

УДК 65.012.2(075)

Г.М. Тарасюк, проф., д-р екон. наук, А.Й. Щехорський, доц., канд. физ.-мат. наук
Житомирський державний технологічний університет

Моделі оперативного планування продуктивних програм

У статті пропонується удосконалення існуючих процесів моделювання в оперативному плануванні продуктивних програм, визначення точки беззбитковості для багатонаменклатурного виробника з використанням моделей лінійного програмування.

планування, продукт

Оперативне планування (планування програм і заходів) деталізує стратегічний план підприємства, продуктивну програму, план розвитку потенціалу підприємства. Основна проблема, яка виникає в рамках оперативного планування – оптимізація продуктивних програм і побудова альтернатив їх вибору.

Відправною точкою досліджень буде праця німецьких вчених Дітгера Хана та Харальда Хунгенберга «Планування і контроль» [1]. Відмітимо основні моменти цієї праці, які стосуються оперативного планування продуктивної програми. Результатом планування продуктивної програми є середньострокові і короткострокові номенклатурні програми, на базі яких розробляються плани за сферами діяльності: план збуту, виробництва, постачання ресурсів. Процес оперативного планування продуктивної програми можна представити як [1]:

– ціль розробки, оптимальної з точки зору прибутку і сум покриття, продуктивної програми;

– розробка альтернативних продуктивних програм (комбінацій видів виробів і обсягів їх виробництва) з урахуванням додаткових умов:

1) в сфері збуту (максимально можливий і мінімально допустимий обсяг збуту по всіх ринках і по кожному ринку в розрізі видів продукції і каналів збуту);

2) в сфері виробництва (необхідний і наявний фонд часу по кожному виробничому процесу і виду обладнання (потужності));

3) в сфері матеріально-технічного забезпечення (максимально і мінімально необхідні обсяги постачання (запасів) за видами матеріалів, споживання матеріалів за видами продукції);

– оцінка альтернативних рішень:

1) при відсутності вузьких місць (критерієм є сума покриття продукту);

2) за наявності одного вузького місця (критерієм є сума покриття на одиницю «вузького місця» поділена на питому суму покриття по продукту);

3) за наявності декількох «вузьких місць» (критерієм покриття є сума покриття за період (розрахована із застосуванням методів імітаційного моделювання і лінійного програмування).

– вибір альтернативного варіанту затвердження планової продуктивної програми.

При оперативному плануванні продуктивної програми мова іде про встановлення видів та обсягів виробництва і збуту продукції в середньостроковому та короткостроковому періодах, а також про розрахунки у відповідних закупівельних і відпускових цінах показників витрат, виручки, сум покриття і результату. Планування

продуктової програми як правило відбувається за заданими внутрішніми і зовнішніми умовами (обмеженнями). Принциповим є вимога, з урахуванням обмежень, отримання оптимального фінансового результату або сум покриття продуктової програми.

Мета статті полягає в аналізі та удосконаленні процесу моделювання в оперативному плануванні продуктивних програм.

Сама концепція цільового результату полягає у визначенні максимальної суми покриття (маржинального прибутку) за плановий період. В [1] результат покриття визначається за формулою:

$$f(a_1, \dots, a_n, x_1, \dots, x_n) = \sum_{j=1}^n a_j x_j = \sum_{j=1}^n (c_j - u_j) x_j - Z, \quad (1)$$

де x_j – змінні прийняття рішення цільової функції (фізичний обсяг виробництва продукції по кожному її виду),

a_j – коефіцієнт цільової функції (сума покриття одиниці продукції j -того виду, або маржа),

c_j – ціна реалізації продукції j -того виду, u_j – змінні (граничні) витрати одиниці продукції j -того виду,

Z – постійні витрати всього планового періоду.

Виникає цілком слушне питання про можливість реалізації в продуктивній програмі моделі цільової функції, заданої формулою (1). В даному випадку, очевидно, що – ні! Вимога для реалізації цільової функції – коефіцієнти $a_j = c_j - u_j$ повинні бути постійними відносно змінних x_j , тобто покриття одиниці продукції (маржа) не повинно залежати від обсягів продукції. На превеликий жаль, така залежність існує. Цей факт має наступне пояснення. Змінні витрати включають прямі витрати (наприклад, витрати на основні матеріали, сировину і заробітну плату виробничих працівників) і змінні непрямі витрати (наприклад, затрати на електроенергію, витрати на утримання та експлуатацію устаткування, загальновиробничі і загальногосподарські витрати), які розподіляються на одиницю продукції кожного виду пропорційно обсягу продукції цього виду. Таким чином:

$$u_j = u_{pj} + u_{nj}, \quad (2)$$

де u_{pj} – прямі змінні витрати на одиницю продукції j -того виду;

u_{nj} – непрямі змінні витрати на одиницю продукції j -того виду.

Непрямі змінні витрати на одиницю продукції j -того виду розраховуються за формулою:

$$u_{nj} = \frac{v_j}{x_j}, \quad (3)$$

де v_j – сума запланованих статей витрат по j -тому виду продукції;

x_j – план випуску продукції, який потрібно визначити, виходячи із задачі оптимізації функції (1).

Вихід із даного зачарованого кола можливий за рахунок деталізації запису цільової функції (1). Для цього зауважимо, що з урахуванням формули (3), формула (2) матиме наступний вигляд:

$$u_j = u_{pj} + \frac{v_j}{x_j}. \quad (4)$$

Завдяки формулам (4) цільову функцію (1) можна привести до наступного вигляду:

$$f(a_1, \dots, a_n, x_1, \dots, x_n) = \sum_{j=1}^n \left(c_j - u_{pj} - \frac{v_j}{x_j} \right) x_j - Z = \sum_{j=1}^n (c_j - u_{pj}) x_j - \sum_{j=1}^n v_j - Z. \quad (5)$$

Отриманий вигляд цільової функції (5) дозволяє величину $c_j - u_{pj}$ називати “прямою маржею” (“прямий маржинальний прибуток”). Таким чином, задача покриття полягає у визначенні таких планових обсягів продукції, прямий маржинальний прибуток від яких покриє заплановані постійні і відповідні суми непрямих змінних витрат. Чому саме відповідні суми непрямих змінних витрат? Відповідь - не виключена можливість кратного

повторення компонент (статей непрямих змінних витрат) величини v_j .

Формула цільової функції (5) показує, що в моделях оперативного планування продуктивних програм, оптимізація такого фінансового результату, як прибуток, зводиться до оптимізації прямого маржинального прибутку $\sum_{j=1}^n (c_l - u_{pj})x_j$. В таких моделях величина

$\sum_{j=1}^n v_j - Z$ є константою. Зауважимо, модель, що визначається за формулою (1), скоріше

всього може застосовуватись для поточного аналізу прибутку в діяльності підприємства за звітний період. В цьому випадку аналог формули (5) матиме наступний вигляд:

$f(a_1, \dots, a_n, x_1, \dots, x_n) = \sum_{j=1}^n \left(c_l - u_{pj} - \frac{v_j}{x_{pj}} \right) x_j - Z$, де x_{pj} – плановий (або фактичний) випуск

продукції звітного періоду, x_j – випуск продукції в звітному періоді.

Перейдемо до розгляду моделей оптимізації при застосуванні лінійного програмування. Крім ситуації, пов'язаної з видом цільової функції, виникає інша, а чи завжди має бути орієнтир на найоптимістичніше рішення – отримання максимального прибутку. В господарській діяльності інколи приходиться орієнтуватись на отримання прибутку в заданому діапазоні або не менше заданої величини і взагалі, на певний його рівень. Зрозуміло, в цьому випадку задача оптимізації на отримання максимального прибутку не має місця. Тому пропонується інша модель оптимізації результату господарської діяльності [3]. В якості цільового результату пропонується класична задача оптимізації чистого доходу:

$$\sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max. \quad (6)$$

Як правило, визначення альтернативних продуктивних програм здійснюється з урахуванням обмежень, які обумовлені різними функціональними сферами діяльності підприємства. При плануванні продуктивних програм необхідні певні дані про передбачувані ситуації і умови на ринках збуту. Умови збуту при плануванні продуктивної програми можуть виступати у формі обмежень за об'єктами збуту і у формі альтернативних можливостей встановлення цін. Обмеження за обсягами реалізації і цінами можуть бути незалежними між собою величинами так і залежними. Наявність і відсутність такої залежності потрібно визначити в рамках оптимізаційної моделі планування продуктивної програми.

Обмеження за обсягами збуту можуть бути трьох видів: максимально можливий, мінімально допустимий і обумовлений структурою асортименту продукції. Максимально можливі обсяги збуту продукції забезпечуються маркетинговими дослідженнями. Їх моделювання здійснюється за нерівностями:

$$x_j \leq Q_j^{**}, \quad (7)$$

де Q_j^{**} - максимальний обсяг збуту продукції.

Мінімально допустимий обсяг збуту продукції при короткостроковому продуктивному плануванні може бути обумовлений необхідністю виконання вже укладених довгострокових договорів, або необхідністю зберегти для підприємства нішу на ринку. Обмеження за збутом за мінімальним обсягом виражається нерівностями:

$$x_j \geq Q_j^*, \quad (8)$$

де Q_j^* - мінімальний обсяг збуту продукції. Коли обмеження за мінімальним обсягом продукції відсутні, то покладають $Q_j^* = 0$.

Наявність в продуктивній програмі продукції, що мають взаємний вплив на збут, тобто відповідні продукти можуть бути або взаємодоповнюючими, або взаємозаміщеними,

$$\sum_{j=1}^n (c_l - u_{pj})x_j - \sum_{j=1}^n v_j - Z \geq 0 \quad (13)$$

Нерівність (13), крім убезпечення від ризику збитковості, нічого нового не дає в розумінні отримання такого фінансового результату, як прибуток, а вірніше отримання прибутку в певних допустимих межах (P_1, P_2), де P_1 - мінімальний розмір прибутку, (може дорівнювати величині простого відтворення для підприємства); P_2 - максимальний розмір прибутку буде розраховуватись із максимального розміру ціни, яку може споживач заплатити за продукцію, виходячи із аналізу потреб та можливостей споживача та цін конкурентів. Вимога отримання прибутку в певних допустимих межах (P_1, P_2), задовольняє нерівності:

$$P_2 \geq \sum_{j=1}^n (c_l - u_{pj})x_j - \sum_{j=1}^n v_j - Z \geq P_1 \quad (14)$$

Остаточна оптимізаційна модель продуктової програми в оперативному плануванні матиме наступний вигляд:

$$\begin{aligned} &\sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max && (15) \\ &\left\{ \begin{aligned} &a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1 \\ &\dots \\ &a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m \\ &d_{11}x_1 + d_{12}x_2 + \dots + d_{1n}x_n \leq B_1 \\ &\dots \\ &d_{k1}x_1 + d_{k2}x_2 + \dots + d_{kn}x_n \leq B_k \\ &Q_j^* \leq x_j \leq Q_j^{**} \quad j = 1, \dots, n \\ &P_2 \geq \sum_{j=1}^n (c_l - u_{pj})x_j - \sum_{j=1}^n v_j - Z \geq P_1 \\ &x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \dots x_n \geq 0 \end{aligned} \right. && (16) \end{aligned}$$

Нерідко в планових моделях обмежуються вимогою стосовно нижньої границі прибутку:

$$\begin{aligned} &\sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max, && (17) \\ &\left\{ \begin{aligned} &a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1 \\ &\dots \\ &a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m \\ &d_{11}x_1 + d_{12}x_2 + \dots + d_{1n}x_n \leq B_1 \\ &\dots \\ &d_{k1}x_1 + d_{k2}x_2 + \dots + d_{kn}x_n \leq B_k \\ &Q_j^* \leq x_j \leq Q_j^{**} \quad j = 1, \dots, n \\ &\sum_{j=1}^n (c_l - u_{pj})x_j - \sum_{j=1}^n v_j - Z \geq P \\ &x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \dots x_n \geq 0 \end{aligned} \right. && (18) \end{aligned}$$

Якщо ціль продуктової програми полягає в отриманні прибутку певного розміру P , то відповідна математична модель повинна визначатись наступними співвідношеннями:

$\sum_{j=1}^n (c_l - u_{pj})x_j = \sum_{j=1}^n v_j + Z + P$ і представляє собою опуклий многогранник $M_{n-1} = \Lambda'_n \cap M_n$.

За деяким максимальним значенням параметра $\sum_{j=1}^n v_j + Z + P$ гіперплощина Λ'_m в перетині з многогранником M_n співпадає з множиною R_n , $R_n = \Lambda'_n \cap M_n$. Зрозуміло, у випадку, коли множина R_n є точкою, задачі (19)-(20) і (21)-(22) рівносильні. У випадку, коли R_n – многогранник, (задача (21)-(22) має нескінченну кількість розв'язків) розв'язки задач (19)-(20) і (21)-(22) можуть не співпадати, тобто значення доходу в задачі (21)-(22) може бути і не максимальним, інакше, в кожній точці множини R_n матимемо максимальний прибуток, але не максимальний дохід. Робимо висновок, задача (19)-(20) більш широкого класу ніж задача (21)-(22).

Зауважимо, можна розглянути застосування моделі (19)-(20) до наступного виду задач - покриття постійних витрат маржинальним прибутком. До однієї із задач маржинального аналізу можна віднести задачу обчислення планових обсягів продукції для отримання бажаного прибутку (операційного або чистого) за заданими параметрами, c_1, \dots, c_n – ціни реалізації, u_{p1}, \dots, u_{pn} – ставки прямих витрат, v_1, \dots, v_n – суми запланованих статей витрат по кожному виду продукції, x_1, \dots, x_n – планові обсяги продукції, які потрібно визначити, Z – постійні витрати планового періоду. Потрібні планові обсяги продукції x_1, \dots, x_n знаходяться із лінійного рівняння з багатьма невідомими:

$$\sum_{j=1}^n (c_l - u_{pj})x_j - \sum_{j=1}^n v_j - Z = P \quad (x_j \geq 0). \quad (23)$$

Як відомо, рівняння (23) має безліч розв'язків, але, враховуючи неподільність одиниць виміру обсягів x_j , наборів (x_1, \dots, x_n) , що задовольняють рівняння (23), буде скінченне число. В такій постановці задача (23) неоднозначна. Однозначність розв'язку може бути виконана за однієї із умов: 1) відомі (плануються) пропорції (частки μ_1, \dots, μ_n) планових обсягів продукції в загальному обсязі; 2) відомі (плануються) продуктивності випуску продукції по кожному виду. Якщо планується продуктивність випуску продукції, то відома і структура випуску продукції, тобто частки μ_1, \dots, μ_n . У випадках (1)-(2), як відомо [2], планові обсяги x_j можна знайти за формулами:

$$x_j = \frac{\mu_j (Z + P)}{\sum_{k=1}^n (c_k - u_{pk})\mu_k - \sum_{k=1}^n v_k \mu_k}. \quad (24)$$

За нульового значення параметра P формули (24) визначатимуть точку беззбитковості.

При відсутності вимог (1)-(2) можна включити інші вимоги – це обмеження на попит, виробництво та постачання. За умови максимального доходу, тобто при розгляді оптимізаційної задачі (19)-(20) однозначність її розв'язку забезпечить однозначність розв'язку рівняння (23).

Слідуючи роботі [1], розглянемо планування продуктової програми в умовах відсутності на підприємстві "вузьких місць". Будемо говорити, що на підприємстві відсутні "вузькі місця", коли воно має вільні потужності в сфері виробництва та постачання. Відсутність вільних потужностей в сфері виробництва та постачання означає наявність "вузьких місць" на підприємстві. Коли на підприємстві відсутні "вузькі місця", то оптимальну продуктову програму визначають виключно з позицій збуту. В [1], за відсутністю "вузьких місць" оптимальна продуктова програма визначалась без застосування моделі (21)-(22) лінійного програмування по тій причині, що модель (21)-(22) не дозволяла оптимізувати продуктову програму саме у випадку, коли підприємство має можливість проводити активну цінову політику (наприклад, різним групам споживачів пропонуються різні знижки), не намагаючись максимізувати обсяги збуту. В цьому

випадку приходиться вдаватися до модифікації моделі (21)-(22), що ускладнює завдання.

Запропоновані моделі оптимізації (15)-(20) дозволяють усунути вказаний недолік моделі (21)-(22). В теорії лінійного програмування розглядається такий її прикладний аспект, як чутливість задач лінійного програмування до зміни його параметрів, зокрема таких параметрів, як коефіцієнти цільової функції, якими є ціни реалізації продукції. В моделі (21)-(22) коефіцієнтами цільової функції є пряма маржа і тільки відносно неї є можливість досліджувати чутливість розв'язків цієї моделі, а не відносно цін.

Застосування, приведених авторами статті, моделей лінійного програмування в оперативному плануванні продуктових програм може бути проведене незалежно чи є у підприємства "вузькі місця", чи вони відсутні, дає можливість використання теорії чутливості для проведення цінової політики підприємством, ефективного використання його потенціалу. Аналізу чутливості моделей (15)-(20) буде присвячена окрема стаття.

Список літератури

1. Хан Дитгер. Пик. Стоимостно-ориентированные концепции контроллинга // Хан Дитгер, Хунгенберг Харальд: [пер. с нем. под ред. Л.Г. Головача, М.Л. Лукашевича и др.]– М.: Финансы и статистика, 2005. - 928 с.
2. Щехорський А.Й. Динамічні моделі беззбиткових обсягів виробництва / А.Й. Щехорський // Проблеми теорії та методології бухгалтерського обліку, контролю і аналізу. Міжнародний збірник наукових праць. Серія: Бухгалтерський облік, контроль і аналіз. Випуск 1(13). - Житомир, 2009. - С.375-384.
3. Тарасюк Г.М. Моделирование продуктовой програми підприємств харчової промисловості / Г.М. Тарасюк // Вісник Хмельницького національного університету. Економічні науки. - Хмельницький, 2009. - №3, т. 1(129). - С. 138– 142.

Г.Тарасюк, А.Щехорский

Модели оперативного планирования продуктовых программ

В статье предлагается усовершенствование существующих процессов моделирования в оперативном планировании продуктовых программ, определения точки безубыточности для многономенклатурного производства с использованием моделей линейного программирования.

G., Tarasiuk, A.Shchekhorskyy

Models for operative planning of product programs

The improvement of present processes of modelling for operative planning of product programs, the determination of break even point in multiproduct production with linear programming models use are determined in the article.

Одержано 18.11.10