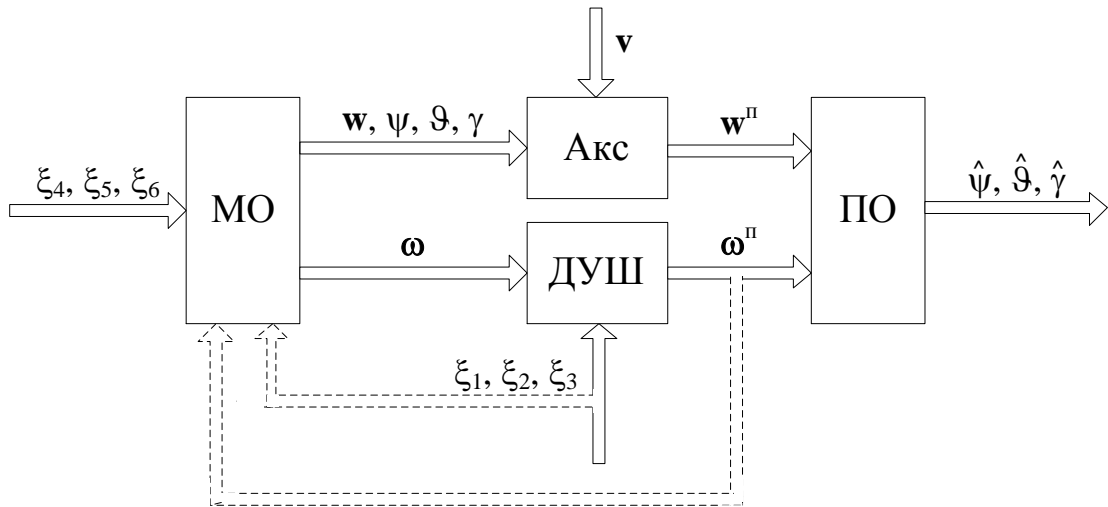


Рисунок 2.1. Структурна схема інерційної вертикалі

При побудові обчислювального алгоритму безплатформенної системи орієнтації приймемо за основу рівняння Пуассона [8], що описують зміну матриці напрямних косинусів

$$C = \begin{pmatrix} \cos \psi \cos \vartheta & \sin \vartheta & -\sin \psi \cos \vartheta \\ \sin \psi \sin \gamma - \cos \psi \sin \vartheta \cos \gamma & \cos \vartheta \cos \gamma & \cos \psi \sin \gamma + \sin \psi \sin \vartheta \cos \gamma \\ \sin \psi \cos \gamma + \cos \psi \sin \vartheta \sin \gamma & -\cos \vartheta \sin \gamma & \cos \psi \cos \gamma - \sin \psi \sin \vartheta \sin \gamma \end{pmatrix},$$

де ϑ – кут тангажу, ψ – кут рискання, γ – кут крену.

У матричній формі ці рівняння мають вигляд

$$\frac{dC^T}{dt} = C^T \omega, \quad (2.1)$$

де ω – кососімметрична матриця

$$\omega = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{pmatrix},$$

складена з проєкцій вектора кутової швидкості об'єкта на осі пов'язаної з ним системи координат.

Вираз (2.1) в скалярно формі являє собою наступну систему диференціальних рівнянь:

$$\dot{C}_{11} = C_{21}\omega_z - C_{31}\omega_y, \quad (2.2)$$

$$\dot{C}_{21} = C_{31}\omega_x - C_{11}\omega_z, \quad (2.3)$$

$$\dot{C}_{31} = C_{11}\omega_y - C_{21}\omega_x, \quad (2.4)$$

$$\dot{C}_{12} = C_{22}\omega_z - C_{32}\omega_y, \quad (2.5)$$

$$\dot{C}_{22} = C_{32}\omega_x - C_{12}\omega_z, \quad (2.6)$$

$$\dot{C}_{32} = C_{12}\omega_y - C_{22}\omega_x, \quad (2.7)$$

$$\dot{C}_{13} = C_{23}\omega_z - C_{33}\omega_y, \quad (2.8)$$

$$\dot{C}_{23} = C_{33}\omega_x - C_{13}\omega_z, \quad (2.9)$$

$$\dot{C}_{33} = C_{13}\omega_y - C_{23}\omega_x. \quad (2.10)$$

Очевидно, що кожна трійка рівнянь Пуассона (2.2) - (2.4), (2.5) - (2.7) і (2.8) - (2.10) інтегрується незалежно від інших. При цьому знаходження дев'яти напрямних косинусів дасть надлишкову інформацію для визначення параметрів орієнтації, тому на практиці в бортових обчислювачах інтегрують не всі дев'ять рівнянь, а тільки ту їх частину, яка дозволяє найбільш простим шляхом обчислити кути орієнтації. Далі обмежимося розглядом рівнянь (2.5) - (2.10) з початковими умовами

$$C_{12}(0) = \sin \vartheta_0,$$

$$C_{22}(0) = \cos \vartheta_0 \cos \gamma_0,$$

$$C_{32}(0) = -\cos \vartheta_0 \sin \gamma_0,$$

$$C_{13}(0) = -\sin \psi_0 \cos \vartheta_0,$$

$$C_{23}(0) = \cos \psi_0 \sin \gamma_0 + \sin \psi_0 \sin \vartheta_0 \cos \gamma_0,$$

$$C_{33}(0) = \cos \psi_0 \cos \gamma_0 - \sin \psi_0 \sin \vartheta_0 \sin \gamma_0.$$

Тут $\vartheta_0, \psi_0, \gamma_0$ – початкові кути орієнтації.

Відсутні елементи матриці напрямних косинусів можна визначити з співвідношень

$$C_{11} = C_{22}C_{33} - C_{23}C_{32}, \quad (2.11)$$

$$C_{21} = C_{13}C_{32} - C_{12}C_{33}, \quad (2.12)$$

$$C_{31} = C_{12}C_{23} - C_{13}C_{22}. \quad (2.13)$$

Тоді параметри орієнтації обчислюються за формулами

$$\vartheta = \arctg \frac{C_{12}}{\sqrt{C_{22}^2 + C_{32}^2}}, \quad \psi = -\arctg \frac{C_{13}}{C_{11}}, \quad \gamma = -\arctg \frac{C_{32}}{C_{22}}.$$

З формул (2.2) - (2.10) випливає, що для обчислення параметрів орієнтації необхідне знання складових кутової швидкості обертання об'єкта. Така інформація надходить з виходів ДУШ з точністю до помилок вимірювань:

$$\omega_x = \omega_x^n + \omega_x^{\partial p}, \quad \omega_y = \omega_y^n + \omega_y^{\partial p}, \quad \omega_z = \omega_z^n + \omega_z^{\partial p},$$

де $\omega_x^n, \omega_y^n, \omega_z^n$ – виміряні (приладові) значення складових кутової швидкості обертання, що є входами досліджуваної динамічної системи; $\omega_x^{\partial p}, \omega_y^{\partial p}, \omega_z^{\partial p}$ – кутові швидкості дрейфу ДУШ. Методичні помилки ДУШ вважатимемо тут зневажливо малими.

Таким чином, система рівнянь відносно напрямних косинусів C_{ij} прийме наступний вигляд:

$$\dot{C}_{12} = C_{22}\omega_z^n + C_{22}\omega_z^{\partial p} - C_{32}\omega_y^n - C_{32}\omega_y^{\partial p}, \quad (2.14)$$

$$\dot{C}_{22} = C_{32}\omega_x^n + C_{32}\omega_x^{\partial p} - C_{12}\omega_z^n - C_{12}\omega_z^{\partial p}, \quad (2.15)$$

$$\dot{C}_{32} = C_{12}\omega_y^n + C_{12}\omega_y^{\partial p} - C_{22}\omega_x^n - C_{22}\omega_x^{\partial p}, \quad (2.16)$$

$$\dot{C}_{13} = C_{23}\omega_z^n + C_{23}\omega_z^{\partial p} - C_{33}\omega_y^n - C_{33}\omega_y^{\partial p}, \quad (2.17)$$

$$\dot{C}_{23} = C_{33}\omega_x^n + C_{33}\omega_x^{\partial p} - C_{13}\omega_z^n - C_{13}\omega_z^{\partial p}, \quad (2.18)$$

$$\dot{C}_{33} = C_{13}\omega_y^n + C_{13}\omega_y^{\partial p} - C_{23}\omega_x^n - C_{23}\omega_x^{\partial p}. \quad (2.19)$$

Кутові швидкості дрейфу $\omega_x^{\partial p}$, $\omega_y^{\partial p}$, $\omega_z^{\partial p}$ вважатимемо центрованими експоненціально корельованими випадковими процесами з середньоквадратическими відхиленнями σ_1 , σ_2 , σ_3 і постійними часу кореляції T_1 , T_2 , T_3 відповідно. Рівняння формують фільтрів для таких процесів мають вигляд [2, 9]

$$\dot{\omega}_x^{\partial p} = -T_1^{-1}\omega_x^{\partial p} + \sqrt{2T_1^{-1}}\sigma_1\xi_1, \quad (2.20)$$

$$\dot{\omega}_y^{\partial p} = -T_2^{-1}\omega_y^{\partial p} + \sqrt{2T_2^{-1}}\sigma_2\xi_2, \quad (2.21)$$

$$\dot{\omega}_z^{\partial p} = -T_3^{-1}\omega_z^{\partial p} + \sqrt{2T_3^{-1}}\sigma_3\xi_3, \quad (2.22)$$

де ξ_i – некорельовані один з одним центровані білі шуми одиничної інтенсивності.

Складові абсолютного прискорення об'єкта w_{gx} , w_{gy} , w_{gz} також представимо у вигляді зосереджених експоненціально корельованих випадкових процесів зі середньоквадратическими відхиленнями σ_{gx} , σ_{gy} , σ_{gz} і постійними часу кореляції T_{gx} , T_{gy} , T_{gz} відповідно:

$$\dot{w}_{gx} = -T_{gx}^{-1}w_{gx} + \sqrt{2T_{gx}^{-1}}\sigma_{gx}\xi_4, \quad (2.23)$$

$$\dot{w}_{gy} = -T_{gy}^{-1}w_{gy} + \sqrt{2T_{gy}^{-1}}\sigma_{gy}\xi_5, \quad (2.24)$$

$$\dot{w}_{gz} = -T_{gz}^{-1}w_{gz} + \sqrt{2T_{gz}^{-1}}\sigma_{gz}\xi_6. \quad (2.25)$$

Вихідні сигнали акселерометрів w_x^n , w_y^n , w_z^n будуть являти собою зашумлені вимірювання здаються прискорень в проекціях на їх осі чутливості. При русі об'єкта з постійною швидкістю

$$w_x^i = w_{gx}C_{11} + (w_{gy} + g)C_{12} + w_{gz}C_{13} + v_1, \quad (2.26)$$

$$w_y^i = w_{gx}C_{21} + (w_{gy} + g)C_{22} + w_{gz}C_{23} + v_2, \quad (2.27)$$

$$w_z^i = w_{gx}C_{31} + (w_{gy} + g)C_{32} + w_{gz}C_{33} + v_3, \quad (2.28)$$

де v_j – некорельовані один з одним і з ξ_i центровані білі шуми з заданими інтенсивностями R_j ; g – прискорення сили тяжіння.

Диференціальні рівняння (2.14) - (2.25) і алгебраїчні рівняння (2.26) - (2.28) являють собою модель динамічної системи, яка може бути записана у векторно-матричній формі:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) + \mathbf{B}\xi, \quad (2.29)$$

$$\mathbf{z} = \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \mathbf{v}, \quad (2.30)$$

де $\mathbf{x} = (C_{12} \ C_{22} \ C_{32} \ C_{13} \ C_{23} \ C_{33} \ \omega_x^{\partial p} \ \omega_y^{\partial p} \ \omega_z^{\partial p} \ w_{gx} \ w_{gy} \ w_{gz})^T$ – вектор стану; $\mathbf{z} = (w_x^n \ w_y^n \ w_z^n)^T$ – вектор вимірювань; $\mathbf{u} = (\omega_x^n \ \omega_y^n \ \omega_z^n)^T$ – вектор вхідних сигналів; $\xi = (\xi_1 \ \xi_2 \ \xi_3 \ \xi_4 \ \xi_5 \ \xi_6)^T$ – вектор збурень; $\mathbf{v} = (v_1 \ v_2 \ v_3)^T$ – вектор шумів вимірювань; \mathbf{B} – матриця збурень розмірності 12×3 , ненульові елементи якої рівні

$$B_{7,1} = \sqrt{2T_1^{-1}}\sigma_1, \quad B_{8,2} = \sqrt{2T_2^{-1}}\sigma_2, \quad B_{9,3} = \sqrt{2T_3^{-1}}\sigma_3, \\ B_{10,4} = \sqrt{2T_{gx}^{-1}}\sigma_{gx}, \quad B_{11,5} = \sqrt{2T_{gy}^{-1}}\sigma_{gy}, \quad B_{12,6} = \sqrt{2T_{gz}^{-1}}\sigma_{gz}.$$

Компоненти вектор-функції $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ матимуть вигляд

$$f_1(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = x_2x_9 - x_3x_8 + x_2u_3 - x_3u_2, \\ f_2(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = x_3x_7 - x_1x_9 + x_3u_1 - x_1u_3,$$

$$f_3(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = x_1x_8 - x_2x_7 + x_1u_2 - x_2u_1,$$

$$f_4(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = x_5x_9 - x_6x_8 + x_5u_3 - x_6u_2,$$

$$f_5(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = x_6x_7 - x_4x_9 + x_6u_1 - x_4u_3,$$

$$f_6(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = x_4x_8 - x_5x_7 + x_4u_2 - x_5u_1,$$

$$f_7(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = -T_1^{-1}x_7,$$

$$f_8(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = -T_2^{-1}x_8,$$

$$f_9(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = -T_3^{-1}x_9,$$

$$f_{10}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = -T_{gx}^{-1}x_{10},$$

$$f_{11}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = -T_{gy}^{-1}x_{11},$$

$$f_{12}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = -T_{gz}^{-1}x_{12}.$$

Компоненти вектор-функції $h(\mathbf{x})$ будуть мати вигляд

$$h_1(\mathbf{x}) = x_{10}(x_2x_6 - x_3x_5) + (x_{11} + g)x_1 + x_{12}x_4,$$

$$h_2(\mathbf{x}) = x_{10}(x_3x_4 - x_1x_6) + (x_{11} + g)x_2 + x_{12}x_5,$$

$$h_3(\mathbf{x}) = x_{10}(x_1x_5 - x_2x_4) + (x_{11} + g)x_3 + x_{12}x_6.$$

Очевидно, функції $f(\mathbf{x}, \mathbf{u})$, $h(\mathbf{x})$ є нелінійними, тому що їх компоненти містять твори змінних стану. Тому для вирішення завдання фільтрації (оцінювання компонент вектора стану) будемо використовувати узагальнений нелінійний фільтр Калмана-Бьюси. Рівняння фільтра записуються у вигляді [9]

$$\hat{\dot{\mathbf{x}}} = f(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{u}) + \mathbf{K}(z - h(\hat{\mathbf{x}})), \quad (2.31)$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{P} \frac{\partial f(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{R}^{-1}, \quad (2.32)$$

$$\dot{\mathbf{P}} = \frac{\partial f(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{P} + \mathbf{P} \frac{\partial f^T(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{x}} - \mathbf{P} \frac{\partial h^T(\hat{\mathbf{x}})}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{R}^{-1} \frac{\partial h(\hat{\mathbf{x}})}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{P} + \mathbf{B}\mathbf{B}^T, \quad (2.33)$$

де $\hat{\mathbf{x}}$ – поточна оцінка вектора стану; \mathbf{P} – матриця ковариації вектора помилок $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$; \mathbf{R} – матриця інтенсивностей шумів вимірювань (діагональна матриця, складена з елементів R_j); \mathbf{K} – матричний коефіцієнт посилення фільтра.

Тут $\frac{\partial f(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{x}^T}$ являє собою матрицю виду

$$\frac{\partial f(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{x}^T} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_{12}} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_{12}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_{12}}{\partial x_1} & \frac{\partial f_{12}}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_{12}}{\partial x_{12}} \end{pmatrix},$$

обчислену в точці $\mathbf{x} = \hat{\mathbf{x}}$, а $\frac{\partial f^T(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{x}}$ – транспоновану матрицю. Аналогічно визначаються похі-

$$\text{дні } \frac{\partial h(\hat{\mathbf{x}})}{\partial \mathbf{x}^T}, \frac{\partial h^T(\hat{\mathbf{x}})}{\partial \mathbf{x}}.$$

В даному випадку

$$\frac{\partial f(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{x}^T} = \begin{pmatrix} 0 & x_9 + u_3 - x_8 - u_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -x_3 & x_2 & 0 & 0 & 0 \\ -x_9 - u_3 & 0 & x_7 + u_1 & 0 & 0 & 0 & x_3 & 0 & -x_1 & 0 & 0 & 0 \\ x_8 + u_2 - x_7 - u_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -x_2 & x_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x_9 + u_3 - x_8 - u_2 & 0 & -x_6 & x_5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -x_9 - u_3 & 0 & x_7 + u_1 & x_6 & 0 & -x_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_8 + u_2 - x_7 - u_1 & 0 & 0 & -x_5 & x_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -T_1^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -T_2^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -T_3^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -T_{gx}^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -T_{gy}^{-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -T_{gz}^{-1} \end{pmatrix},$$

$$\frac{\partial h(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} = \begin{pmatrix} x_{11} + g & x_6 x_{10} & -x_5 x_{10} & x_{12} & -x_3 x_{10} & x_2 x_{10} & 0 & 0 & 0 & x_2 x_6 & x_1 & x_4 \\ -x_6 x_{10} & x_{11} + g & x_4 x_{10} & x_3 x_{10} & x_{12} & -x_1 x_{10} & 0 & 0 & 0 & x_3 x_4 & x_2 & x_5 \\ x_5 x_{10} & -x_4 x_{10} & x_{11} + g & -x_2 x_{10} & x_1 x_{10} & x_{12} & 0 & 0 & 0 & x_1 x_5 & x_3 & x_6 \end{pmatrix}.$$

Початковими умовами для інтегрування рівнянь (2.31) - (2.33) є завжди апіорна оцінка вектора стану $\hat{\mathbf{x}}(0)$ і завжди апіорна матриця ковариації вектора помилок $\mathbf{P}(0) = \mathbf{P}_0$, де \mathbf{P}_0 - задана апіорна матриця ковариації вектора стану (діагональна матриця, що складається з дисперсій компонент вектора стану σ_{0i}^2). Оптимальною апіорної оцінкою вектора стану є його безумовне математичне сподівання, яке при малих кутах $\vartheta_0, \psi_0, \gamma_0$ будемо вважати приблизно рівним вектору $\hat{\mathbf{x}}(0) = (0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^T$. Діагональні елементи апіорної матриці ковариації \mathbf{P}_0 визначимо як

$$\begin{aligned} \sigma_{01}^2 &= \sigma_{02}^2 = \sigma_{03}^2 = \sigma_{04}^2 = \sigma_{05}^2 = 10^{-4}; \\ \sigma_{06}^2 &= 10^{-6}; \sigma_{07}^2 = \sigma_1^2; \sigma_{08}^2 = \sigma_2^2; \sigma_{09}^2 = \sigma_3^2; \\ \sigma_{010}^2 &= \sigma_{gx}^2; \sigma_{011}^2 = \sigma_{gy}^2; \sigma_{012}^2 = \sigma_{gz}^2. \end{aligned}$$

2.2 Опис програми моделювання

Практичне заняття виконується в середовищі Matlab 6.5 з використанням пакета Simulink.

Для аналізу точності оцінювання кутів орієнтації формується Simulink-модель в відповідно до рис. 2.2. Моделі блоків *Object* (об'єкт) і *Kalman Filter* (фільтр Калмана), сформовані як підсистеми (блоки типу *Subsystem*) відповідно до рівняннями (2.14) - (2.25) і (2.31) - (2.33), показані на рис. 2.3 і 2.4 відповідно.

Вихідні дані і початкові умови для інтегрування систем диференціальних рівнянь розміщуються в m-файлі.

Збурюючи вхідні дії моделюються широкосмуговими процесами з малою постійною часу (0,01 с).

Рух об'єкта задається за допомогою формування складових кутової швидкості, що змінюються по пилкоподібний закону з заданими амплітудами $\bar{\Omega}_x$, $\bar{\Omega}_y$, $\bar{\Omega}_z$, частотами Ω_x , Ω_y , Ω_z і випадкової початкової фази.

В роботі для всіх варіантів прийняті значення констант $R_1 = R_2 = R_3 = 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}^3$; $T_1 = T_2 = T_3 = 10 \text{ с}$; $T_{gx} = T_{gy} = T_{gz} = 1 \text{ с}$; період зміни складових кутової швидкості руху об'єкта 10 с ($\Omega_x = \Omega_y = \Omega_z = \pi/5 \text{ с}^{-1}$).

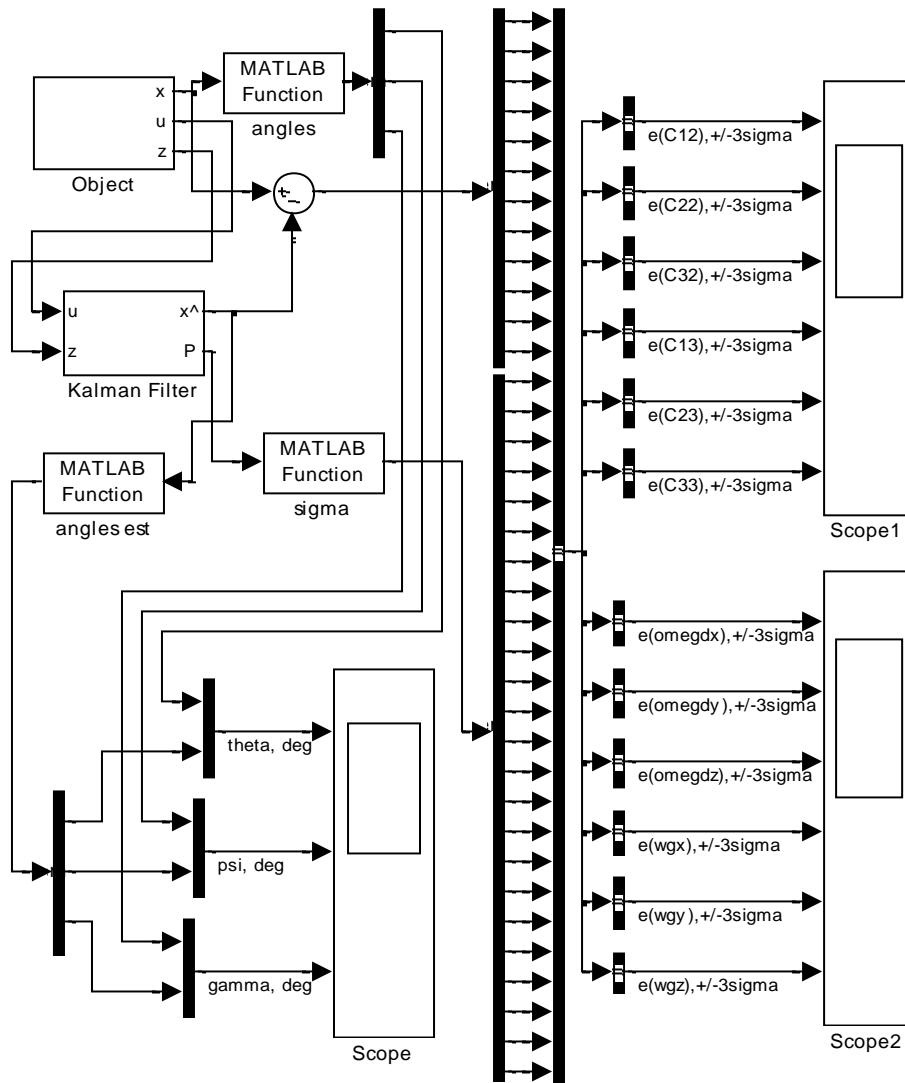


Рисунок 2.2. Головне вікно моделі

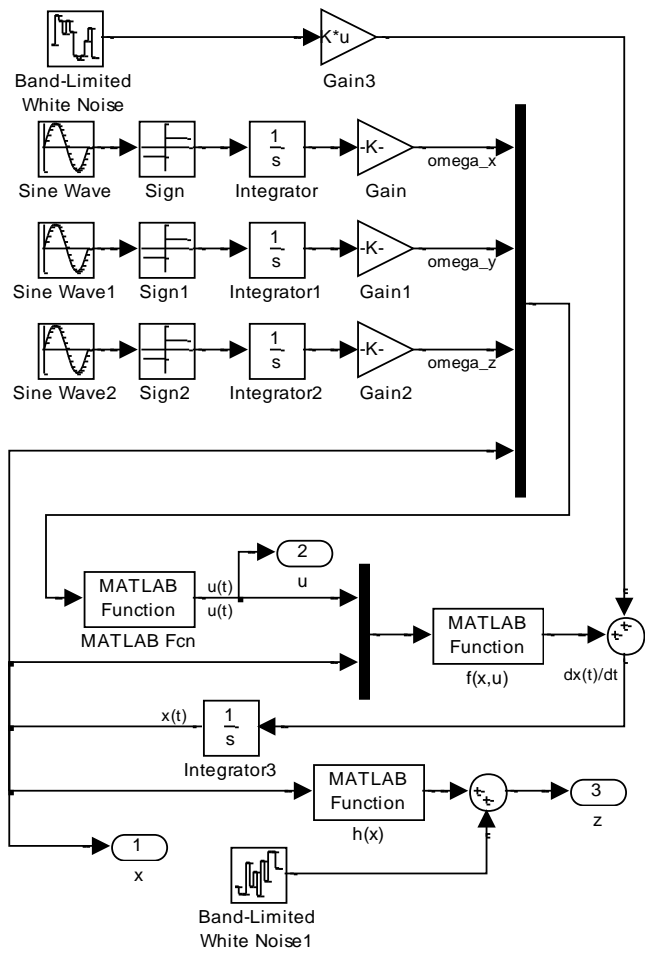


Рисунок 2.3. Блок *Object*

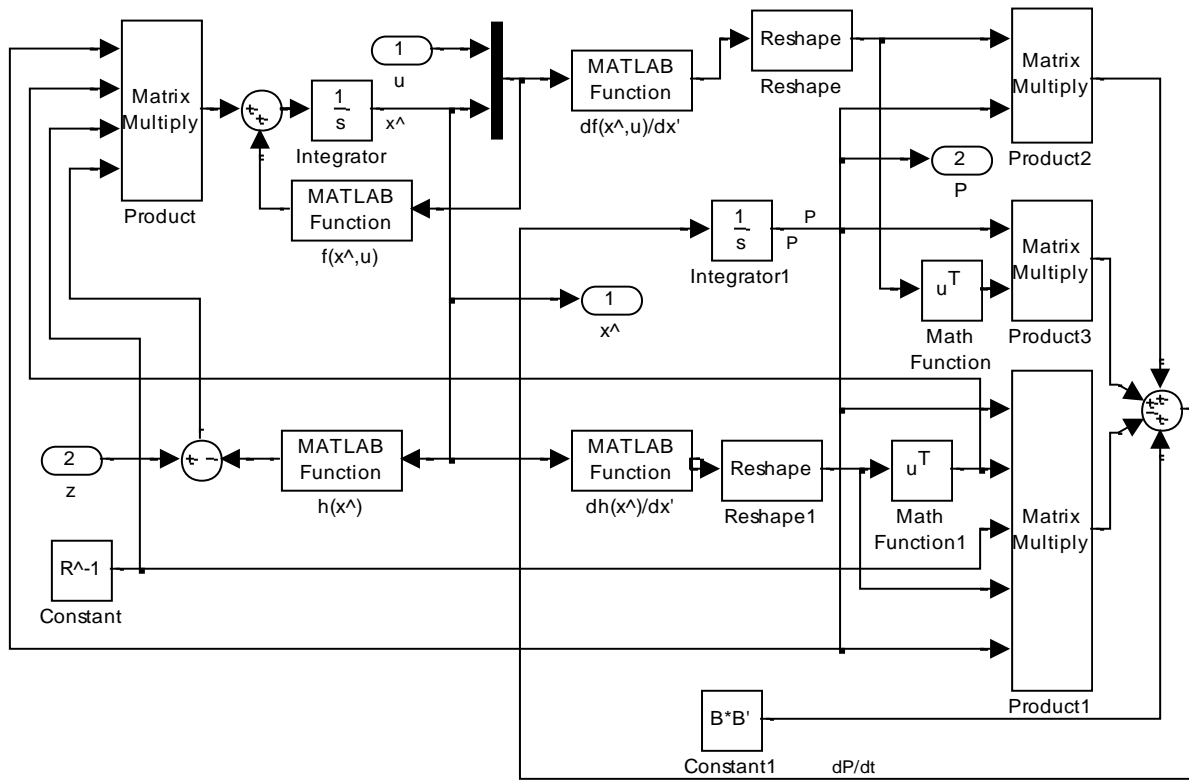


Рисунок 2.4. Блок *Kalman Filter*

2.3 Хід виконання практичного заняття

1. Отримати варіант завдання у викладача.
2. Запустити Matlab, створити новий mdl-файл.
3. Сформувати Simulink-модель відповідно до рис. 2.2. Ввести:
 - у блок *angles*
Matlab Function: [atan(u(1)/sqrt(u(2)^2+u(3)^2));
-atan(u(4)/(u(2)*u(6)-u(3)*u(5))); -atan(u(3)/u(2))] * 180/pi
Output dimensions: 3
 - у блок *angles est*
Matlab Function: [atan(u(1)/sqrt(u(2)^2+u(3)^2));
-atan(u(4)/(u(2)*u(6)-u(3)*u(5))); -atan(u(3)/u(2))] * 180/pi
Output dimensions: 3
 - в блок *sigma*
Matlab Function: [-3*sqrt(diag(u)); 3*sqrt(diag(u))]
Output dimensions: 24
 - у блок *Bus Creator*
Number of inputs: 36
 - у блоках *Bus Selector* (сверху вниз):
Selected signals: signal1 signal13 signal25
Selected signals: signal2 signal14 signal26
Selected signals: signal3 signal15 signal27
Selected signals: signal4 signal16 signal28
Selected signals: signal5 signal17 signal29
Selected signals: signal6 signal18 signal30
Selected signals: signal7 signal19 signal31
Selected signals: signal8 signal20 signal32
Selected signals: signal9 signal21 signal33
Selected signals: signal10 signal22 signal34
Selected signals: signal11 signal23 signal35
Selected signals: signal12 signal24 signal36
 Muxed output (во всех блоках *Bus Selector*)
 - у блок *Scope* (меню '**Scope**' parameters)
вкладка **General**:
Number of axes: 3
Time range: 50
вкладка **Data history**:
 Limit data points to last:
 - у блок *Scope1, Scope2* (меню '**Scope**' parameters)
вкладка **General**:
Number of axes: 6
Time range: 50
вкладка **Data history**:
 Limit data points to last:

У блоках *Object* і *Kalman Filter* задати необхідну кількість входів і виходів відповідно до рис. 2.2.

4. Розкрити блок *Object*. Сформувати Simulink-модель відповідно до рис. 2.3. Ввести:

- у блок *Band-Limited White Noise*
Noise power: 1
Sample time: 0.01
- у блок *Sine Wave*
Amplitude: 1
Bias: 0
Frequency (rad/sec): Ω_{ex}
Phase (rad): φ_i
Sample time: 0
- у блок *Sine Wave1*
Amplitude: 1
Bias: 0
Frequency (rad/sec): Ω_{ey}
Phase (rad): φ_i
Sample time: 0
- у блок *Sine Wave2*
Amplitude: 1
Bias: 0
Frequency (rad/sec): Ω_{ez}
Phase (rad): φ_i
Sample time: 0
- у блок *Integrator*
Initial condition: $(-0.5 + \text{abs}(\varphi_i/\pi)) * \pi / \Omega_{ex}$
- у блоку *Integrator1*
Initial condition: $(-0.5 + \text{abs}(\varphi_i/\pi)) * \pi / \Omega_{ey}$
- у блок *Integrator2*
Initial condition: $(-0.5 + \text{abs}(\varphi_i/\pi)) * \pi / \Omega_{ez}$
- у блок *Gain*
Gain: $\Omega_{ex}^2 * \Omega_{ex} / \pi$
- у блоку *Gain1*
Gain: $\Omega_{ey}^2 * \Omega_{ey} / \pi$
- у блок *Gain2*
Gain: $\Omega_{ez}^2 * \Omega_{ez} / \pi$
- у блок *Gain3*
Gain: B
Multiplication: Matrix(K*u)
- у блок *MATLAB Fcn*
Matlab Function: $[u(1)-u(10); u(2)-u(11); u(3)-u(12)]$
Output dimensions: 3
- у блок *f(x,u)*
Matlab Function: $[u(5)*u(12)-u(6)*u(11)+u(5)*u(3)-u(6)*u(2);$
 $u(6)*u(10)-u(4)*u(12)+u(6)*u(1)-u(4)*u(3);$
 $u(4)*u(11)-u(5)*u(10)+u(4)*u(2)-u(5)*u(1);$

u(10)+u(1); 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; u(6) ; -u(5); 0; u(9) ; -u(8); -1/T1; 0; 0; 0;
 0; 0; -u(6); 0; u(4); -u(9); 0; u(7); 0; -1/T2; 0; 0; 0; 0; u(5); -u(4); 0; u(8);
 -u(7); 0; 0; 0; -1/T3; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; -1/Tgx; 0; 0; 0; 0; 0; 0;
 0; 0; 0; 0; 0; -1/Tgy; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; -1/Tgz]

Output dimensions: 144

- у блок *Integrator1*

Initial condition: P0

- у блок *dh(x^)/dx'*

MATLAB Function: [u(11)+g; -u(6)*u(10); u(5)*u(10); u(6)*u(10);
 u(11)+g; -u(4)*u(10); -u(5)*u(10); u(4)*u(10); u(11)+g; u(12); u(3)*u(10);
 -u(2)*u(10); -u(3)*u(10); u(12); u(1)*u(10); u(2)*u(10); -u(1)*u(10);
 u(12); 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; u(2)*u(6); u(3)*u(4); u(1)*u(5); u(1); u(2);
 u(3); u(4); u(5); u(6)]

Output dimensions: 36

- у блок *Reshape*

Output dimensionality: Customize

Output dimensions: [12,12]

- у блок *Reshape1*

Output dimensionality: Customize

Output dimensions: [3,12]

- у блок *Math Function, Math Function1*

Function: transpose

- у блок *Constant1*

Constant value: B*B'

6. У меню Simulation вибрати пункт Simulation Parameters і встановити час моделювання 50с.

7. Створити m-файл згідно з:

```
clear; % очищення робочої області
close all; % закриття вікон
rand('state',0); % установка датчика випадкових чисел в початковий стан
g = 9.81; % прискорення сили тяжіння
% СКО кутової швидкості дрейфу, 1/с
sig1 = 0.005/180*pi;
sig2 = 0.005/180*pi;
sig3 = 0.005/180*pi;
% постійні часу кутової швидкості дрейфу, с
T1 = 10;
T2 = 10;
T3 = 10;
% СКО складових абсолютного прискорення, м/с^2
siggx = 0.005;
siggy = 0.005;
siggz = 0.005;
% постійні часу складових абсолютного прискорення, с
Tgx = 1;
Tgy = 1;
```



```

Tgz = 1;
B(7,1) = sig1*sqrt(2/T1);
B(8,2) = sig2*sqrt(2/T2);
B(9,3) = sig3*sqrt(2/T3);
B(10,4) = siggx*sqrt(2/Tgx);
B(11,5) = siggy*sqrt(2/Tgy);
B(12,6) = siggz*sqrt(2/Tgz);
% амплітуди складових кутової швидкості, 1/с
Omeg_x = 10*pi/180;
Omeg_y = 15*pi/180;
Omeg_z = 20*pi/180;
% частоти зміни складових кутової швидкості, 1/с
Omegx = 2*pi/10;
Omegy = 2*pi/10;
Omegz = 2*pi/10;
% початкова фаза зміни кутової швидкості
fi = unifrnd(-pi,pi);
% матриця інтенсивностей шумів вимірювань
R = diag([10^-7; 10^-7; 10^-7]);
% початкові значення кутів орієнтації
tet0 = -1*pi/180;
psi0 = 1*pi/180;
gam0 = -1*pi/180;
x0 = [sin(tet0); cos(tet0)*cos(gam0);
      -cos(tet0)*sin(gam0); -sin(psi0)*cos(tet0);
      cos(psi0)*sin(gam0)+sin(psi0)*sin(tet0)*cos(gam0);
      cos(psi0)*cos(gam0)-sin(psi0)*sin(tet0)*sin(gam0);
      normrnd(0,sig1); normrnd(0,sig2); normrnd(0,sig3);
      normrnd(0,siggx); normrnd(0,siggy); normrnd(0,siggz)];
% початкова оцінка вектора стану
xo0 = [0; 1; 0; 0; 0; 1; 0; 0; 0; 0; 0; 0];
P0 = diag([10^-2; 10^-2; 10^-2; 10^-2; 10^-2; 10^-3;
          sig1; sig2; sig3; siggx; siggy; siggz].^2);

```

Ввести значення параметрів відповідно до варіанта завдання (табл. 2.1), звертаючи увагу на їх розмірності.

Таблиця 2.1. варіанти завдань

Варіант	$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3,$ град/с	$\sigma_{gx}, \sigma_{gy}, \sigma_{gz},$ м/с ²	$\bar{\Omega}_x,$ град/с	$\bar{\Omega}_y,$ град/с	$\bar{\Omega}_z,$ град/с	$\vartheta_0,$ град	$\psi_0,$ град	$\gamma_0,$ град
1	0,01	0,001	6	8	10	1	-1	1
2	0,02	0,002	5	7	12	0	1	-1
3	0,01	0,005	5	10	14	-1	-1	-1
4	0,005	0,001	8	6	16	-2	1	0
5	0,005	0,002	8	5	18	1	-1	-1
6	0,005	0,005	10	15	20	-1	1	-1
7	0,02	0,001	8	10	10	-1	0	1

8. Натисканням клавіші [F5] запустити m-файл на виконання.

9. Повернутися в головне вікно Simulink-моделі. Натисканням кнопки **Start Simulation** запустити mdl-файл на виконання.

10. Подвійним клацанням миші по блокам *Scope1*, *Scope2*, *Scope3* розкрити вікна зі споруджуваними графіками:

- кутів орієнтації ϑ , ψ , γ і їх оцінок;
- помилок оцінок змінних стану з оцінками точності ($\pm 3\sigma$).

11. Порівняти оцінки кутів орієнтації з їх істинними значеннями. Записати величини максимальних помилок для звіту.

12. Переконалися у відповідності помилок оцінок змінних стану оцінками їх точності (проконтролювати потрапляння значень помилок в коридор $\pm 3\sigma$). Зробити висновок про те, яким чином помилки залежать від орієнтації об'єкта.

13. У блоках *Band-Limited White Noise*, *Band-Limited White Noise1* встановити інтенсивності вхідних шумів, рівні нулю. Повторити процедуру моделювання. Визначити змінні стану, перехідні процеси для яких мають затухаючий характер. За тривалістю перехідних процесів оцінити час готовності безплатформенної вертикалі до роботи.

2.4. Контрольні питання

1. Які датчики включає в себе вимірювальний блок безплатформенної вертикалі? Які фізичні величини вони вимірюють?
2. Який вид мають кореляційні функції складових кутової швидкості дрейфу ДУШ?
3. Які складові містять вихідні сигнали акселерометрів?
4. Скільки елементів матриці напрямних косинусів дають повну інформацію про кути орієнтації об'єкта? Який порядок має досліджувана динамічна система?
5. Які сигнали є вхідними і які - вихідними по відношенню до пристрою оцінювання?
6. Яке розподіл має початкова фаза в законі зміни кутової швидкості руху об'єкта?
7. В якому з блоків моделі Simulink визначаються початкові умови для інтегрування дисперсійного рівняння?
8. У яких блоках моделі Simulink здійснюється формування закону зміни складових кутової швидкості?
9. Яким чином моделюються вхідні впливи типу білого шуму?
10. Чи є досліджувана система повністю спостерігається? Чому?

Практичне заняття №3. СИНТЕЗ РЕГУЛЯТОРА ДЛЯ СИСТЕМИ УПРАВЛІННЯ ПРУЖНИМ ОБ'ЄКТОМ

Мета роботи: вивчення питань побудови лінійних регуляторів з демпфірувальними властивостями.

3.1 Теоретичні відомості до практичного заняття

Прагнення створити максимально легкі керовані конструкції призводить до прояви їх пружних властивостей. Облік цих властивостей принципово важливий при проектуванні систем автоматичного управління рухомими об'єктами, схильними значним динамічним навантаженням і силам опору навколишнього середовища. Наявність пружності сприяє виникненню коливань в системі управління на різних резонансних частотах, в ряді випадків призводять до втрати стійкості і руйнування конструкції.

Створенню ефективних регуляторів, що пригнічують коливальні складові руху, перешкоджають складність отримання достовірної інформації про пружні властивості нелінійного об'єкта і значна зміна резонансних частот в часі. Застосовується при вирішенні таких завдань метод кінце-

вих елементів виявляється непридатним для Рухом об'єктів складної форми, що складаються з сотень і тисяч деталей, навіть з урахуванням широких можливостей сучасної обчислювальної техніки. Одним з можливих шляхів подолання виникаючих проблем є перехід від вихідної системи рівнянь в приватних похідних, що описують рух пружного об'єкта, до лінеаризованої системі рівнянь більшої розмірності з подальшим її спрощенням [10]. Далі будемо вважати, що математична модель досліджуваного об'єкта для окремого режиму руху отримана з використанням даної методики і записана у вигляді передавальної функції

$$W(s) = \frac{k(s + \mu_1) \dots (s + \mu_\ell)(s^2 + 2\delta_1 v_1 s + v_1^2) \dots (s^2 + 2\delta_p v_p s + v_p^2)}{(s + \alpha_1) \dots (s + \alpha_\lambda)(s^2 + 2d_1 \beta_1 s + \beta_1^2) \dots (s^2 + 2d_p \beta_p s + \beta_p^2)} \quad (3.1)$$

з постійними параметрами $k, \mu_i, v_i, \delta_i, \alpha_i, \beta_i, d_i$. При цьому коефіцієнти α_i задають аперіодичні складові руху об'єкта, а коефіцієнти β_i, d_i – коливальні складові, або моди пружних коливань. Для реальних об'єктів порядок чисельника передавальної функції менше порядку знаменника, тобто $l + 2p < \lambda + 2p$.

Завдання управління полягає в придушенні (демпфіруванні) мод пружних коливань і отриманні замкнутої системи з прийнятними динамічними характеристиками. Структурна схема синтезується системи управління представлена на рис. 3.1, де $g(t)$ – задає вплив; $u(t)$ – керуючий вплив; $w(t)$ – зовнішнє обурення, наведене до входу системи; $\tilde{z}(t)$ – вихідний сигнал об'єкта управління; $z(t)$ – спостережуваний (вимірюваний) сигнал; $v(t)$ – шум вимірювань; $W_p(s)$ – передавальна функція регулятора. Збурення $w(t)$ та $v(t)$ вважатимемо некоррелірованими центрованими білими шумами з відомими інтенсивностями N_1 та N_2 .

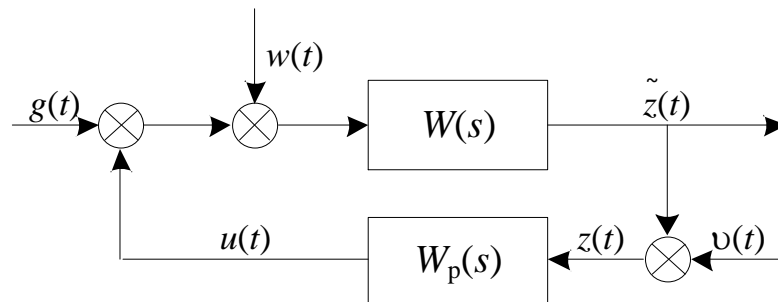


Рисунок 3.1. Структурна схема замкнутої системи

Синтез закону керування складними динамічними системами зручно проводити з використанням апарату простору станів. З метою переходу від передавальної функції об'єкта до його опису в просторі станів, в якому кожна із змінних стану відповідала б за ту чи іншу коливальною або аперіодичну складову руху, попередньо представимо передатну функцію (3.1) у вигляді суми найпростіших дробів. При відсутності кратних коренів у знаменника таке уявлення має вигляд

$$W(s) = \frac{r_1}{s - p_1} + \frac{r_2}{s - p_2} + \dots + \frac{r_n}{s - p_n}$$

число доданків $n = \lambda + 2p$ визначає порядок системи, або розмірність вектора стану.

В результаті розкладання передавальної функції $W(s)$ на елементарні дроби утворюються дві групи доданків: з реальними і з комплексно сполученими полюсами [6]. Розглянемо кожен з них.

Нехай $W_i(s) = \frac{r_i}{s - p_i}$ – елементарна передавальна функція з дійсним полюсом p_i . Такий

передавальної функції (від входу u до виходу $\tilde{z}^{(i)}$) відповідає опис в просторі станів

$$\dot{x}_i = p_i x_i + u,$$

$$\tilde{z}^{(i)} = r_i x_i.$$

Тут $\tilde{z}^{(i)}$ – i -я адитивна складова вихідного сигналу $\tilde{z}(t)$.

Тепер припустимо, що функції $W_i(s) = \frac{r_i}{s - p_i}$ и $W_{i+1}(s) = \frac{r_{i+1}}{s - p_{i+1}}$ мають комплексно по-

в'язані полюса p_i та p_{i+1} (відповідно, комплексно сполученими будуть також коефіцієнти r_i та r_{i+1}). Щоб позбутися від уявної одиниці в розглянутих передавальних функціях, об'єднаємо ці складові в одне:

$$\tilde{W}_i(s) = W_i(s) + W_{i+1}(s) = \frac{r_i}{s - p_i} + \frac{r_{i+1}}{s - p_{i+1}} = \frac{-r_i p_{i+1} - r_{i+1} p_i + s(r_i + r_{i+1})}{s^2 - (p_i + p_{i+1})s + p_i p_{i+1}}.$$

Передавальній функції $\tilde{W}_i(s)$ відповідає опис в просторі станів [1]

$$\dot{x}_i = x_{i+1},$$

$$\dot{x}_{i+1} = -p_i p_{i+1} x_i + (p_i + p_{i+1}) x_{i+1} + u,$$

$$\tilde{z}^{(i)} = (-r_i p_{i+1} - r_{i+1} p_i) x_i + (r_i + r_{i+1}) x_{i+1}.$$

Перетворена модель об'єкта управління буде являти собою паралельне з'єднання ланок з передавальними функціями $\tilde{W}_i(s)$ відповідно до рис. 3.2. При цьому кожне з таких ланок формуватиме або аперіодичну, або коливальну складову $\tilde{z}^{(i)}$ вихідного сигналу \tilde{z} , причому в першому випадку передавальній функції $\tilde{W}_i(s)$ буде відповідати одна з функцій $W_i(s)$ з речовим полюсом, а в другому - одна з функцій $\tilde{W}_i(s)$.

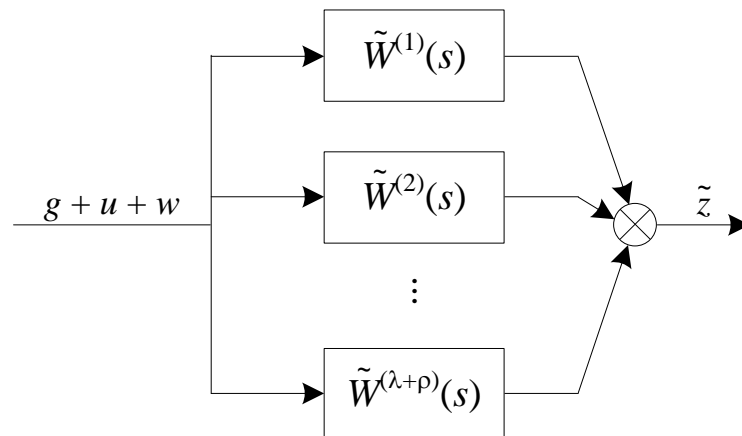


Рисунок 3.2. Подання структури об'єкта у вигляді паралельного з'єднання ланок

Таким чином, математичну модель вільного руху пружного об'єкта (при відсутності задає впливу) з урахуванням чинного на вході системи обурення $w(t)$ і шуму вимірювань $v(t)$ можна представити в векторно-матричній формі наступним чином:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B(u + w), \\ z &= Cx + v. \end{aligned} \tag{3.2}$$

Тут матриця A має блочно-діагональну структуру

$$A = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & A_2 & \dots & 0 \\ & \dots & & \\ 0 & 0 & \dots & A_{\lambda+p} \end{pmatrix},$$

причому її блоки $A_1, \dots, A_{\lambda+p}$ визначаються в такий спосіб:

$A_i = p_i$, якщо p_i – дійсний полюс;

$A_i = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -p_i p_{i+1} & p_i + p_{i+1} \end{pmatrix}$, якщо p_i та p_{i+1} – комплексно пов'язані полюса.

Матриця B являє собою вектор-стовпець, що складається з нулів і одиниць, причому $B_i = 0$, якщо полюса p_i та p_{i+1} комплексно зв'язані, в іншому випадку $B_i = 1$; матриця C є вектор-рядок, елементи якої також визначаються в залежності від наявності уявної частини у відповідного полюса передавальної функції:

$C_i = r_i$, якщо p_i – дійсний полюс;

$C_i = -r_i p_{i+1} - r_{i+1} p_i$, $C_{i+1} = r_i + r_{i+1}$, якщо p_i та p_{i+1} – комплексно пов'язані полюса.

Послідовно змінюючи індекс i від 1 до n і аналізуючи полюса p_i передавальної функції $W(s)$, визначимо ненульові елементи матриць A , B , C :

– якщо p_i – дійсний полюс:

$$A_{ii} = p_i; B_i = 1; C_i = r_i;$$

– якщо p_i та p_{i+1} – комплексно пов'язані полюса:

$$A_{i+1, i+1} = 1, A_{i+1, i} = -p_i p_{i+1}, A_{i, i+1} = p_i + p_{i+1};$$

$$B_{i+1} = 1; C_i = -r_i p_{i+1} - r_{i+1} p_i, C_{i+1} = r_i + r_{i+1}.$$

Систему рівнянь (3.2) можна переписати дещо в іншому вигляді, зручному для синтезу оптимального регулятора з використанням пакета Matlab:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + \xi, \\ z &= Cx + v, \end{aligned} \quad (3.3)$$

де ξ – багатовимірний білий шум з матрицею інтенсивностей $N_\xi = BB^T N_1$.

Сформуємо управління $u(t)$ як вихід лінійно-квадратичного гауссовського регулятора (LQG-регулятора) відповідно до критерію якості

$$J = M \left\{ \int_0^\infty (\mathbf{x}^T(\tau) \mathbf{Q} \mathbf{x}(\tau) + u^2(\tau)) d\tau \right\} \rightarrow \min, \quad (3.4)$$

де Q – задається матриця вагових коефіцієнтів.

Оптимальний LQG-регулятор являє собою комбінацію фільтра Калмана і LQ-регулятора, синтезованого відповідно до критерію (3.4) [4] і описуваного рівнянням

$$u = -BH\hat{x},$$

де H – позитивно певне рішення алгебраїчного рівняння Риккати [3]

$$A^T H + HA - HBB^T H + Q = 0.$$

У пакеті Matlab процедура синтезу LQG-регулятора автоматизована і здійснюється за допомогою вбудованої функції *lqg*, аргументами якої є матриці, що визначають модель системи в просторі станів, інтенсивності вхідних шумів і задані ваги в критерії якості.

Матриця Q в квадратичному критерії, як правило, задається діагональною, що дозволяє надати ваговим коефіцієнтам Q_{jj} досить ясний фізичний зміст, оскільки в цьому випадку

$$x^T Q x = Q_{11} x_1^2 + Q_{22} x_2^2 + \dots + Q_{nn} x_n^2.$$

А саме, збільшення того або іншого вагового коефіцієнта Q_{jj} призведе до додаткових-ним обмеженням на можливість збільшення змінної стану x_i в порівнянні з іншими змінними стану та сигналом управління. Проте, в тому випадку, коли математична модель об'єкта управління отримана без опори на фізичний зміст змінних стану, вибір вагових коефіцієнтів може викликати суттєві труднощі. Уникнути цих труднощів дозволить отримане вище опис пружного об'єкта, в якому кожна із змінних стану формує одну з складових руху об'єкта.

Нехай p_i та p_{i+1} - комплексно пов'язані полюса передавальної функції $W(s)$. Тоді змінна стану x_i в першому наближенні буде описувати гармонійні коливання з частотою $\omega_i = \text{Im } p_i$ і деякою початковою фазою φ_i :

$$x_i(t) \approx x_{i\max} \sin(\omega_i t + \varphi_i),$$

де $x_{i\max}$ – амплітуда коливань. Відповідно, для змінної $x_{i+1\max}$ запишемо

$$x_{i+1}(t) \approx x_{i\max} \omega_i \cos(\omega_i t + \varphi_i) = x_{i+1\max} \cos(\omega_i t + \varphi_i).$$

Якщо коливання на частоті ω_i є переважаючими, вихідний сигнал \tilde{z} матиме вигляд

$$\begin{aligned} \tilde{z}(t) &\approx C_i x_i(t) + C_{i+1} x_{i+1}(t) \approx (C_i \sin(\omega_i t + \varphi_i) + C_{i+1} \omega_i \cos(\omega_i t + \varphi_i)) x_{i\max} = \\ &= \left(\frac{C_i}{\omega_i} \sin(\omega_i t + \varphi_i) + C_{i+1} \cos(\omega_i t + \varphi_i) \right) x_{i+1\max}, \end{aligned}$$

а його максимальне значення складе

$$\tilde{z}_{\max} \approx x_{i+1\max} \sqrt{\frac{C_i^2}{\omega_i^2} + C_{i+1}^2}.$$

Зауважимо, що передавальна функція від управління $u(t)$ до змінної стану $x_i(t)$ відповідає коливальному ланки. Тому управління по змінній x_i призведе до придушення не тільки пружних коливань на частоті ω_i , але і низькочастотної складової спектру вхідного сигналу, що в свою чергу викличе збільшення перерегулювання в системі. Керуючись даними міркуваннями, задамо нульовими вагові коефіцієнти Q_{ii} при змінних x_i (а також при змінних, які формують аперіодичні складові руху) і орієнтовно визначимо коефіцієнти $Q_{i+1\ i+1}$ при похідних $x_{i+1} = \dot{x}_i$, скориставшись методом рівних вкладів [5]. Відповідно до даного методу вагові коефіцієнти в критерії (3.4) слід вибирати таким чином, щоб максимально допустимі відхилення змінних стану вносили в функціонал якості однаковий внесок, рівний внеску максимально допустимого сигналу управління. Поклавши приблизно рівним одиниці коефіцієнт передачі регулятора на частоті резонансу, отримаємо

$$Q_{i+1\ i+1} = \frac{u_{\max}^2}{x_{i+1\max}^2} \approx \frac{\tilde{z}_{\max}^2}{x_{i+1\max}^2} \approx \frac{C_i^2}{\omega_i^2} + C_{i+1}^2 \approx \frac{C_i^2}{(\text{Im } p_i)^2} + C_{i+1}^2. \quad (3.5)$$

Слід врахувати, що значення коефіцієнтів, обчислених за формулою (3.5) є орієнтовними і в ході виконання роботи повинні бути скориговані таким чином, щоб забезпечити виконання вимог до замкнутій системі за швидкодією (тривалість перехідного процесу не повинна перевищувати заданого значення t_n) та запасу стійкості (перерегулювання не повинно перевищувати заданого значення σ). При цьому сигнал управління по абсолютній величині не повинен перевищувати заданого значення u_{\max} .

3.2. Опис програми моделювання

Практичне заняття виконується в середовищі Matlab 6.5 з використанням пакета Simulink.

Розрахунок регулятора і оцінка якості перехідного процесу виконуються з використанням m-файлу. Передавальна функція об'єкта визначається за допомогою завдання її чисельника і знаменника у вигляді символьних виразів. Після запуску файлу на виконання провадиться побудова перехідної і амплітудно-частотної характеристик замкнутої системи.

Для дослідження роботи системи в умовах збурень формується Simulink-модель відповідно до рисунку 3.3.

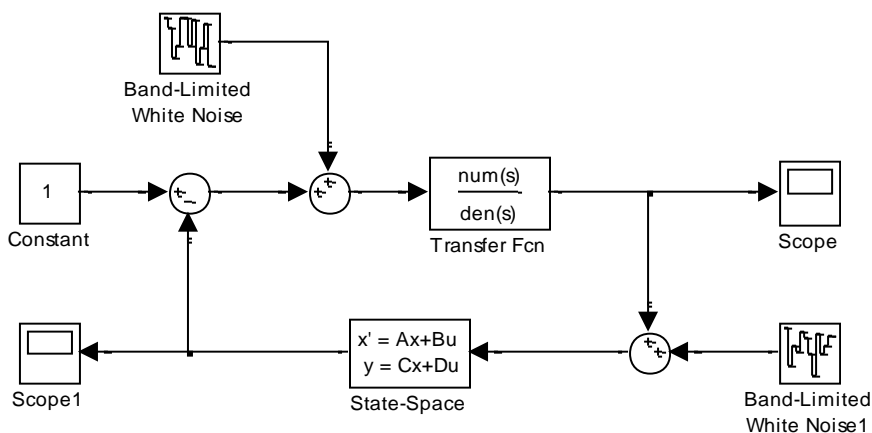


Рисунок 3.3. Модель замкнутої системи в пакеті Simulink

Збурюючи вхідні дії моделюються широкосмуговими процесами з постійною часу, меншою періоду коливачь найбільш високочастотній коливальній складової руху об'єкта. Для всіх варіантів інтенсивності білих шумів приймаються рівними $N_1 = 10^{-2}$ с,

$$N_2 = 10^{-4} \text{ с.}$$

Вихідний сигнал системи можна поспостерігати в блоці *Scope*, сигнал управління - в блоці *Scope1*.

3.3 Хід виконання практичного заняття

1. Отримати варіант завдання у викладача.
2. Запустити Matlab, створити новий mdl-файл.
3. Сформувати Simulink-модель відповідно до рис. 3.3. Ввести:
 - у блок *Constant*
Constant value: 1
 - у блок *Band-Limited White Noise*
Noise power: N1
Sample time: 1E-4
 - у блок *Transfer Fcn*
Numerator: num
Denominator: den
 - у блок *State-Space*
A: af
B: bf
C: cf
D: df
Initial conditions: 0
 - у блок *Band-Limited White Noise1*

Noise power: N2
Sample time: 1E-4

- у блоки *Scope*, *Scope1* (меню '**Scope**' parameters)

вкладка **General**:

Number of axes: 1
Time range:auto

вкладка **Data history**:

Limit data points to last:

4. У меню Simulation вибрати пункт Simulation Parameters і встановити час моделювання 50 с.

5. Створити m-файл відповідно:

```
clear; % очищення робочої області
close all; % закриття вікон
N1 = 1E-2; % інтенсивність вхідного шуму
N2 = 1E-4; % інтенсивність шуму вимірювань
% визначення коефіцієнтів чисельника і знаменника передавальної функції
syms 's';
num=sym2poly(expand(0.15*(s+0.1)*(s+600)*(s^2+50*s+1000)*(s^2+350*s+40000)*(s^2+900*s+50000))); % чисельник
den=sym2poly(expand((s+2)*(s^2+5*s+1E+5)*(s^2+0.2*s+5E+4)*(s^2+0.2*s+5000)*(s^2+2*s+6))); % знаменник
% розкладання передавальної функції на найпростіші дроби
[r,p,k] = residue(num,den)
sys1 = ss(tf(num,den));
% формування матриць A, B, C
C = zeros(size(den)-[0 1]);
B = C';
for i = 1:size(p)
    if imag(p(i))==0 % якщо полюс дійсний
        A(i,i) = p(i);
        C(i) = r(i);
        B(i) = 1;
    elseif B(i)==0 % якщо полюс комплексний, а попередній був дійсним
        A(i,i+1) = 1;
        A(i+1,i) = -p(i)*p(i+1);
        A(i+1,i+1) = p(i)+p(i+1);
        C(i) = -r(i)*p(i+1)-r(i+1)*p(i);
        C(i+1) = r(i)+r(i+1);
        B(i+1) = 1;
    end
end
end
% через помилки округлення можуть з'явитися уявні частини,
% слід їх відкинути
A = real(A);
C = real(C);
% матриця інтенсивностей білих шумів
V = [B*B'*N1 zeros(size(B),1); zeros(1,size(B)) N2];
% матриця вагових коефіцієнтів в критерії оптимальності
W = diag([0 0 0 0 0 0 0 0 0 1]);
```



```

[af,bf,cf,df] = lqg(A,B,C,0,W,V); % розрахунок LQG регулятора
sys2 = ss(af,bf,cf,df);
sys = sys1/(1+sys1*sys2); % замикання зворотного зв'язку
% побудова графіків
% перехідна характеристика розімкнутої системи
step(sys1,'r--');
hold on; % в тому ж вікні
% перехідна характеристика замкнутої системи
step(sys);
figure; % нове вікно
bodemag(sys1,'r--'); % ЛАХ розімкнутої системи
hold on; % в тому ж вікні
bodemag(sys); % ЛАХ замкнутої системи

```

Ввести до відповідних рядків m-файлу вираження для чисельника і знаменника передавальної функції відповідно до варіанта завдання (табл. 3.1).

Таблиця 3.1 Варіанти завдань

Варіант	$\sigma, \%$	t_n, c	u_{max}
1	60	50	2
2	50	10	2
3	30	5	1
4	0	20	2
5	60	25	3
6	50	50	2
7	60	20	4
	$W(s)$		
1	$\frac{0,3(s+0,05)(s+250)(s^2+180s+3\cdot 10^4)(s^2+90s+2\cdot 10^4)(s^2+150s+5\cdot 10^4)}{(s+0,1)(s^2+10s+2\cdot 10^5)(s^2+5s+8\cdot 10^4)(s^2+0,5s+10^4)(s^2+0,05s+4)}$		
2	$\frac{0,15(s+0,5)(s+1)(s+100)(s+250)(s^2+500s+10^5)(s^2+30s+4\cdot 10^4)}{(s+1,7)(s^2+10s+2\cdot 10^5)(s^2+5s+8\cdot 10^4)(s^2+0,1s+600)(s^2+1,2s+4)}$		
3	$\frac{0,3(s+1)(s+250)(s^2+500s+10^5)(s^2+0,5s+100)(s^2+30s+4\cdot 10^4)}{(s+1,7)(s^2+10s+2\cdot 10^5)(s^2+5s+8\cdot 10^4)(s^2+0,1s+600)(s^2+1,2s+4)}$		
4	$\frac{0,1(s+0,15)(s+250)(s^2+28s+500)(s^2+85s+2\cdot 10^4)(s^2+300s+4\cdot 10^4)}{(s+0,07)(s^2+3s+3\cdot 10^5)(s^2+3s+10^4)(s^2+0,5s+100)(s^2+0,05s+20)}$		
5	$\frac{0,2(s+0,1)(s+300)(s^2+70s+1,5\cdot 10^4)(s^2+150s+4\cdot 10^4)(s^2+400s+5\cdot 10^4)}{(s+2)(s^2+7s+10^5)(s^2+1,5s+5\cdot 10^4)(s^2+0,6s+5000)(s^2+0,1s+6)}$		

6	$\frac{0,2(s + 0,05)(s + 200)(s^2 + 140s + 2,2 \cdot 10^4)(s^2 + 75s + 8000)(s^2 + 30s + 4000)}{(s + 0,1)(s^2 + s + 10^5)(s^2 + 2,5s + 9000)(s^2 + 0,5s + 850)(s^2 + 0,05s + 4)}$
7	$\frac{0,15(s + 0,1)(s + 600)(s^2 + 50s + 1000)(s^2 + 350s + 4 \cdot 10^4)(s^2 + 900s + 5 \cdot 10^4)}{(s + 2)(s^2 + 5s + 10^5)(s^2 + 0,2s + 5 \cdot 10^4)(s^2 + 0,2s + 5000)(s^2 + 2s + 6)}$

6. Натисканням клавіші [F5] запустити файл на виконання.

7. Проаналізувати побудовані в розкрилися графічних вікнах перехідну (Step Response) і амплітудно-частотну (Bode Diagram) характеристики. Виділити одну-дві найбільш значущі моди коливань, приблизно визначити їх частоти.

8. Щоб отримати правильні зазначених у п. 7 частот коливань, зіставивши їх з уявними годину-тями значень полюсів p_i передавальної функції $W(s)$, які відображаються в командному вікні Matlab. Зафіксувати індекси змінних стану x_i та x_{i+1} , що відповідають за коливальні рухи об'єкта з даними частотами

9. Відповідно до методу рівних вкладів орієнтовно визначити за формулою (3.5) значення вагових коефіцієнтів $Q_{i+1 i+1}$ при змінних стану x_{i+1} , зазначених у п. 8. Ввести отримані коефіцієнти в m-файл.

Для знаходження уявної частини числа в Matlab використовується функція `imag`, наприклад:

```
>> c(5)^2/imag(p(5))^2+c(6)^2
```

10. Запустити m-файл на виконання. Розкрити вікно з побудованими перехідними характеристиками вихідної (розімкнутої) системи (червона штрихована лінія) і скоригованої системи з регулятором в зворотного зв'язку (синя суцільна лінія).

11. Клацанням правої кнопки миші в області побудови графіка викликати контекстне меню і вибрати **Characteristics** (характеристики), **Peak Response** (максимальне значення). Підвести курсор послідовно до виділених точок і визначити перерегулювання (Overshoot) вихідної і скоригованої систем.

12. У меню **Characteristics** вибрати пункт **Setting Time** (час перехідного процесу). Підвести курсор послідовно до виділених точок і визначити тривалість перехідного процесу вихідної і скоригованої систем.

13. Запустити mdl-файл на виконання. Переконайтеся у відсутності яскраво виражених коливань на резонансних частотах в вихідному сигналі \tilde{z} (блок *Scope*). Визначити максимальне значення сигналу управління (блок *Scope1*).

14. Порівняти отримані в пп. 11-13 значення показників якості системи управління із заданими в табл. 3.1.

15. У разі якщо синтезована система по будь-яким показником не задовольняє заданим вимогам, змінити значення деяких вагових коефіцієнтів (крім останнього, рівного 1) і повторити дії відповідно до пп. 10-14. При коригуванні вагових коефіцієнтів слід керуватися такими міркуваннями:

- зміни підлягають, перш за все, коефіцієнти при похідних складових коливального руху $Q_{i+1 i+1}$;
- пропорційне збільшення вагових коефіцієнтів при змінних стану призводить до поліпшення якості перехідного процесу, але збільшує управління;

- збільшення вагового коефіцієнта при змінній стану, формує одну з мод коливань, в порівнянні з ваговим коефіцієнтом при змінній стану, формує іншу моду, підсилює придушення першої, але послаблює придушення другий моди;
- найбільший вплив на показники якості замкнутої системи, як правило, надає коефіцієнт Q_{i+1} при змінній стану x_{i+1} , що відповідає за коливання системи з найбільш низькою з резонансних частот;
- з метою зменшення тривалості перехідного процесу можна задавати ненульові вагові коефіцієнти при змінних стану, що відповідають за аперіодичний рух, однак перерегулювання в цьому випадку може сильно зрости.

16. Визначити передавальний функцію регулятора $W_p(s)$, що задовольняє всім заданим вимогам. Для цього викликати функцію `tf(sys2)` в командному вікні Matlab. Записати отриманий вираз.

3.4 Контрольні питання

1. Як пов'язані полюса передавальної функції з частотами складових коливального руху?
2. Як зміниться вигляд розкладання передавальної функції на найпростіші дроби, якщо порядок її чисельника буде дорівнює порядку знаменника?
3. Всі полюса передавальної функції замкнутої системи речові. Чи обов'язково перехідна характеристика буде мати аперіодическій характер? Чому?
4. Для чого в процесі синтезу закону керування передавальна функція пружного об'єкта розкладається на найпростіші дроби?
5. Передавальна функція об'єкта з одним входом і одним виходом має m нулів і n полюсів. Які будуть розмірності матриць A , B , C при його описі в просторі станів?
6. Що можна сказати про полюсах передавальної функції об'єкта, якщо його матриця динаміки діагональна?
7. Яка особливість використання квадратичного критерію оптимальності в стохастичних системах?
8. З якою метою в роботі використовується метод рівних вкладів? У чому його суть?
9. Яким буде результат синтезу оптимального LQG-регулятора, якщо все вагові коефіцієнти при змінних стану задати рівними нулю?
10. Опишіть способи формування лінійних стаціонарних об'єктів в середовищі Matlab.

Практичне заняття № 4. СИНТЕЗ АЛГОРИТМУ ЕКСТРАПОЛЯЦІЇ ВУЗЬКОСМУГОВИМИ ВИПАДКОВОГО СИГНАЛУ

Мета роботи: вивчення процедури екстраполяції випадкових процесів із застосуванням алгоритму ідентифікації.

4.1 Теоретичні відомості до практичного заняття

Управління рухом морських суден відбувається в умовах інтенсивних хвильових збурень. Ефективним шляхом зменшення впливу морського хвилювання на якість управління є використання якомога повнішої інформації про кутовому русі судна. Зокрема, можливість отримання екстраполювати (упереджених) значень кутів качки може сприяти запобіганню аварійної ситуації в роботі рушія судна, коли ходовий гвинт при певних кутах качки і рівні хвилювання може виявитися на деякий час поза водного середовища. Крім того, рішення задачі екстраполяції (прогнозування) качки потрібно при роботі систем управління посадкою корабельної авіації, коли виникає необхідність визначення взаємного розташування палуби корабля і літального апарату.

Можливі підходи до вирішення завдання прогнозування можуть бути засновані на побудові оптимальних екстраполятор із застосуванням теорії винеровської або калмановської фільтрації [11]. Загальний недолік одержуваних рішень пов'язаний з апіорним уявленням качки у вигляді стаціонарного випадкового процесу з відомими характеристиками. У той же час відомо, що параметри качки (дисперсія, переважна частота, ширина спектра) залежать від цілого ряду чинників, таких як балльність морського хвилювання, величина курсового кута до хвилі, швидкість руху судна, напрямок вітру і т.д. [12]. Відсутність точних даних про параметри качки може привести до значних помилок в прогнозуванні. Для отримання достовірних оцінок параметрів качки з високою швидкістю може бути використана ідентифікаційна процедура, заснована на нелінійних алгоритмах обробки вимірювань. Синтез таких алгоритмів зручно проводити в припущенні про можливість представлення процесу качки судна на обмежених відрізках часу (порядку декількох періодів) у вигляді гармонійних коливань, що відбуваються з частотою, близькою до переважної [13]. При такому описі передбачається, що відхилення амплітуди і частоти качки від середніх значень є повільно мінливими випадковими процесами з кореляційними функціями, близькими до експоненціальним.

Вважаючи несуттєвими зміни амплітуди коливань в порівнянні зі змінами частоти, запишемо

$$\theta(t) = A_0 \sin((\omega_0 + \Delta\omega(t))t + \varphi_0), \quad (4.1)$$

де $\theta(t)$ – поточне значення кута хитавиці, A_0 – амплітуда хитавиці, ω_0 – середнє значення частоти хитавиці, $\Delta\omega(t)$ – випадкові девіації частоти, φ_0 – випадкова початкова фаза.

Двічі продиференціювавши вираз (4.1) за часом з урахуванням малості похідною $\Delta\dot{\omega}$, отримуємо систему диференціальних рівнянь щодо змінних стану $x_1 = \theta$ та $x_2 = \dot{\theta}$:

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad (4.2)$$

$$\dot{x}_2 = -(\omega_0 + x_3)^2 x_1, \quad (4.3)$$

де $x_3 = \Delta\omega$. Доповнимо отриману систему рівнянням формує фільтра для експоненціально корельованого процесу $\Delta\omega(t)$ [9]:

$$\dot{x}_3 = -\alpha x_3 + \sigma_\omega \sqrt{2\alpha} \xi, \quad (4.4)$$

де α – показник загасання кореляційної функції процесу $\Delta\omega(t)$,

σ_ω – середньоквадратичне відхилення частоти качки від середнього значення,

$\xi(t)$ – вхідний білий шум формує фільтра.

У векторно-матричній формі рівняння (4.2) - (4.4) матимуть вигляд

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{B}\xi,$$

де $\mathbf{x} = (\theta \quad \dot{\theta} \quad \Delta\omega)^T$ – вектор стану, $\mathbf{B} = (0 \quad 0 \quad \sigma_\omega \sqrt{2\alpha})^T$ – матриця збурень.

Компоненти вектор-функції $f(\mathbf{x})$ складуть

$$f_1(\mathbf{x}) = x_2, \quad (4.5)$$

$$f_2(\mathbf{x}) = -(\omega_0 + x_3)^2 x_1, \quad (4.6)$$

$$f_3(\mathbf{x}) = -\alpha x_3 + \sigma_\omega \sqrt{2\alpha} \xi. \quad (4.7)$$

Припустимо, що вимірюванню піддаються кут качки і швидкість його зміни. При обліку випадкових (білошумних) похибок вимірювачів рівняння вимірювань подаються у вигляді

$$z_1 = x_1 + v_1, \quad (4.8)$$

$$z_2 = x_2 + v_2, \quad (4.9)$$

або в векторно-матричній формі

$$z = Hx + v,$$

де $z = (z_1 \ z_2)^T$ – вектор вимірювань, $v = (v_1 \ v_2)^T$ – вектор шумів вимірювань, $H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ –

матриця спостережень.

Оскільки функція $f(x)$ є нелінійною, для вирішення завдання оцінювання компонент вектора стану будемо використовувати нелінійний фільтр Калмана-Бьюси у вигляді [9]

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}) + K(z - H\hat{x}), \quad (4.10)$$

$$K = P \frac{\partial f(\hat{x})}{\partial x^T} R^{-1}, \quad (4.11)$$

$$\dot{P} = \frac{\partial f(\hat{x})}{\partial x^T} P + P \frac{\partial f^T(\hat{x})}{\partial x} - PH^T R^{-1} HP + BV^T, \quad (4.12)$$

де \hat{x} – поточна оцінка вектора стану; P – матриця ковариації вектора помилок $\varepsilon = x - \hat{x}$; R – діагональна матриця інтенсивностей шумів вимірювань (із заданими компонентами R_1, R_2); K – матричний коефіцієнт посилення фільтра.

Відповідно до виразами (4.5) - (4.7) похідна $\frac{\partial f(\hat{x})}{\partial x^T}$ матиме вигляд

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x^T} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3}{\partial x_3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -(\omega_0 + x_3)^2 & 0 & -2x_1(\omega_0 + x_3) \\ 0 & 0 & -\alpha \end{pmatrix}. \quad (4.13)$$

Початковими умовами для інтегрування рівнянь (4.10) - (4.12) є завжди апіорна оцінка вектора стану $\hat{x}(0) = 0$ і завжди апіорна матриця ковариації вектора помилок $P(0) = P_0$, що представляє собою діагональну матрицю, що містить середні квадрати компонент вектора стану:

$$P_0 = \begin{pmatrix} A_0^2/2 & 0 & 0 \\ 0 & A_0^2(\omega_0^2 + \sigma_\omega^2)/2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\omega^2 \end{pmatrix}.$$

Для отримання значення кута качки, попередження на час τ , введемо в розгляд лінеаризовану систему рівнянь (4.2), (4.3) щодо оцінок змінних стану \hat{x}_1, \hat{x}_2 :

$$\dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2, \quad (4.14)$$

$$\dot{\hat{x}}_2 = -(\omega_0 + \Delta\hat{\omega})^2 \hat{x}_1, \quad (4.15)$$

де $\Delta\hat{\omega} = \hat{x}_3$ – поточна оцінка девіації частоти, і скористаємося формулою Коші при нульовому вхідному впливі:

$$\hat{x}(t + \tau) = \Phi(t + \tau, t)\hat{x}(t),$$

де $\Phi(t + \tau, t) = e^{A\tau}$ – фундаментальна матриця, $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -(\omega_0 + \Delta\hat{\omega})^2 & 0 \end{pmatrix}$ – матриця динаміки системи (4.14), (4.15). Матрична експонента може бути знайдена за допомогою перетворення Лапласа [2]:

$$e^{A\tau} = L^{-1}\{(pE - A)^{-1}\}$$

Для даної системи отримаємо

$$pE - A = \begin{pmatrix} p & -1 \\ (\omega_0 + \Delta\hat{\omega})^2 & p \end{pmatrix};$$

$$(pE - A)^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{p}{p^2 + (\omega_0 + \Delta\hat{\omega})^2} & \frac{1}{p^2 + (\omega_0 + \Delta\hat{\omega})^2} \\ \frac{-(\omega_0 + \Delta\hat{\omega})^2}{p^2 + (\omega_0 + \Delta\hat{\omega})^2} & \frac{p}{p^2 + (\omega_0 + \Delta\hat{\omega})^2} \end{pmatrix};$$

$$e^{A\tau} = \begin{pmatrix} \cos(\omega_0 + \Delta\hat{\omega})\tau & \frac{1}{\omega_0 + \Delta\hat{\omega}} \sin(\omega_0 + \Delta\hat{\omega})\tau \\ -(\omega_0 + \Delta\hat{\omega}) \sin(\omega_0 + \Delta\hat{\omega})\tau & \cos(\omega_0 + \Delta\hat{\omega})\tau \end{pmatrix}.$$

Звідси вираз для екстраполювати оцінки кута качки набуде вигляду

$$\hat{\theta}(t + \tau) = \hat{x}_1(t + \tau) = \hat{x}_1(t) \cos(\omega_0 + \hat{x}_3(t))\tau + \frac{\hat{x}_2(t)}{\omega_0 + \hat{x}_3(t)} \sin(\omega_0 + \hat{x}_3(t))\tau.$$

При цьому поточні оцінки компонент вектора стану $\hat{x}_j(t)$ визначаються шляхом інтегрування матричних рівнянь (4.10)-(4.12).

4.2 Опис програми моделювання

Практичне заняття виконується в середовищі Matlab 6.5 з використанням пакета Simulink.

Введення вихідних даних і розрахунків матриць B, R, P₀ виробляються з використанням m-файлу.

Для дослідження роботи системи в умовах збурень формується mdl-файл відповідно до рис. 4.1. Модель фільтра Калмана-Бьюси (блок *Kalman Filter*) має вигляд, наведений на рис. 2.4, при цьому його внутрішні блоки *MATLAB Function* характеризуються функціями (4.5) - (4.9), (4.13). Обчислення упереджених значень кутів качки здійснюється в блоці *Extrapolation*.

При описі корисного сигналу використовується модель у вигляді гармонійних коливань із заданою частотою ω_1 і початковою фазою φ_1 :

$$\theta(t) = A_0 \sin(\omega_1 t + \varphi_1).$$

При цьому передбачається, що частота ω_1 може істотно відрізнятися від частоти налаштування фільтра ω_0 .

Збурюючи вхідні дії моделюються широкосмуговими процесами з малою постійною часу (0,01 с).

У блоці *Scope1* можна поспостерігати корисний сигнал, його оцінку, наведену до часу екстраполяції, а також помилку оцінювання. У блоці *Scope* формуються графіки зміни в часі елементів ковариационної матриці P.

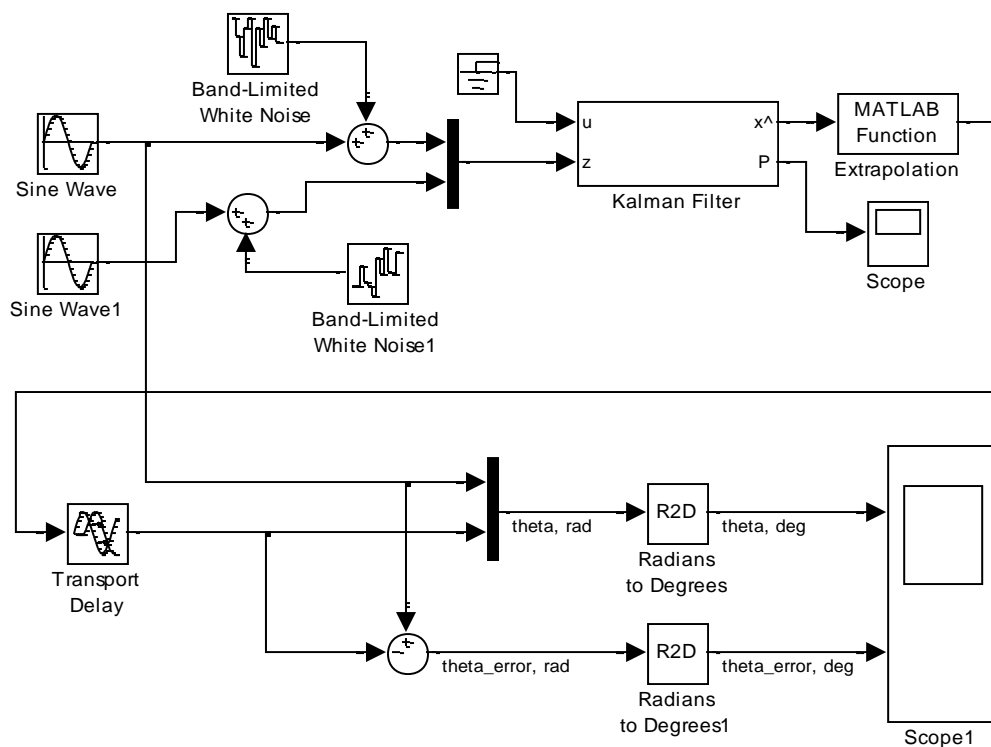


Рисунок 4.1. Модель досліджуваної системи в пакеті Simulink

4.3 Хід виконання практичного заняття

1. Отримати варіант завдання у викладача.
2. Запустити Matlab, створити новий mdl-файл.
3. Сформувати Simulink-модель відповідно до рис. 4.1. Ввести:
 - у блок *Sine Wave*
 Amplitude: A0
 Bias: 0
 Frequency (rad/sec): omeg1
 Phase (rad): fi1
 Sample time: 0
 - у блок *Sine Wave1*
 Amplitude: A0*omeg1
 Bias: 0
 Frequency (rad/sec): omeg1
 Phase (rad): fi1+pi/2
 Sample time: 0
 - у блок *Band-Limited White Noise*
 Noise power: R1
 Sample time: 1E-2
 - у блок *Band-Limited White Noise1*
 Noise power: R2
 Sample time: 1E-2
 - у блок *Extrapolation*
 MATLAB Function:
 $u(1)*\cos((\text{omeg0}+u(3))*\text{tau})+u(2)/(\text{omeg0}+u(3))*\sin((\text{omeg0}+u(3))*\text{tau})$

- у блок *Transport Delay*
Time delay: τ
- у блок *Scope1* (меню '**Scope**' parameters)
вкладка **General**:
Number of axes: 2
Time range: 20
вкладка **Data history**:
 Limit data points to last:

4. Розкрити блок *Kalman Filter*. Сформувати Simulink-модель відповідно до рис. 2.4. Ввести:

- у блок *Constant*
Constant value: R^{-1}
- у блоки *Product*, *Product1*, *Product2*, *Product3*
Multiplication: Matrix(*)
- у блок *Integrator*
Initial condition: [0; 0; 0]
- у блок $f(x^{\wedge}, u)$
MATLAB Function: $[u(3); -(\omega_0 + u(4))^2 * u(2); -\alpha * u(4)]$
Output dimensions: 3
- у блок $h(x^{\wedge})$
MATLAB Function: $[u(1); u(2)]$
Output dimensions: 2
- у блок $df(x^{\wedge}, u)/dx'$
MATLAB Function:
 $[0; -(\omega_0 + u(4))^2; 0; 1; 0; 0; 0; -2 * u(2) * (\omega_0 + u(4)); -\alpha]$
Output dimensions: 9
- в блок *Integrator1*
Initial condition: P_0
- у блок $dh(x^{\wedge})/dx'$
MATLAB Function: $[1; 0; 0; 1; 0; 0]$
Output dimensions: 6
- у блок *Reshape*
Output dimensionality: Customize
Output dimensions: [3,3]
- у блок *Reshape1*
Output dimensionality: Customize
Output dimensions: [2,3]
- у блоки *Math Function*, *Math Function1*
Function: transpose
- у блок *Constant1*
Constant value: $B * B'$

5. У меню Simulation вибрати пункт **Simulation Parameters** і встановити час моделювання 20 с.

6. Створити m-файл відповідно:


```

clear;
tau = 1; % час прогнозування, с
omeg1 = 0.5; % частота хитавиці, 1/с
A0 = 8*pi/180; % амплітуда хитавиці, рад
fil = 3*pi/2; % початкова фаза, рад
R1 = 1E-6*(pi/180)^2; % інтенсивність шуму вимірювань кута качки,
% рад^2*с
R2 = 5E-5*(pi/180)^2; % інтенсивність шуму вимірювань
% кутової швидкості, рад^2/с
omeg0 = 2; % центральна частота настройки фільтра, 1/с
sigomeg = 0.2; % СКО частоти, 1/с
alf = 1/240; % показник загасання кореляційної функції
% зміщення частоти, 1/с
R = [R1 0; 0 R2]; % матриця інтенсивностей шумів вимірювань
B(3,1) = sigomeg*sqrt(2*alf); % матриця збурень
P0 = diag([A0^2/2; A0^2*(omeg0^2+sigomeg^2)/2; sigomeg^2]); % апіорна
% матриця ковариації

```

Ввести значення параметрів відповідно до варіанта завдання (табл. 4.1), звертаючи увагу на їх розмірності. задати $\omega_1 = 0,5 \text{ с}^{-1}$, $\tau = 1 \text{ с}$.

Таблиця 4.1. Варіанти завдань

Варіант	A_0 , град	ϕ_1 , град	R_1 , град ² ·с	R_2 , град ² /с	ω_0 , с ⁻¹	σ_ω , с ⁻¹	α , с ⁻¹
1	3	0	10^{-6}	10^{-4}	3	0,2	1/300
2	4	45	10^{-5}	$2 \cdot 10^{-4}$	3	0,2	1/360
3	5	60	10^{-6}	$5 \cdot 10^{-5}$	3	0,3	1/200
4	5	90	10^{-5}	$2 \cdot 10^{-4}$	2	0,3	1/100
5	6	225	10^{-6}	10^{-4}	3	0,3	1/180
6	7	180	10^{-5}	$2 \cdot 10^{-4}$	3	0,2	1/150
7	8	270	10^{-6}	$5 \cdot 10^{-5}$	2	0,2	1/240

7. Натисканням клавіші [F5] запустити m-файл на виконання.

8. Повернутися в вікно створеної Simulink-моделі. Натисканням кнопки **Start Simulation** запустити mdl-файл на виконання.

9. Подвійним клацанням миші на блоці *Scope1* розкрити вікно зі споруджуваними графіками:

- корисного сигналу θ і його екстраполювати оцінки $\hat{\theta}$;
- помилки екстраполяції $\varepsilon_\theta = \theta - \hat{\theta}$.

10. Визначити максимальну помилку екстраполяції ε_m в сталому режимі.

11. Повторити процедуру моделювання, задаючи значення ω_1 та τ відповідно до табл. 4.2. Зафіксувати отримані значення помилок екстраполяції. Проаналізувати залежність точності екстраполяції від частоти корисного сигналу.

Таблиця 4.2. Максимальна помилка екстраполяції ε_m , град.

ω_1 , с ⁻¹		0,5	1	2	3	4	5	6
τ , с	1							
	3							
	5							

4.1 Контрольні питання

1. Які переваги і недоліки алгоритмів прогнозування, заснованих на теорії оптимальної фільтрації?
2. Яким чином може бути описана хитавиця судна на нерегулярному хвилюванні?
3. Які параметри характеризують хитавиця судна?
4. Для чого в розглянутому алгоритмі екстраполяції використовується ідентифікаційна процедура?
5. Чому дійсна матриця коваріації вектора помилок може відрізнятися від розрахункової, що виробляється в фільтрі Калмана?
6. Який вигляд має загальний розв'язок рівняння $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$? Які початкові умови необхідно задати, щоб знайти його приватне рішення?
7. Що таке фундаментальна матриця лінійної системи? При вирішенні яких завдань вона використовується?
8. Як знайти фундаментальну матрицю лінійної стаціонарної системи?
9. Вкажіть причини зростання помилок екстраполяції при збільшенні часу попередження.
10. Яке співвідношення амплітуд і яку різницю фаз мають гармонійний сигнал і його похідна?

ЛІТЕРАТУРА

1. Андриевский Б.Р., Фрадков А.Л. Избранные главы теории автоматического управления с примерами на языке MATLAB. – СПб.: Наука, 1999. – 467 с.
2. Методы классической и современной теории автоматического управления: Учеб. в 3-х т. Т.1: Анализ и статистическая динамика систем автоматического управления / Под ред. Н.Д. Егупова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. – 748 с.
3. Методы классической и современной теории автоматического управления: Учеб. в 3-х т. Т.2: Синтез регуляторов и теория оптимизации систем автоматического управления / Под ред. Н.Д. Егупова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. – 736 с.
4. Методы классической и современной теории автоматического управления: Учеб. в 3-х т. Т.3: Методы современной теории автоматического управления / Под ред. Н.Д. Егупова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. – 748 с.
5. Ерофеев А.А. Теория автоматического управления: Учеб. для вузов. – СПб.: Политехника, 2002. – 302 с.
6. Вагущенко Л.Л., Цымбал Н.Н. Системы автоматического управления движением судна. – Одесса: ЛАТСТАР, 2002. – 310 с.
7. Соболев Г.В. Управляемость корабля и автоматизация судовождения. – Л.: Судостроение, 1976. – 480 с.
8. Анучин О.Н., Емельянец Г.И. Интегрированные системы ориентации и навигации для морских подвижных объектов. – СПб.: ГНЦ РФ – ЦНИИ "Электроприбор", 2003. – 390 с.
9. Степанов О.А. Применение теории нелинейной фильтрации в задачах обработки навигационной информации. – СПб: ГНЦ РФ – ЦНИИ "Электроприбор", 1998. – 370 с.
10. Бродский С.А., Небылов А.В., Панферов А.И. Контроль параметров и стабилизация упругих колебаний сложных объектов и конструкций // Гироскопия и навигация. – 2006. – №4(55). – С. 105
11. Крайнов В.И., Тупысев В.А. Об экстраполяции вырабатываемых значений углов качки корабля // Гироскопия и навигация. – 1994. – №1(4). – С. 58-64.
12. Бородай И.К., Нецветаев Ю.А. Качка судов на морском волнении. – Л.: Судостроение, 1969. – 432 с.
13. Максимова Г.Н. Экстраполирование узкополосного сигнала // Изв. вузов. Приборостроение. – 1973.