

**Міністерство освіти і науки України**

**Центральноукраїнський національний технічний університет**

**Кафедра будівельних, дорожніх машин і будівництва**

## **ТЕОРІЯ НАДІЙНОСТІ БУДІВЕЛЬ І СПОРУД**

**Методичні рекомендації до практичних занять  
для здобувачів вищої освіти другого (магістерського) рівня  
спеціальності 192 – Будівництво та цивільна інженерія**

Затверджено  
на засіданні кафедри  
Будівельних, дорожніх машин і будівництва  
25 серпня 2023 року, протокол № 1

**Кропивницький 2023**

Теорія надійності будівель і споруд. Методичні рекомендації до практичних занять для здобувачів вищої освіти другого (магістерського) рівня спеціальності 192 – Будівництво та цивільна інженерія / В.А. Пашинський. – Кропивницький: ЦНТУ, 2023. – 39 с.

Укладач – д.т.н., професор Пашинський В.А.

Рецензент – к.т.н., доцент Хачатурян С.Л.

Відповідальний за випуск – завідувач кафедри будівельних,  
дорожніх машин і будівництва,  
професор Настоящий В.А.

© ЦНТУ, м. Кропивницький,  
проспект Університетський, 8  
© Пашинський В.А.

## З М І С Т

ВСТУП .....	4
1. Вивчення нормативних документів, що регламентують надійність будівельних конструкцій .....	5
2. Визначення навантажень на будівельні конструкції за ДБН В.1.2-2:2006 .....	7
3. Статистичне дослідження та імовірнісне подання властивостей будівельних матеріалів .....	9
4. Статистичний аналіз і визначення розрахункових значень постійного навантаження .....	11
5. Нормування снігового навантаження за результатами снігомірних зйомок .....	13
6. Нормування вітрового навантаження за результатами вимірювань швидкості вітру .....	15
7. Визначення показників надійності елементів несучих конструкцій розрахунковим методом .....	17
8. Визначення показників надійності та довговічності матеріалів і виробів за результатами випробувань .....	20
9. Принципи встановлення коефіцієнтів сполучення навантажень .....	22
Рекомендована література .....	24
Додаток А. Порядок статистичної обробки вибірки випадкової величини .....	25
Додаток Б. Закони розподілу випадкових величин .....	32
Додаток В. Статистичні таблиці .....	34

## ВСТУП

Навчальна дисципліна "Теорія надійності будівель і споруд" відноситься до нормативних дисциплін циклу професійної підготовки магістрів за освітньо-професійною програмою «Будівництво та цивільна інженерія», яка реалізується в Центральнотукраїнському національному технічному університеті. Її метою є вивчення принципів і методів забезпечення надійності та конструктивної безпеки будівельних конструкцій, будівель та споруд, у тому числі шляхом дослідження, імовірного подання та нормування навантажень, впливів та інших розрахункових параметрів методу граничних станів, а також оцінювання й аналізу показників надійності несучих та огорожувальних конструкцій.

На практичних заняттях здобувачі освіти набувають уміння виконувати статистичні дослідження технічних характеристик будівельних матеріалів та виробів, а також навантажень на будівельні конструкції, визначати параметри поширених імовірнісних моделей навантажень та їх розрахункові значення за наявними статистичними даними, оцінювати показники надійності елементів несучих будівельних конструкцій з використанням простих імовірнісних моделей. Практичні заняття, завдання й методика виконання яких відображені в даних методичних рекомендаціях, орієнтовані на здобуття практичних навичок, що відповідають вимогам освітньо-професійної програми «Будівництво та цивільна інженерія» до результатів навчання. Кожне з дев'яти занять розраховане на дві академічні години. Конкретний перелік та порядок проведення практичних занять встановлюється в робочій програмі та в силабусі навчальної дисципліни, виходячи з логічної послідовності вивчення навчальної дисципліни з урахуванням розкладу занять.

Результати кожного заняття оформляються у вигляді комп'ютерного тексту обсягом 3...6 сторінок, який містить вихідні дані, розрахункові формули з необхідними поясненнями, таблиці з результатами розрахунків, необхідні графіки та висновки. Звіт за результатами кожного практичного заняття повинен відповідати наведеному нижче порядку виконання цього завдання і містити вихідні дані, результати розрахунків та висновки.

Під час практичних занять здобувачі освіти складають експрес-тести та проходять опитування за темою занять. Оцінювання результатів роботи на практичних заняттях здійснюється відповідно до системи балів, встановлених у силабусі навчальної дисципліни для кожного заняття. Отримані бали враховуються при формуванні підсумкової оцінки згідно з «Положенням про рубіжний контроль успішності та сесійну атестацію здобувачів вищої освіти ЦНТУ», робочою програмою та силабусом та навчальної дисципліни «Теорія надійності будівель і споруд».

# 1. ВИВЧЕННЯ НОРМАТИВНИХ ДОКУМЕНТІВ, ЩО РЕГЛАМЕНТУЮТЬ НАДІЙНІСТЬ БУДІВЕЛЬНИХ КОНСТРУКЦІЙ

**Мета заняття:** ознайомитися з переліком і змістом основних нормативних документів, що встановлюють правила забезпечення надійності будівельних конструкцій, будівель та споруд.

**Завдання та зміст роботи.** Необхідно ознайомитися зі структурою та змістом перелічених нижче нормативних документів, звернувши особливу увагу на відмічені питання та розділи.

**ДБН В.1.2-14-2018.** СНББ. Загальні принципи забезпечення надійності та конструктивної безпеки будівель, споруд, будівельних конструкцій та основ [1]. Норми містять такі ключові положення щодо забезпечення надійності:

- сфера застосування норм (розділ 1);
- визначення основних понять (розділ 3);
- вимоги до надійності будівельних об'єктів (п. 4.1);
- урахування умов експлуатації, техногенних і природних небезпек (п. 4.2);
- заходи щодо запобігання небезпекам (п. 4.3);
- класи відповідальності будівельних об'єктів (п. 5.1, 5.2);
- категорії відповідальності будівельних конструкцій та елементів (п. 5.2);
- встановлення та урахування строків експлуатації будівель і споруд (п. 5.3);
- загальні принципи розрахунку будівельних конструкцій: розрахункові моделі, розрахункові ситуації, забезпечення живучості (п. 6.1, 6.3, 6.4, 6.6);
- метод граничних станів: визначення та класифікація, граничні нерівності (п. 6.2, 7.1, додаток А);
- розрахункові значення властивостей будівельних матеріалів та розмірів конструкцій (п. 6.5.6, 6.5.7, 7.4, 7.5);
- класифікація та розрахункові значення постійних і змінних навантажень і впливів на будівельні конструкції (п. 6.5.1...6.5.5, 7.2);
- урахування спільної дії навантажень і впливів при розрахунках за методом граничних станів (п. 7.3);
- коефіцієнти відповідальності та надійності моделі (п. 7.6);
- рекомендована методика ймовірнісного розрахунку надійності (розділ 8, додаток Б);
- поняття про прогнозування аварійних ситуацій (додаток В).

**ДБН В.1.2-2:2006.** СНББ. Навантаження і впливи. Норми проектування [2, 3]. Слід звернути увагу на такі положення щодо забезпечення надійності:

- сфера використання норм (розділ 1);
- визначення основних понять (розділ 3, додаток Б);
- класифікація навантажень; перелік і застосування розрахункових значень навантажень (пункти 4.1...4.14);
- урахування спільної дії навантажень (пункти 4.15...4.20 з урахуванням зміни № 2);

- визначення постійних і технологічних навантажень (розділи 5, 6, 7);
- принципи визначення характеристичних і розрахункових значень кліматичних навантажень (пункти 8.1...8.5, 8.11, 8.12, 9.1...9.6, 9.14, 9.15, 10.1...10.4, 10.7...10.12);
- система коефіцієнтів, що враховують географічні та конструктивні фактори при визначення атмосферних навантажень (пункти 8.6...8.10, 9.7...9.13, 9.16, 10.5, 10.6, 10.13);
- додатки, що забезпечують визначення орієнтовних строків експлуатації будівель і споруд (додаток В), встановлення уточнених характеристичних значень атмосферних навантажень для міст обласного підпорядкування України (додаток Е), визначення розподілів снігового навантаження по поверхні покрівель (додаток Ж), визначення аеродинамічних коефіцієнтів (додаток І).

**ДБН 362-93.** Оцінка технічного стану сталевих конструкцій виробничих будівель і споруд, що знаходяться в експлуатації [4]. У нормах викладені особливості оцінювання технічного стану та надійності сталевих конструкцій, що перебувають в експлуатації:

- галузь застосування ДБН 362-93 (вступ, пункт 1.1);
- класифікація технічних станів сталевих конструкцій та рекомендована методика оцінювання ступеню фізичного зносу (пункт 1.2, додаток 5);
- засоби оцінювання технічного стану та надійності конструкцій, що перебувають в експлуатації (пункти 1.3, 1.5, 3.1...3.11);
- прогнозування термінів експлуатації та періодичності оглядів і обстежень конструкцій (пункти 1.4, додаток 1);
- порядок проведення обстежень, класифікація дефектів та експлуатаційних пошкоджень (пункти 2.1...2.10, додаток 3);
- методика визначення характеристик сталі (пункти 2.11...2.14, додаток 4);
- методика уточнення постійних навантажень (пункти 2.15...2.16);
- методика уточнення атмосферних навантажень (пункти 2.19, 2.20);
- урахування дефектів виготовлення та експлуатаційних пошкоджень різних видів у розрахунках сталевих конструкцій (пункти 3.12...3.23);
- прийняття рішення щодо результатів оцінки технічного стану конструкцій, які перебувають в експлуатації (розділ 4).

Окрім розглянутих нормативних документів, надійність регламентується нормами проектування будівельних конструкцій різних видів (металевих, дерев'яних, залізобетонних, спеціальних тощо) у яких викладені методи розрахунку, встановлені значення деяких коефіцієнтів методу граничних станів, а також наведені принципи конструювання та конструктивні обмеження, зорієнтовані на забезпечення надійності цих конструкцій. Детальне ознайомлення з цими нормами здійснюється у процесі вивчення відповідних навчальних дисциплін.

## 2. ВИЗНАЧЕННЯ НАВАНТАЖЕНЬ НА БУДІВЕЛЬНІ КОНСТРУКЦІЇ ЗА ДБН В.1.2-2:2006

**Мета заняття:** закріпити уміння визначати навантаження на будівельні конструкції за ДБН В.1.2-2:2006 та підготувати дані для розв'язання наступних задач на практичних заняттях.

**Вихідні дані:** географічний район розташування об'єкта, призначення будівлі, конструкція покрівлі, проліт, крок, переріз і матеріал прогону покрівлі, чи іншого конструктивного елемента з необхідними характеристиками, вказаними в індивідуальному завданні.

**Завдання:** за ДБН В.1.2-2:2006 визначити розрахункові значення навантажень від власної ваги конструкцій покрівлі, снігу та вітру для заданого географічного району.

**Порядок розв'язання** визначається вказівками розділів 5, 8, 9 ДБН В.1.2-2:2006 [2]. Необхідні розрахунки рекомендується виконувати в такій послідовності:

1. За вказаною в індивідуальному завданні конструкцією покрівлі та вказівками розділу 5 ДБН [2] визначається характеристичне, експлуатаційне та граничне розрахункове значення постійного навантаження. Розрахунок доцільно виконувати в табличній формі за зразком таблиці 2.1.

Таблиця 2.1 – Постійне навантаження від маси покрівлі

Склад покрівлі	$Q_0$ (Па)	$\gamma_{fm}$	$Q_m$ (Па)
Гравійна захисна посипка			
Гідроізоляція з _____			
Утеплювач з _____, $\rho =$ ___ кг/м <sup>3</sup> товщиною ___ мм			
. . . інші шари покрівлі . . .			
Настил з _____			
Прогін перерізом _____ з кроком ___ м			
У с ь о г о		—	

2. Залежно від вказаного в завданні призначення будівлі за додатком В ДБН [2] встановлюється термін експлуатації конструкцій покрівлі  $T_{ef}$ .
3. Для заданого географічного району за додатком Е ДБН [2] визначаються характеристичні значення снігового та вітрового навантажень.

4. За формулами (8.1) і (9.4) ДБН [2] обчислюються граничні розрахункові значення снігового та вітрового навантаження для періодів повторюваності  $T = 20, 50, 100, 200$  років та для періоду повторюваності  $T = T_{ef}$ , рівного вказаному в завданні строку експлуатації конструкції. При цьому конструктивні особливості та метеорологічні умови вважаються такими, при яких усі допоміжні коефіцієнти дорівнюють одиниці, тому в формулах (8.1) і (9.4) ДБН [2] приймають  $C=1$ . Результати розрахунків оформлюються за зразком таблиці 2.2.
5. За формулами (8.2) і (9.5) ДБН [2] обчислюються експлуатаційні розрахункові значення снігового та вітрового навантаження для часток строку служби  $\eta = 0,05, 0,02, 0,01, 0,005$ . У формулах (8.2) і (9.5) ДБН [2] також приймають  $C=1$ . Результати розрахунків заносяться в таблицю 2.2.

Таблиця 2.2 – Атмосферні навантаження для міста \_\_\_\_\_

Граничні розрахункові значення навантажень (Па)	$T$ , роки	20	50	100	200	$T_{ef} =$
	снігового $S_m$					
	вітрового $W_m$					
Експлуатаційні розрахункові значення навантажень (Па)	частка $\eta$	0,05	0,02	0,01	0,005	—
	снігового $S_e$					—
	вітрового $W_e$					—

6. За даними таблиці 2.2 порівнюються орієнтовні відношення граничних розрахункових значень до експлуатаційних розрахункових значень для снігового навантаження та для вітрового навантаження.
7. Робляться висновки щодо впливу періоду повторюваності  $T$  і частки строку служби  $\eta$  на величини граничних та експлуатаційних розрахункових значень снігового і вітрового навантаження. Бажано відобразити ці зміни на відповідних графіках.



### 3. СТАТИСТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ІМОВІРНІСНЕ ПОДАННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ БУДІВЕЛЬНИХ МАТЕРІАЛІВ

**Мета заняття:** на прикладі даних про границю текучості сталі чи границю міцності деревини опанувати методику статистичної обробки та ймовірнісного подання експериментальних даних у формі нормально розподіленої випадкової величини, а також способи визначення ймовірностей виходу за задані межі та встановлення розрахункових значень характеристик міцності будівельних матеріалів.

**Вихідні дані:** результати випробувань зразків будівельних матеріалів згідно з індивідуальним завданням.

**Завдання:** виконати статистичну обробку вибірки значень границі міцності деревини чи границі текучості сталі, встановити нормативні та розрахункові опори за результатами випробувань.

**Порядок розв'язання** відповідає методиці статистичної обробки вибірок випадкових величин, описаній в [9] і в додатку А, та загальній методиці нормування розрахункових опорів будівельних матеріалів [1]. Розрахунки виконуються в такій послідовності:

1. За формулами додатку А (вручну чи в середовищі EXCEL) визначаються числові характеристики вибірки границі міцності чи текучості: обсяг  $N$ , розмах ( $X_{min}$  та  $X_{max}$ ), середнє значення  $M$ , стандарт  $S$ , коефіцієнт варіації  $V$ .
2. За вказівками додатку А встановлюються межі інтервалів, визначаються кількості та ймовірності попадання даних до кожного інтервалу, а також дослідні значення густини, за якими будується гістограма розподілу.
3. За формулою (Б.1) додатка Б обчислюються значення густини нормального розподілу для меж інтервалів і на гістограмі будується апроксимуюча крива густини нормального розподілу.
4. Здійснити перевірку відповідності підбраного нормального розподілу дослідній гістограмі за описаним в додатку А та в [9] критерієм узгодженості Пірсона або візуально (згідно з вказівкою викладача).
5. Визначити величину характеристичного опору матеріалу за формулою

$$R_0 = M - t \times S, \quad (3.1)$$

де  $M$  і  $S$  – середнє значення та стандарт за результатами статистичної обробки вибірки даних;

$t=1,64$  – квантиль нормованого нормального розподілу з таблиці В.1, що відповідає забезпеченості нормативного опору  $P=0,95$ .

6. Визначається величина розрахункового опору матеріалу за формулою

$$R = M - C_n \times S, \quad (3.2)$$

$C_n$  – толерантна межа, що враховує обсяг вибірки показника міцності та необхідну забезпеченість розрахункового опору. Значення  $C_n$  приймається за таблицею 3.1, яка є копією таблиці 4 ДБН [1].

Таблиця 3.1 – Толерантні межі для визначення розрахункового опору

$N =$	5	6	7	8	9	10	15	20	25	50	100
$C_n =$	4,21	3,71	3,40	3,19	3,03	2,91	2,57	2,40	2,29	2,06	1,993

Для проміжних значень обсягу вибірки характеристик міцності  $N$  коефіцієнт  $C_n$  визначається лінійною інтерполяцією.

7. Визначається фактичне значення коефіцієнта надійності за матеріалом як відношення характеристичного опору до розрахункового

$$\gamma_m = R_0 / R. \quad (3.3)$$

При дослідженні міцності сталі отримане значення  $\gamma_m$  порівнюється з даними таблиці 7.2 ДБН [4] (від 1,025 до 1,100 залежно від марки сталі).

При аналізі отриманих результатів слід пам'ятати, що коефіцієнти варіації характеристик міцності будівельних матеріалів звичайно приймають такі значення: сталь – 0,06 – 0,12; бетон – 0,10 – 0,15; деревина – 0,15 – 0,25. Вихід результатів за вказані межі свідчить про неоднорідність наявної вибірки (присутність матеріалів різних марок), або про помилку в розрахунках. Додатковим засобом виявлення грубих помилок може служити порівняння отриманих характеристичних і розрахункових опорів з відповідними значеннями, наведеними в нормах проектування.

У **висновках** слід вказати отримані за результатами статистичної обробки характеристичне й розрахункове значення границі текучості чи границі міцності дослідженого матеріалу, а також відобразити відповідність цих значень та отриманого коефіцієнта надійності за матеріалом до даних норм проектування сталевих чи дерев'яних конструкцій.

#### 4. СТАТИСТИЧНИЙ АНАЛІЗ І ВИЗНАЧЕННЯ РОЗРАХУНКОВИХ ЗНАЧЕНЬ ПОСТІЙНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

**Мета заняття:** закріпити уміння виконувати статистичну обробку експериментальних даних та їх подання у формі нормально розподіленої випадкової величини, вивчити методику встановлення розрахункових значень постійного навантаження за результатами натурних обстежень.

**Вихідні дані:** наведені в завданні результати зважування матеріалів огорожувальних шарів, відібраних із шурфів покрівлі при обстеженні будівлі.

**Завдання:** виконати статистичну обробку вибірки значень ваги огорожувальних шарів покрівлі, встановити характеристичне, експлуатаційне та граничне розрахункове значення рівномірно розподіленого навантаження від ваги огорожувальних конструкцій покрівлі, а також реальний коефіцієнт надійності за граничним розрахунковим значенням постійного навантаження.

**Порядок розв'язання** відповідає методиці статистичної обробки вибірок випадкових величин, описаній в [9] і в додатку А, а також методиці нормування постійного навантаження [1], [2], [5]. Розрахунки виконуються таким чином:

1. Для кожного шурфа обчислюється значення навантаження, рівномірно розподіленого по поверхні покриття, шляхом ділення сумарної ваги матеріалів, відібраних із шурфа, на його площу.
2. За формулами додатку А та вказівками посібника [9] (вручну чи в середовищі EXCEL) визначаються числові характеристики вибірки значень рівномірно розподіленого навантаження від огорожувальних шарів покрівлі: обсяг вибірки  $N$ , розмах ( $X_{min}$  та  $X_{max}$ ), середнє значення  $M_0$ , стандарт  $S_0$ , коефіцієнт варіації  $V_0$ .
3. При достатньому обсязі вибірки за вказівками додатків А, Б будується гістограма розподілу та відповідна крива густини нормального розподілу, виконується візуальна перевірка його відповідності дослідній гістограмі.
4. З урахуванням обчислених у пункті 2 статистичних характеристик навантаження від огорожувальних шарів покрівлі та характеристичного значення  $M_H$  рівномірно розподіленого навантаження від ваги несучих конструкцій (настилу й прогону покрівлі) з таблиці 2.1 визначаються характеристики сумарного навантаження від ваги покрівлі:

$$M = M_0 + M_H, \quad S = S_0, \quad V = S/M \quad (4.1)$$

5. Згідно з вказівками пункту 7.2.1 ДБН [1] та пунктів 5.1, 5.2 ДБН [2], характеристичне та експлуатаційне розрахункове значення величини постійного навантаження приймаються рівними його середньому значенню

$$Q_0 = Q_e = M, \quad (4.2)$$

6. Обчислюється граничне розрахункове значення постійного навантаження з урахуванням реального обсягу вибірки за вказівками ДБН [5] щодо розрахунку конструкцій, які перебувають в експлуатації:

$$Q_m = M + \alpha \times S / \sqrt{N}, \quad (4.3)$$

де  $M$  і  $S$  – середнє значення та стандарт за формулами (4.1);

$N$  – обсяг наявної вибірки даних (кількість шурфів);

$\alpha$  – толерантна межа за таблицею 4.1, запозиченою з [5].

Таблиця 4.1 – Толерантні межі для визначення граничного розрахункового значення постійного навантаження за формулою (4.3)

$N=$	5	6	7	8	9	12	15	20	25	30	40	$\geq 60$
$\alpha=$	2,13	2,02	1,94	1,89	1,86	1,80	1,76	1,73	1,71	1,70	1,68	1,67

7. Складається зведена таблиця результатів 4.2, до якої заносяться отримані характеристики, а також значення постійного навантаження, обчислені за ДБН [2] в розділі 2.

Таблиця 4.2 – Порівняння параметрів постійного навантаження

Параметри навантаження:	$M$	$S$	$V$	$Q_0$	$Q_m$	$\gamma_{fm}$
За ДБН В.1.2-2:2006 [2]:	—	—	—			
За розрахунком по ДБН [5]:						

8. Визначається й заноситься до таблиці 4.2 реальний коефіцієнт надійності за граничним розрахунковим значенням постійного навантаження (4.3), а також узагальнений коефіцієнт надійності при визначенні навантаження згідно з ДБН [2]:

$$\gamma_{fm} = Q_m / Q_0, \quad (4.4)$$

де  $Q_m$  і  $Q_0$  – граничне розрахункове та характеристичне значення постійного навантаження, отримані за (4.3) та вказівками [5].

9. Визначаються ймовірності перевищення характеристичного й граничного розрахункового значення, визначених за ДБН В.1.2-2:2006, в середовищі EXCEL або за таблицею В.1 залежно від нормованих відхилень

$$t_0 = (Q_0 - M) / S; \quad t_m = (Q_m - M) / S \quad (4.5)$$

Отримані результати порівнюються з вимогами пункту 7.2.1 ДБН [1] (імовірність перевищення граничного розрахункового значення постійного навантаження повинна бути не більшою за 0,005).

У **висновках** слід вказати статистичні характеристики, характеристичне та граничне розрахункове значення рівномірно розподіленого навантаження від маси покрівлі, а також порівняти отримані ймовірності перевищення характеристичного й граничного розрахункового значень з вимогами норм.

## 5. НОРМУВАННЯ СНІГОВОГО НАВАНТАЖЕННЯ ЗА РЕЗУЛЬТАТАМИ СНІГОМІРНИХ ЗЙОМОК

**Мета заняття:** на прикладі вибірки річних максимумів ваги снігового покриву засвоїти методику статистичної обробки та ймовірнісного подання експериментальних даних у формі випадкової величини, розподіленої за законом Гумбеля, вивчити способи нормування розрахункових значень снігового навантаження за метеорологічними даними.

**Вихідні дані:** наведена в індивідуальному завданні вибірка річних максимумів запасу води в сніговому покриві, сформована за результатами снігомірних зйомок на одній з метеостанцій України.

**Завдання:** виконати статистичну обробку вибірки річних максимумів ваги снігового покриву на ґрунті та описати її розподілом Гумбеля, встановити характеристичне значення, граничні та експлуатаційні розрахункові значення снігового навантаження на поверхню ґрунту, а також залежність коефіцієнта надійності за граничним розрахунковим значенням від періоду повторюваності снігового навантаження.

**Порядок розв'язання** відповідає методиці статистичної обробки вибірок випадкових величин, описаній в [9] і в додатку А, а також методиці нормування снігового навантаження [2], [6], [8]. Розрахунки виконуються таким чином:

1. До зведеної таблиці за зразком таблиці 5.1 заносяться результати визначення розрахункових значень снігового навантаження для заданого географічного району за ДБН [2], які були отримані в розділі 2.

Таблиця 5.1 – Результати визначення снігового навантаження

Параметри снігового навантаження (Па)		$M$	$S$	$V$	$Q_0$	
	за ДБН [2]	—	—	—		—
	обчислені					—
Граничні розрахункові значення $S_m$ (Па)	Т, роки	20	50	100	200	$T_{ef} =$
	за ДБН [2]					
	обчислені					
Коефіцієнти надійності $\gamma_{fm}$	за ДБН [2]					
	обчислені					
Експлуатаційні розрахункові значення $S_e$ (Па)	частка $\eta$	0,05	0,02	0,01	0,005	—
	за ДБН [2]					—
	обчислені					—

2. За формулами додатку А та вказівками посібника [9] (вручну чи в середовищі EXCEL) визначаються числові характеристики вибірки річних максимумів ваги снігового покриву: обсяг вибірки  $N$ , розмах ( $X_{min}$  та  $X_{max}$ ), середнє значення  $M$ , стандарт  $S$ , коефіцієнт варіації  $V$ .

3. За вказівками додатків А, Б будується гістограма розподілу, визначаються параметри закону розподілу Гумбеля, обчислюються значення його густини для кінців інтервалів і на гістограму наноситься апроксимуюча крива густини розподілу Гумбеля.
4. Здійснюється перевірка відповідності підбраного розподілу Гумбеля дослідній гістограмі за описаним в додатку А критерієм узгодженості Пірсона або візуально (за вказівкою викладача).
5. Обчислюються граничні розрахункові значення снігового навантаження для періодів повторюваності  $T = T_{ef}$  (строк служби прогону згідно з завданням), а також  $T = 20, 50, 100, 200$  років за наближеною формулою з [6], [8]:

$$S_m(T) = M + S(0,78 \times \ln T - 0,45), \quad (5.1)$$

де  $M$  і  $S$  – середнє значення та стандарт за результатами статистичної обробки вибірки річних максимумів ваги снігового покриву;

$\ln T$  – натуральний логарифм періоду повторюваності (таблиця В.4).

Результати обчислень заносяться до таблиці типу 5.1.

6. Характеристичне значення снігового навантаження на ґрунт приймається рівним граничному розрахунковому значенню, що відповідає періоду повторюваності  $T = 50$  років, тобто  $S_0 = S(50)$ . Для вказаних у пункті 5 періодів повторюваності обчислюються коефіцієнти надійності за граничним розрахунковим значенням

$$\gamma_{fm}(T) = S(T)/S_0 \quad (5.2)$$

і заносяться до таблиці 5.1.

7. За встановленим у пункті 6 характеристичним значенням  $S_0$  та коефіцієнтами надійності з таблиці 8.3 ДБН [2] обчислюються й заносяться до таблиці 5.1 експлуатаційні розрахункові значення снігового навантаження для часток строку служби  $\eta = 0,05; 0,02; 0,01; 0,005$ :

$$S_e(\eta) = \gamma_{fe} S_0. \quad (5.3)$$

8. Проводиться порівняння результатів розрахунків з відповідними даними, визначеними в розділі 2 для заданого географічного району за ДБН [2], і виявляється ефект від уточнення розрахункових значень за результатами метеорологічних спостережень.

**У висновках** слід вказати статистичні характеристики, характеристичні та граничні розрахункові значення ваги снігового покриву для заданого періоду повторюваності, що відповідає строку експлуатації конструкцій покрівлі, а також оцінити ефект від уточнення розрахункових значень за результатами метеорологічних спостережень.

## 6. НОРМУВАННЯ ВІТРОВОГО НАВАНТАЖЕННЯ ЗА РЕЗУЛЬТАТАМИ ВИМІРЮВАНЬ ШВИДКОСТІ ВІТРУ

**Мета заняття:** закріпити уміння статистичної обробки та ймовірнісного подання експериментальних даних у формі випадкової величини, розподіленої за законом Гумбеля, вивчити способи нормування розрахункових значень вітрового навантаження за метеорологічними даними.

**Вихідні дані:** наведена в індивідуальному завданні вибірка або гістограма розподілу місячних максимумів швидкості вітру, побудована за результатами строкових вимірювань на одній з метеостанцій України.

**Завдання:** виконати статистичну обробку вибірки або гістограми розподілу місячних максимумів швидкості вітру та описати її розподілом Гумбеля, встановити характеристичне значення, граничні та експлуатаційні розрахункові значення вітрового тиску, а також залежність коефіцієнта надійності за граничним розрахунковим значенням від періоду повторюваності вітрового навантаження.

**Порядок розв'язання** відповідає методиці статистичної обробки гістограм розподілу випадкових величин, описаній в [9] і в додатку А, а також методиці нормування вітрового навантаження [2], [6], [8]. Розрахунки слід виконувати в такій послідовності:

1. До зведеної таблиці за зразком 6.1 заносяться результати визначення вітрового навантаження для заданого географічного району за ДБН [2], які були отримані в розділі 2.

Таблиця 6.1. Результати визначення вітрового навантаження

Параметри вітрового навантаження (Па)		$M$	$S$	$V$	$Q_0$
		за ДБН [2]	—	—	—
	обчислені				
Граничні розрахункові значення $W_m$ (Па)	Т, роки	20	50	100	200
	за ДБН [2]				
	обчислені				
Коефіцієнти надійності $\gamma_{fm}$	за ДБН				
	обчислені				
Експлуатаційні розрахункові значення $W_e$ (Па)	частка $\eta$	0,05	0,02	0,01	0,005
	за ДБН [2]				
	обчислені				

2. За формулами додатку А та рекомендаціями посібника [9] (як правило, в середовищі EXCEL) та заданою вибіркою чи гістограмою розподілу визначаються середнє значення  $M$ , стандарт  $S$  і коефіцієнт варіації  $V$  місячних максимумів швидкості вітру.

3. За заданими інтервалами й частотами визначаються дослідні значення густини розподілу й будується гістограма розподілу. За вказівками додатка Б визначаються параметри закону розподілу Гумбеля й обчислюються значення його густини для кінців інтервалів. На гістограму наноситься апроксимуюча крива густини розподілу Гумбеля та здійснюється візуальна перевірка його відповідності дослідній гістограмі.
4. Обчислюються граничні розрахункові значення швидкості вітру для періодів повторюваності  $T = 20, 50, 100, 200$  років за формулою з [6], [8]:

$$v_m(T) = M + S[0,78 \times \ln(12T) - 0,45], \quad (6.1)$$

де  $M$  і  $S$  – середнє значення та стандарт розподілу місячних максимумів швидкості вітру, обчислені в пункті 2;

$\ln T$  – натуральний логарифм періоду повторюваності (таблиця В.4).

5. Отримані за (6.1) граничні розрахункові значення швидкості вітру (м/сек) перераховуються в граничні розрахункові значення вітрового тиску (Па):

$$W(T) = 0,61 [v(T)]^2, \quad (6.2)$$

які заносяться до таблиці 6.1.

6. Характеристичне значення вітрового навантаження приймається рівним розрахунковому значенню для періоду повторюваності  $T = 50$  років:  $W_0 = W(50)$ . Для періодів повторюваності з пункту 4 обчислюються коефіцієнти надійності за граничним розрахунковим значенням

$$\gamma_{fm}(T) = W(T)/W_0 \quad (6.3)$$

і заносяться до таблиці 6.1.

7. За встановленим у пункті 6 характеристичним значенням  $W_0$  та коефіцієнтами надійності з таблиці 9.3 ДБН [2] обчислюються експлуатаційні розрахункові значення вітрового навантаження для часток строку служби  $\eta = 0,05; 0,02; 0,01; 0,005$ :

$$W_e(\eta) = \gamma_{fe} W_0. \quad (6.3)$$

Результати обчислень заносяться до таблиці 6.1.

8. Проводиться порівняння результатів розрахунків з відповідними даними, визначеними в розділі 2 для заданого географічного району за ДБН [2], і формулюються висновки щодо ефекту від уточнення розрахункових значень за результатами метеорологічних спостережень.

**У висновках** слід вказати статистичні характеристики, характеристичні та граничні розрахункові значення вітрового тиску для періоду повторюваності, рівного заданому строку експлуатації конструкцій покрівлі, а також оцінити ефект від здійсненого уточнення розрахункових значень.



## 7. ВИЗНАЧЕННЯ ПОКАЗНИКІВ НАДІЙНОСТІ ЕЛЕМЕНТІВ НЕСУЧИХ КОНСТРУКЦІЙ РОЗРАХУНКОВИМ МЕТОДОМ

**Мета заняття:** вивчити методику оцінювання ймовірності відмови елементів несучих будівельних конструкцій, встановити рівень надійності балки (прогону покрівлі), запроектованої згідно з вимогами чинних норм проектування, та проаналізувати його залежність від строку експлуатації.

**Вихідні дані:** конструкція прогону покрівлі, вказана в індивідуальному завданні, результати статистичних досліджень міцності матеріалу, постійного та снігового навантаження, отримані на попередніх заняттях.

**Завдання:** виконати перевірку міцності сталевого чи дерев'яного прогону покрівлі згідно з вказівками норм проектування, а також з урахуванням розрахункових параметрів, отриманих на попередніх заняттях; визначити ймовірність відмови прогону за критерієм міцності, збудувати функцію надійності та проаналізувати вплив терміну експлуатації на рівень надійності.

**Порядок розв'язання** базується на встановленій чинними нормами проектування [4] процедурі перевірки міцності елементів будівельних конструкцій при згині, на методиці ймовірнісного розрахунку надійності, викладеній у додатку В ДБН В.1.2-14:2018 [1], а також на методах оцінювання безвідмовності, запропонованих і використаних у роботах [6], [7]. Розрахунки виконуються в такій послідовності:

1. До таблиці типу 7.1 заносяться розрахункові значення усіх параметрів та статистичні характеристики, встановлені на попередніх заняттях.
2. Визначається сумарне граничне розрахункове значення навантаження від снігу та власної маси покрівлі

$$Q = Q_m + S_m \text{ (Па)}, \quad (7.1)$$

погонне навантаження на прогон

$$q = Q \times b \text{ (Н/м)}, \quad (7.2)$$

та згинальний момент у прогоні, як у балці на двох шарнірних опорах

$$M = \frac{q \times l^2}{8} \text{ (Н} \times \text{м)}. \quad (7.3)$$

3. Згідно з вказівками норм [3] виконується перевірка міцності прогону за формулою:

$$\sigma = \frac{M}{W} \leq R \text{ (МПа)}. \quad (7.4)$$

4. Розрахунки за пунктами 2 і 3 виконуються у трьох варіантах:
- на граничне розрахункове значення навантаження (7.1), обчислене з урахуванням постійного  $Q_m$  та снігового  $S_m$  навантаження за ДБН [2] для встановленого терміну експлуатації будівлі, при розрахунковому опорі матеріалу за ДБН [4];
  - на граничне розрахункове значення навантаження (7.1), обчислене з урахуванням постійного  $Q_m$  та снігового  $S_m$  навантажень за ДБН [2] для приблизно удвічі більшого терміну експлуатації будівлі, при розрахунковому опорі матеріалу за ДБН [4];
  - на граничне розрахункове значення навантаження (7.1), обчислене з урахуванням постійного  $Q_m$  та снігового  $S_m$  навантажень, а також розрахункового опорі матеріалу, які були визначені на попередніх заняттях за результатами статистичної обробки дослідних даних.
5. Результати розрахунків заносяться до таблиці 7.1, після чого формулюються висновки щодо несучої здатності прогону при розрахунку за ДБН та з використанням уточнених розрахункових параметрів, а також щодо впливу терміну експлуатації на результати перевірки несучої здатності.

Таблиця 7.1 – Розрахункові параметри, статистичні характеристики і результати перевірки несучої здатності прогону покрівлі

Розрахункові параметри	Розрахункові значення для перевірки міцності			Статистичні характеристики	
	за ДБН [2] при $T = \dots$ р.	за ДБН [2] при $T = \dots$ р.	з уточненими параметрами при $T = \dots$ р.	<b>M</b>	<b>S</b>
Матеріал, переріз і момент опору					
Характеристика міцності (МПа)					
Постійне навантаження (Па)					
Снігове навантаження (Па)					
Максимальні напруження (МПа)				—	—
Коефіцієнти впливу $\alpha_n = \alpha_c$		—	—	—	—

6. За результатами перевірочних розрахунків прогону визначається коефіцієнт впливу постійного та снігового навантаження як відношення максимальних напружень у прогоні до величини сумарного рівномірно розподіленого навантаження на покрівлю й заноситься до таблиці 7.1.
7. Обирається декілька значень строку експлуатації конструкції  $T$  в межах від одного року до  $2 \times T_{ef}$  (включаючи встановлений термін експлуатації  $T_{ef}$ ) і для кожного з них виконуються розрахунки за пунктами 8, 9, результати яких заносяться до таблиці 7.2.

8. Визначаються середнє значення й стандарт резерву міцності за формулами

$$M = M_R - \alpha_{II} M_{II} - \alpha_C (M_C + 0,78 S_C \ln T); \quad (7.5)$$

$$S = \sqrt{S_R^2 + \alpha_{II}^2 S_{II}^2 + \alpha_C^2 S_C^2}, \quad (7.6)$$

де  $M_R$  і  $S_R$  – середнє значення й стандарт характеристики міцності матеріалу (границі текучості сталі чи границі міцності деревини) з табл. 7.1;  
 $M_{II}$  і  $S_{II}$  – середнє значення й стандарт постійного навантаження з табл. 7.1;  
 $M_C$  і  $S_C$  – середнє значення й стандарт снігового навантаження з табл. 7.1;  
 $\alpha_{II}$  і  $\alpha_C$  – коефіцієнти впливу постійного та снігового навантаження за пунктом 6 і таблицею 7.1;  
 $\ln T$  – натуральний логарифм строку служби конструкції за пунктом 7 (можна скористатися таблицею В.4).

9. Визначається дальність відмови  $\beta = M/S$ , імовірність відмови  $P_B(T)$  за таблицею В.3 та ймовірність безвідмовної роботи  $P_H(T) = 1 - P_B(T)$ .

Таблиця 7.2 – Визначення функції надійності прогону покрівлі

Строк служби $T$ (роки)	Характеристики резерву міцності		Дальність відмови $\beta$	Імовірність відмови $P_B(T)$	Надійність $P_H(T)$
	$M$	$S$			
1 рік					
...					
$T_{ef}$					
...					
$2 \times T_{ef}$					

10. За прийнятими в пункті 7 строками експлуатації  $T$  й отриманими в пунктах 8, 9 значеннями  $P_H(T)$  будується графік функції надійності, який відображає залежність імовірності безвідмовної роботи від строку служби конструкції.

11. Визначаються нормативні показники надійності за ДБН В.1.2-14-2018 [1]:

- клас відповідальності будівлі – за таблицею 1 ДБН [1];
- категорія відповідальності конструкції – за пунктом 5.2.1 ДБН [1];
- доцільне значення ймовірності відмови – за таблицею В.1 додатка В [1].

12. Обчислене в пункті 9 значення ймовірності відмови при встановленому в завданні терміні експлуатації  $T_{ef}$  порівнюється з доцільним значенням імовірності відмови за пунктом 11 і робляться висновки щодо відповідності рівня надійності проаналізованої конструкції вимогам ДБН В.1.2-14-2018 [1] та впливу терміну експлуатації на ймовірність відмови.

**У висновках** слід відобразити відповідність рівня надійності дослідженої конструкції рекомендаціям ДБН В.1.2-14-2018 та ступінь впливу строку експлуатації на ймовірність відмови.

## 8. ВИЗНАЧЕННЯ ПОКАЗНИКІВ НАДІЙНОСТІ ТА ДОВГОВІЧНОСТІ МАТЕРІАЛІВ І ВИРОБІВ ЗА РЕЗУЛЬТАТАМИ ВИПРОБУВАНЬ

**Мета заняття:** вивчити методику вибору виду закону розподілу для ймовірнісного подання експериментальних даних у формі випадкових величин, способи визначення ймовірностей виходу цих випадкових величин за задані межі, а також обчислення показників ресурсу будівельних матеріалів і виробів.

**Вихідні дані:** результати ресурсних випробувань зразків будівельних матеріалів та виробів (на морозостійкість, стиранність тощо) згідно з індивідуальним завданням.

**Завдання:** виконати статистичну обробку вибірки значень ресурсу виробу, отриманих за результатами випробувань на морозостійкість чи стиранність; визначити функцію надійності, середній та гамма-відсотковий ресурс за результатами випробувань.

**Порядок розв'язання** базується на методиці статистичної обробки вибірок випадкових величин, описаній в [6], [9] і в додатку А. Розрахунки виконуються в такій послідовності:

1. За формулами додатку А (вручну чи в середовищі EXCEL) визначаються числові характеристики вибірки значень ресурсу виробу (наробітку до відмови за встановленим критерієм): обсяг  $N$ , розмах ( $X_{min}$  та  $X_{max}$ ), середнє значення  $M$ , стандарт  $S$ , коефіцієнт варіації  $V$ .
2. За вказівками додатку А та посібника [9] встановлюються межі інтервалів, визначаються кількості та ймовірності попадання даних до кожного інтервалу, дослідні значення густини та будується гістограма розподілу.
3. Виходячи з форми збудованої гістограми, обирається можливий вид закону розподілу (нормальний, логнормальний, експоненціальний), визначаються його параметри, за відповідною формулою з додатка Б та посібника [9] обчислюються й наносяться на гістограму значення густини обраного теоретичного розподілу.
4. Здійснюється візуальна перевірка відповідності підбраного розподілу дослідній гістограмі, а також перевірка за описаним в додатку А критерієм узгодженості Пірсона.
5. Для декількох значень наробітку  $X$  в межах від нуля до середнього наробітку  $M$  обчислюються ймовірності безвідмовної роботи за формулою

$$P(X) = 1 - F(X), \quad (8.1)$$

де  $F(X)$  – значення інтегральної функції розподілу, обчислене згідно з додатком Б для обраного теоретичного закону.

За результатами обчислень будується графік функції надійності досліджуваного матеріалу чи виробу, для чого вздовж осі абсцис відкладають обрані значення наробітку, а вздовж осі ординат – відповідні їм імовірності безвідмовної роботи.

6. Для значень забезпеченості  $\gamma = 0,8; 0,9; 0,95; 0,99$  обчислюють гамма-відсоткові наробітки, як розв'язки рівняння (8.1) відносно  $X$ .

У випадку експоненціального розподілу наробітку до відмови вони безпосередньо обчислюються за формулою

$$X_{\gamma} = -\ln(\gamma) / \beta = -M \times \ln(\gamma). \quad (8.2)$$

У випадку нормального розподілу наробітку до відмови  $X_{\gamma}$  визначаються як

$$X_{\gamma} = M - t_{\gamma} S \quad (8.3)$$

де  $M$  і  $S$  – середнє значення та стандарт за результатами статистичної обробки вибірки даних;

$t_{\gamma}$  – квантиль нормованого нормального розподілу з таблиці В.1, що відповідає забезпеченості  $F = \gamma$ .

При логнормальному розподілі наробітку до відмови  $X_{\gamma}$  дорівнюють

$$X_{\gamma} = \exp(\alpha - t_{\gamma} \beta) \quad (8.4)$$

де  $\alpha$  і  $\beta$  – параметри логнормального розподілу за формулами (Б.4);

$t_{\gamma}$  – квантиль нормованого нормального розподілу з таблиці В.1, що відповідає забезпеченості  $F = \gamma$ .

При виконанні обчислень у середовищі EXCEL формулу (8.3) можна реалізувати у вигляді функції **НОРМОБР(1- $\gamma$ , M, S)**, а формулу (8.4) записати як **exp[НОРМОБР(1- $\gamma$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ )]**.

7. За отриманою функцією надійності встановлюється забезпеченість середнього ресурсу  $M$ , а також виконується порівняння гамма-відсоткових ресурсів  $X_{\gamma}$  (при різних рівнях забезпеченості  $\gamma$ ) з середнім ресурсом  $M$ .

**Результати розрахунку** повинні містити вихідні дані, розрахункові формули з числовими значеннями та поясненнями, обґрунтування вибору виду закону розподілу, гістограму з апроксимуючою кривою густини розподілу, значення гамма-відсоткового ресурсу для заданих рівнів забезпеченості  $\gamma$  та їх порівняння з середнім ресурсом дослідженого матеріалу чи виробу.

## 9. ПРИНЦИПИ ВСТАНОВЛЕННЯ КОЕФІЦІЄНТІВ СПОЛУЧЕННЯ НАВАНТАЖЕНЬ

**Мета заняття:** вивчити загальні принципи встановлення коефіцієнтів сполучення навантажень для розрахунків будівельних конструкцій.

**Вихідні дані:** конструкція покрівлі, задана в індивідуальному завданні, та результати визначення навантаження від маси покрівлі.

**Завдання:** Для заданої покрівлі визначити коефіцієнт сполучення навантажень від маси всіх шарів огорожувальних конструкцій. Коефіцієнти варіації ваги окремих шарів обчислити з умови, що граничні розрахункові значення за ДБН В.1.2-2:2006 [2] встановлені із забезпеченістю 0,99.

**Порядок розв'язання** базується на досягненні рівної забезпеченості граничних розрахункових значень навантаження від ваги кожного окремого шару покрівлі та від ваги усієї покрівлі в цілому. Загальна методика та деякі результати нормування коефіцієнтів сполучення змінних навантажень описані в [8]. Стосовно до урахування спільної дії постійних навантажень від декількох шарів покрівлі рекомендується виконувати розрахунки в такій послідовності:

1. До таблиці 9.1 заносяться конструкція покрівлі та результати визначення навантаження від її ваги, отримані в таблиці 2.1. Якщо задана інша конструкція покрівлі, навантаження від її ваги обчислюється за методикою розділу 2 даних рекомендацій.

Таблиця 9.1 – Постійне навантаження від маси покрівлі

	Склад покрівлі	$M_i = Q_{0i}$ (Па)	$\gamma_{fmi}$	$Q_{mi}$ (Па)	$S_i$ (Па)
1	Гравійна захисна посипка				
2	Гідроізоляція з _____				
...	Утеплювач з _____ $\rho = \underline{\quad}$ кг/м <sup>3</sup> товщиною _____ мм				
<i>i</i>	. . . . .				
...	Настил з _____				
N	Прогін перерізом _____ з кроком _____ м				
	У с ь о г о		—		

2. Виходячи із забезпеченості граничного розрахункового значення 0,99, для кожного *i*-того шару обчислюються стандарти навантаження  $S_i$ :

$$S_i = M_i (\gamma_{fmi} - 1) / 2,32 = (Q_{mi} - Q_{0i}) / 2,32, \quad (9.1)$$

де  $M_i$  – середні значення, рівні характеристичним навантаженням;  
 $\gamma_{fmi}$  – коефіцієнти надійності за граничним розрахунковим значенням навантаження від *i*-того шару.

3. Згідно з теоремами про числові характеристики суми випадкових величин [9], середнє значення й стандарт сумарного навантаження від маси усіх шарів покрівлі дорівнюють

$$M = \sum_{i=1}^N M_i ; \quad S = \sqrt{\sum_{i=1}^N S_i^2} . \quad (9.2)$$

4. Граничне розрахункове значення сумарного навантаження від маси покрівлі визначається за прийнятою забезпеченістю 0,99 за формулою

$$Q_m = M + 2,32S , \quad (9.3)$$

5. Коефіцієнт сполучення постійних навантажень від маси огорожувальних шарів покрівлі дорівнює

$$\psi = Q_m / \sum_{i=1}^N Q_{mi} , \quad (9.4)$$

де  $Q_m$  – граничне розрахункове значення сумарного навантаження (9.3);

$Q_{mi}$  – граничні розрахункове значення навантаження від маси усіх шарів.

Відмітимо, що суми характеристичних і граничних розрахункових значень навантаження від маси усіх шарів покрівлі у формулах (9.2) і (9.4) вже були визначені в таблиці 2.1, як характеристичне (експлуатаційне) та граничне розрахункове значення навантаження від маси покрівлі.

**Висновки** за результатами дослідження повинні відобразити вплив коефіцієнта сполучення на розрахунковий напружений стан прогону та доцільність його урахування при проектуванні конструкцій покрівлі.

## Рекомендована література

1. ДБН В.1.2-14-2018. Система забезпечення надійності та безпеки будівельних об'єктів. Загальні принципи забезпечення надійності та конструктивної безпеки будівель і споруд. К.: Мінрегіонбуд України, 2018.- 30 с.
2. ДБН В.1.2-2:2006. Навантаження і впливи. Норми проектування. К.: Мінбуд України, 2007. – 60 с.
3. ДБН В.1.2-2:2006. Навантаження і впливи. Норми проектування. Зміна № 2. К.: Мінбуд України, 2020.- 5 с.
4. ДБН В.2.6-198:2014. Сталеві конструкції. Норми проектування. К.: Мінрегіон України, 2014.
5. ДБН 362-93. Оцінка технічного стану сталевих конструкцій виробничих будівель і споруд, що знаходяться в експлуатації / Держбуд України.- К.: Укрархбудінформ, 1995. – 46 с.
6. Пашинський, В. А. Основи теорії надійності будівель і споруд : навч. посіб. / В. А. Пашинський. - Кіровоград : КНТУ, 2016. - 154 с.
7. Пічугін С.Ф. Розрахунок надійності будівельних конструкцій. [Текст]: монографія. – Полтава: ТОВ «АСМІ», 2016. – 240 с. [Електронний ресурс] Режим доступу: <http://reposit.nupr.edu.ua/handle/PoltNTU/12454>
8. Пашинський В.А. Атмосферні навантаження на будівельні конструкції на території України. – К.: УкрНДІПСК, 1999. – 185 с.
9. Пашинський В.А., Пашинський М.В. Статистичні методи в інженерних дослідженнях. Навчальний посібник для здобувачів вищої освіти з інженерних спеціальностей. – Кропивницький: ЦНТУ, 2020. – 106 с. [Електронний ресурс].



## Додаток А

### ПОРЯДОК СТАТИСТИЧНОЇ ОБРОБКИ ВИБІРКИ ВИПАДКОВОЇ ВЕЛИЧИНИ

*Завдання статистичної обробки* вибірки звичайно полягає в отриманні закону розподілу випадкової величини за наявними дослідними даними. Предметом статистичного аналізу є вибірка значень випадкової величини, отримана в результаті якихось вимірювань чи спостережень. У найпростішому випадку статистична обробка зводиться до такої послідовності операцій:

- визначення числових характеристик;
- побудова гістограми розподілу;
- вибір виду апроксимуючого розподілу і визначення його параметрів;
- перевірка узгодженості обраного розподілу з дослідними даними.

Статистична обробка вибірок випадкових величин звичайно виконується на персональних комп'ютерах із використанням готових програм. Невеликі вибірки можна також обробити вручну, найкраще – в табличній формі. Нижче описані способи статистичної обробки даних у середовищі табличного процесора EXCEL, який має необхідні вбудовані статистичні функції.

У наведених формулах обсяг вибірки позначено через  $N$ , а кожен її елемент (отримане в результаті окремого вимірювання значення випадкової величини) – через  $X_i$ . В табличному процесорі EXCEL аргумент „список” усіх статистичних функцій характеристик звичайно задає область робочої сторінки, в комірці якої занесені елементи вибірки. Для визначення списку слід просто „обвести” необхідну область курсором миші під час уведення функції через меню „ВСТАВКА, ФУНКЦІЯ”. Оскільки статистичні функції ігнорують пусті комірки, область робочого аркуша „список” може бути більшою за наявну вибірку. Це дозволяє створювати бланки, у які досить занести дані, щоб виконати їх статистичну обробку.

Викладена нижче методика статистичної обробки проілюстрована наведеним у кінці цього додатку числовим прикладом статистичної обробки вибірки значень границі міцності бетону, отриманих за результатами випробувань зразків-кубиків на стиск.

*Числові характеристики* визначаються вручну за наведеними нижче формулами, або з використанням статистичних функцій текстового процесора EXCEL, які реалізують обчислення за тими ж формулами.

Розмах вибірки задається найменшим  $X_{min}$  і найбільшим  $X_{max}$  спостереженими значеннями. В середовищі EXCEL для їх знаходження використовуються функції *МИН(список)* та *МАКС(список)*.

Середнє значення, яке визначає положення центра розподілу випадкової величини, дорівнює

$$M = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i, \quad (\text{A.1})$$

а в середовищі EXCEL обчислюється за функцією **СРЗНАЧ(список)**.

Стандарт (середнє квадратичне відхилення) характеризує міру розкиду випадкової величини відносно центра розподілу й обчислюється за формулою

$$S = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (X_i - M)^2}, \quad (\text{A.2})$$

яка в середовищі EXCEL реалізована функцією **СТАНДОТКЛОН(список)**.

Залежно від версії Microsoft Excel, ця та інші статистичні функції можуть мати дещо інші, але близькі ідентифікатори.

Коефіцієнт варіації є відносною мірою розкиду випадкової величини і визначається за формулою

$$V = S/M. \quad (\text{A.3})$$

Середнє значення й стандарт мають розмірність самої випадкової величини. Коефіцієнт варіації – величина безрозмірна або виражена у відсотках. Наприклад, нормативне значення коефіцієнта варіації міцності бетону встановлене рівним  $V=0,135=13,5\%$ . Окрім того, у математичній статистиці використовуються коефіцієнти асиметрії  $A$  та ексцесу  $E$ , смисл і методика обчислення яких пояснені в [9].

**Гістограма розподілу** є статистичним еквівалентом густини розподілу випадкової величини. Для її побудови область визначення випадкової величини (інтервал між найменшим  $X_{min}$  і найбільшим  $X_{max}$  зі спостережених значень) розбивається на інтервали, кількість яких  $L$  вибирається залежно від обсягу вибірки  $N$  за рекомендацією наступної таблиці:

<b>N =</b>	10 – 40	40 – 100	100 – 300	300 – 1000	1000 – 5000
<b>L =</b>	4 – 6	5 – 8	6 – 10	8 – 15	10 – 25

Межі інтервалів  $C_j, j=0, \dots, L$  встановлюються, виходячи з довжини інтервалу, обчисленої за формулою

$$d = (X_{max} - X_{min})/L \quad (\text{A.4})$$

та округленою до значення, зручного для подальшого використання. Нижня межа першого інтервалу  $C_0$  округлюється в менший бік, а верхня межа останнього  $C_L$  – у більший. Округлення довжини інтервалу  $d$  може привести до коригування їх кількості  $L$ .

Побудова гістограми розподілу зводиться до підрахунку кількостей даних  $N_j$ , які належать до кожного з обраних інтервалів. Це робиться шляхом перегляду вибірки вручну, або в середовищі EXCEL – за допомогою функції **ЧАСТОТА(список,  $C_j$ )**, яка обчислює кількість даних в області „список”, менших за межу  $j$ -того інтервалу  $C_j$ . Крайні інтервали, які містять мало даних, рекомендується об'єднати таким чином, щоб у кожному інтервалі було не менше 3 – 5 даних. Довжина об'єданого інтервалу дорівнює сумі довжин, а кількість даних – сумі кількостей даних для інтервалів, що об'єднуються. Об'єднання інтервалів дозволяє відмежуватися від випадкових коливань частот при невеликих обсягах вибірок.

Імовірності попадання до кожного з інтервалів (частоти даних)  $P_j$  визначають діленням відповідних кількостей даних  $N_j$  на обсяг вибірки  $N$ :

$$P_j = N_j / N . \quad (\text{A.5})$$

Густина імовірності в кожному інтервалі є результатом ділення частоти  $P_j$  на довжину даного інтервалу  $d_j = C_j - C_{j-1}$  :

$$f_j = P_j / d_j = P_j / (C_j - C_{j-1}) . \quad (\text{A.6})$$

За необхідності об'єднання, різні інтервали можуть мати різну довжину.

Наочно виявити характер розподілу дозволяє графічне зображення гістограми, на якому вздовж осі абсцис відкладаються кінці інтервалів  $C_j$ , тобто значення самої випадкової величини, а вздовж осі ординат – обчислені за формулою (A.6) значення густини імовірності  $f_j$ .

**Числові характеристики** можуть визначатися не шляхом обробки вибірки даних за формулами (A.1) і (A.2), а за гістограмою розподілу, яка задається значеннями середин інтервалів  $X_j = (C_j - C_{j-1})/2$  та ймовірностей попадання випадкової величини до цих інтервалів (частот)  $P_j$ . У такому випадку середнє значення та стандарт визначаються за формулами

$$M = \sum_{j=1}^L P_j X_j ; \quad S = \sqrt{\sum_{j=1}^L P_j (X_j - M)^2} , \quad (\text{A.7})$$

а коефіцієнт варіації – за формулою (A.3).

Обчислення за формулами (A.7) легко реалізуються в середовищі EXCEL у вигляді таблиці з такими колонками: середини інтервалів  $X_j$ , частоти  $P_j$ , добуток  $P_j X_j$ , добуток  $P_j (X_j - M)^2$ .

За формулами (A.7) визначаються також числові характеристики дискретної випадкової величини, заданої набором її можливих значень  $X_j$  та частот їх реалізації  $P_j$ .

**Вид теоретичного закону розподілу** для опису дослідженої випадкової величини обирається, виходячи з наступних міркувань:

- фізичне обґрунтування досліджуваного явища (наприклад, нормальний розподіл є результатом впливу багатьох випадкових факторів, розподіл Гумбеля описує максимальні значення випадкових величин);
- співвідношення числових характеристик (наприклад, для експоненціального розподілу  $M=S$ , для розподілу Гумбеля  $A=1,14$  і  $E=2,4$ );
- візуальна відповідність форми кривої густини теоретичного розподілу до дослідної гістограми.

Закони розподілу, які часто вживаються в теорії надійності та при нормуванні навантажень на будівельні конструкції, описані в додатку Б. Більш детальна інформація наведена в посібнику [9].

**Перевірка узгодженості** обраного закону розподілу з дослідними даними спочатку виконується візуально, шляхом аналізу відповідності густини розподілу до форми дослідної гістограми. Остаточне рішення щодо можливості застосування вибраного закону розподілу приймається за результатами перевірки статистичними критеріями узгодженості, найпоширенішим із яких є критерій Пірсона. Згідно з [9], статистика критерію Пірсона обчислюється за формулою

$$\chi^2 = N \sum_{j=1}^L \frac{(P_j - P_{jt})^2}{P_{jt}}, \quad (\text{A.8})$$

де  $L$  – кількість інтервалів у гістограмі;

$N$  – обсяг вибірки, за якою збудована гістограма розподілу;

$P_j$  – дослідна ймовірність попадання випадкової величини до  $j$ -того інтервалу, визначена за (A.5);

$P_{jt} = F(C_j) - F(C_{j-1})$  – теоретична ймовірність попадання випадкової величини до  $j$ -того інтервалу, визначена за обраним законом розподілу.

Обчислене за формулою (A.7) вибіркове значення статистики  $\chi^2$  порівнюється з критичним значенням  $\chi_{cr}^2(\alpha, k)$ , визначеним за таблицею В.2, залежно від рівня значимості  $\alpha$  та кількості ступенів свободи  $k$ . Рівень значимості  $\alpha$  встановлює ймовірність відкидання правильної гіпотези (визнання невідповідним теоретичного розподілу, який насправді узгоджується з дослідними даними) і зазвичай приймається рівним  $\alpha=0,05$ . Кількість ступенів свободи  $k$  дорівнює кількості інтервалів в гістограмі розподілу  $L$ , зменшеній на кількість параметрів вибраного теоретичного закону розподілу і ще на одиницю. Для експоненціального розподілу  $k=L-2$ ; для усіх інших розподілів з додатка Б  $k=L-3$ .

Якщо  $\chi^2 \leq \chi_{cr}^2$ , вибраний закон розподілу не суперечить дослідним даним і його можна використовувати для ймовірнісного опису досліджуваної випадкової величини. При  $\chi^2 > \chi_{cr}^2$  для апроксимації дослідних даних слід вибрати закон розподілу іншого виду.

**Приклад статистичної обробки** вибірки випадкової величини. У результаті випробувань на стиск стандартних зразків бетону отримана вибірка обсягом  $N=20$  значень границі міцності бетону (в мегапаскалях):

20,3 18,0 23,0 14,8 22,4 19,8 24,4 18,2 18,4 18,4  
17,7 19,3 22,0 19,4 20,7 20,1 19,0 17,3 16,6 18,0

Статистична обробка виконана в середовищі табличного процесора EXCEL. За формулами (А.1), (А.2), (А.3) отримані числові характеристики:

- розмах вибірки  $X_{min} = 14,8$  МПа,  $X_{max} = 24,4$  МПа;
- середнє значення  $M = 19,58$  МПа;
- стандарт  $S = 2,28$  МПа;
- коефіцієнт варіації  $V = 0,116=11,6\%$ .

Таким чином, середнє значення границі міцності бетону практично відповідає марці М 200, а коефіцієнт варіації  $V=11,6\%$  є дещо нижчим від нормативного значення для важкого бетону  $V=13,5\%$ .

Гістограма розподілу границі міцності бетону збудована за формулами (А.5), (А.6). При  $N=20$  даних прийнято 6 інтервалів, довжина яких згідно з формулою (А.4) встановлена рівною 2 МПа. Обчислення, необхідні для побудови гістограми розподілу, виконані в наступній таблиці:

Номер інтервалу $J$	Кінець інтервалу $C_j$	$N_j$	$P_j$	$f_j$	$f_{jt}$
1	16	1	0,050	0,025	0,0231
2	18	4	0,200	0,100	0,0921
3	20	7	0,350	0,175	0,1697
4	22	5	0,250	0,125	0,1444
5	24	2	0,100	0,050	0,0567
6	26	1	0,050	0,025	0,0103

За отриманими в таблиці значеннями  $C_j$  та  $f_j$  збудована гістограма розподілу, яка наведена на рисунку А.1.

Характеристики міцності будівельних матеріалів зазвичай розподілені за нормальним законом, що підтверджується симетричним пагорбоподібним виглядом гістограми, наведеної на рисунку А.1. Останній стовпець таблиці містить обчислені за формулою (Б.1) значення густини нормального розподілу  $f_{jt}$ , за якими збудована крива на рисунку А.1. Візуальний аналіз вказує на відповідність густини нормального розподілу до дослідної гістограми.

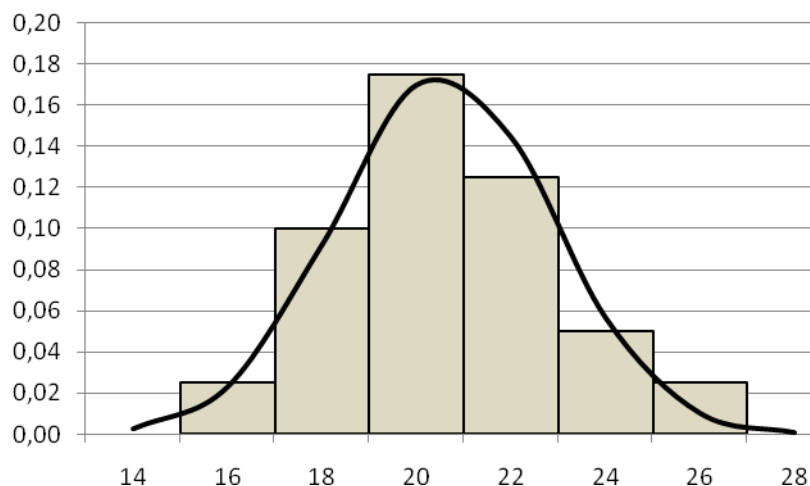


Рис. А.1 Гістограма розподілу границі міцності бетону

Остаточна перевірка узгодженості підбраного нормального розподілу виконана за критерієм Пірсона в наступній таблиці:

Номер інтервалу $J$	Кінець інтервалу $C_j$	$P_j$	$F_j(t)$	$P_{jt}$	$\chi^2$
	14		0,0071		
1	16	0,050	0,0577	0,0506	0,0001
2	18	0,200	0,2434	0,1857	0,0220
3	20	0,350	0,5729	0,3295	0,0256
4	22	0,250	0,8561	0,2832	0,0778
5	24	0,100	0,9739	0,1179	0,0541
6	26	0,050	0,9976	0,0237	0,5852
С у м и :		1,000		0,9905	0,7648

У результаті обчислень за формулою (А.8) отримано вибіркоче значення статистики критерію Пірсона  $\chi^2 = 0,765$ . За таблицею В.2 для рівня значимості  $\alpha=0,05$  та кількості ступенів свободи  $k=6-3=3$  встановлено критичне значення критерію Пірсона  $\chi_{cr}^2 = 7,82$ . Оскільки  $\chi^2 = 0,765 < \chi_{cr}^2 = 7,82$ , слід вважати, що нормальний розподіл з  $M=19,58$  МПа та  $S=2,28$  МПа не суперечить дослідним даним і може застосовуватися для ймовірнісного опису границі міцності бетону.

Користуючись нормальним законом розподілу, визначимо клас бетону, як мінімальне значення границі міцності із забезпеченістю 0,95, за формулою

$$R_n = M - t \times S = 19,58 - 1,64 \times 2,28 = 15,85 \text{ МПа,}$$

де  $M$  і  $S$  – середнє значення та стандарт за результатами статистичної обробки наявної вибірки даних;

$t=1,64$  – квантиль нормованого нормального розподілу з таблиці В.1, що відповідає забезпеченості класу бетону  $P=0,95$ .

Отримані результати показують, що фактична середня міцність бетону  $M=19,58$  МПа на 2% нижча від необхідної для марки М 200. Не дивлячись на це, гарантована границя міцності бетону  $R_n=15,85$  МПа відповідає класу В 15, який повинен мати бетон марки М 200. Це явище пояснюється тим, що за рахунок добре налагодженої технології виготовлення бетонної суміші фактичний розкид міцності бетону з коефіцієнтом варіації  $V=11,6\%$  отримано меншим від нормативного значення  $V=13,5\%$ .

## Додаток Б

### ЗАКОНИ РОЗПОДІЛУ ВИПАДКОВИХ ВЕЛИЧИН

Завершальним етапом статистичної обробки вибірки випадкової величини є вибір теоретичного розподілу з урахуванням фізичної природи дослідженої величини та вигляду гістограми, а також визначення параметрів обраного розподілу з умови забезпечення рівності числових характеристик теоретичного розподілу та проаналізованої вибірки. Нижче описані закони розподілу, які часто вживаються в дослідженнях надійності та при нормуванні навантажень: нормальний, логнормальний, Гумбеля та експоненціальний. Більш повна інформація наведена в посібнику [9].

**Нормальний закон розподілу** (розподіл Гауса) є граничним розподілом, до якого наближається сума багатьох випадкових величин. Тому він часто застосовується для опису випадкових величин, які формуються в результаті впливу багатьох випадкових факторів. Нормальний розподіл має нескінчену область визначення і задається двома параметрами, рівними математичному сподіванню  $M$  та стандарту  $S$  випадкової величини. Графік його густини має симетричну пагорбоподібну форму й описується формулою

$$f(x) = \frac{1}{S \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x - M)^2}{2S^2}\right]. \quad (\text{Б.1})$$

Інтегральна функція нормального розподілу  $F(x)$  не має аналітичного виразу, а тому визначається за таблицею В.1 залежно від аргументу

$$t = (x - M)/S. \quad (\text{Б.2})$$

Ця ж таблиця дозволяє розв'язувати обернену задачу: визначати нормований аргумент  $t$  за заданим значенням функції розподілу  $F(t)$ . При використанні таблиць слід пам'ятати, що  $F(-t) = 1 - F(t)$ . Для обчислень у середовищі табличного процесора EXCEL можна скористатися статистичними функціями **НОРМРАСП**( $x, M, S, I$ ) і **НОРМОБР**( $F, M, S$ ), параметри яких пояснені вище. При  $I=0$  функція **НОРМРАСП**(.) обчислює густину розподілу (Б.1), а при  $I=1$  – інтегральну функцію розподілу, еквівалентну таблиці В.1.

**Логнормальний закон розподілу** (логарифмічно нормальний) описує випадкову величину, логарифм якої розподілений за нормальним законом. Він визначений в області додатних чисел і описує граничний розподіл добутку багатьох випадкових величин. Густина логнормального розподілу має пагорбоподібну форму з правосторонньою асиметрією й описується виразом

$$f(x) = \frac{1}{\beta x \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\ln x - \alpha)^2}{2\beta^2}\right], \quad (\text{Б.3})$$



де  $\alpha$  і  $\beta$  – параметри, які визначаються через середнє значення  $M$  та коефіцієнт варіації вибірки  $V$  за формулами

$$\beta = \sqrt{\ln(V^2 + 1)} ; \quad \alpha = \ln(M) - \beta^2 / 2 . \quad (\text{Б.4})$$

Оскільки логнормальний закон не має аналітичного виразу інтегральної функції розподілу, вона визначається за таблицею В.1 залежно від аргументу

$$t = (\ln x - \alpha) / \beta , \quad (\text{Б.5})$$

або в середовищі табличного процесора EXCEL з використанням статистичних функцій  $\text{НОРМРАСП}(\ln x, \alpha, \beta, 1)$  і  $\text{НОРМОБР}(F, \alpha, \beta)$ .

**Закон розподілу Гумбеля** (подвійний експоненціальний розподіл), є граничним розподілом найбільшого елемента з вибірки випадкової величини. Саме цим пояснюється його широке застосування для опису екстремальних значень різних величин, у тому числі найбільших протягом місяця чи року значень кліматичних факторів. Область визначення розподілу Гумбеля нескінчена, а графік густини ймовірності має пагорбоподібну форму з правосторонньою асиметрією й описується формулою

$$f(x) = \frac{1}{\beta} \exp \left[ \frac{\alpha - x}{\beta} - \exp \left( \frac{\alpha - x}{\beta} \right) \right] , \quad (\text{Б.6})$$

де  $\alpha$  і  $\beta$  – параметри, які наближено визначаються за формулами

$$\alpha = M - 0,45 S ; \quad \beta = 0,78 S . \quad (\text{Б.7})$$

Інтегральна функція розподілу Гумбеля має аналітичний вираз

$$F(x) = \exp \left[ - \exp \left( \frac{\alpha - x}{\beta} \right) \right] , \quad (\text{Б.8})$$

який дозволяє обчислювати ймовірності перевищення заданих значень, а також аналітично визначати аргумент розподілу за заданою забезпеченістю.

**Експоненціальний закон розподілу** широко вживається в теорії масового обслуговування, теорії надійності та в інших галузях науки. Він визначений в області додатних дійсних чисел, а його коефіцієнт варіації дорівнює одиниці. Густина й інтегральна функція експоненціального розподілу мають вигляд:

$$f(x) = \beta e^{-\beta x} ; \quad F(x) = 1 - e^{-\beta x} , \quad (\text{Б.9})$$

де  $\beta = 1/M$  – параметр, обернено пропорційний середньому значенню випадкової величини.

Наявність аналітичного виразу для  $F(x)$  (Б.9) дозволяє безпосередньо обчислювати інтегральну функцію розподілу та граничне значення випадкової величини за заданою забезпеченістю.

## Додаток В

### СТАТИСТИЧНІ ТАБЛИЦІ

Таблиця В.1. **Функція нормального розподілу**  
(наведені лише десяткові знаки після коми)

t	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	50000	50398	50797	51196	51595	51993	52392	52790	53188	53585
0,1	53982	54379	54775	55171	55567	55961	56355	56749	57142	57534
0,2	57925	58316	58706	59095	59483	59870	60256	60641	61026	61409
0,3	61791	62171	62551	62930	63307	63683	64057	64430	64802	65173
0,4	65542	65909	66275	66640	67003	67364	67724	68082	68438	68793
0,5	69146	69497	69846	70194	70540	70884	71226	71566	71904	72240
0,6	72574	72906	73237	73565	73891	74215	74537	74857	75174	75490
0,7	75803	76114	76423	76730	77035	77337	77637	77935	78230	78523
0,8	78814	79103	79389	79673	79954	80233	80510	80784	81057	81326
0,9	81594	81858	82121	82381	82639	82894	83147	83397	83645	83891
1,0	84134	84375	84613	84849	85083	85314	85542	85769	85992	86214
1,1	86433	86650	86864	87076	87285	87492	87697	87899	88099	88297
1,2	88493	88686	88876	89065	89251	89435	89616	89795	89972	90147
1,3	90319	90490	90658	90824	90987	91149	91308	91465	91620	91773
1,4	91924	92073	92219	92364	92506	92647	92785	92921	93056	93188
1,5	93319	93447	93574	93699	93821	93942	94062	94179	94294	94408
1,6	94520	94630	94738	94844	94949	95052	95154	95254	95352	95448
1,7	95543	95636	95728	95818	95907	95994	96079	96163	96246	96327
1,8	96406	96485	96562	96637	96711	96784	96855	96925	96994	97062
1,9	97128	97193	97257	97319	97381	97441	97500	97558	97614	97670
2,0	97724	97778	97830	97882	97932	97981	98030	98077	98123	98169
2,1	98213	98257	98299	98341	98382	98422	98461	98499	98537	98573
2,2	98609	98644	98679	98712	98745	98777	98808	98839	98869	98898
2,3	98927	98955	98982	99009	99035	99061	99086	99110	99134	99157
2,4	99180	99202	99223	99245	99265	99285	99305	99324	99343	99361
2,5	99379	99396	99413	99429	99445	99461	99476	99491	99505	99520
2,6	99533	99547	99560	99573	99585	99597	99609	99620	99631	99642
2,7	99653	99663	99673	99683	99692	99702	99710	99719	99728	99736
2,8	99744	99752	99759	99767	99774	99781	99788	99794	99801	99807
2,9	99813	99819	99824	99830	99835	99841	99846	99851	99855	99860
3,0	99865	99869	99873	99877	99881	99885	99889	99892	99896	99899
3,1	99903	99906	99909	99912	99915	99918	99921	99923	99926	99928
3,2	99931	99933	99935	99938	99940	99942	99944	99946	99948	99949
3,3	99951	99953	99954	99956	99958	99959	99961	99962	99963	99965
3,4	99966	99967	99968	99969	99970	99971	99972	99973	99974	99975
3,5	99976	99977	99978	99979	99979	99980	99981	99982	99982	99983
3,6	99984	99984	99985	99985	99986	99986	99987	99987	99988	99988
3,7	99989	99989	99990	99990	99990	99991	99991	99991	99992	99992
3,8	99992	99993	99993	99993	99993	99994	99994	99994	99994	99994
3,9	99995	99995	99995	99995	99995	99996	99996	99996	99996	99996

Таблиця В.2. Критичні значення критерію узгодженості Пірсона

Ступені свободи $k$	Рівні значимості $\alpha$				
	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01
1	1,64	2,71	3,84	5,41	6,64
2	3,22	4,60	5,99	7,82	9,21
3	4,64	6,25	7,82	9,84	11,3
4	5,99	7,78	9,49	11,7	13,28
5	7,29	9,24	11,1	13,4	15,1
6	8,56	10,6	12,6	15,0	16,8
7	9,80	12,0	14,1	16,6	18,5
8	11,0	13,4	15,5	18,2	20,1
9	12,2	14,7	16,9	19,7	21,7
10	13,4	16,0	18,3	21,2	23,2
11	14,6	17,3	19,7	22,6	24,7
12	15,8	18,5	21,0	24,1	26,2
13	16,9	19,8	22,4	25,5	27,7
14	18,2	21,1	23,7	26,9	29,1
15	19,3	22,3	25,0	28,3	30,6
16	20,5	23,5	26,3	29,6	32,0
17	21,6	24,8	27,6	31,0	33,4
18	22,8	26,0	28,9	32,3	34,8
19	23,9	27,2	30,1	33,7	36,2
20	25,0	28,4	31,4	35,0	37,6
21	26,2	29,6	32,7	36,3	38,9
22	27,3	30,8	33,9	37,7	40,3
23	28,4	32,0	35,2	39,0	41,6
24	29,6	33,2	36,4	40,3	43,0
25	30,3	34,4	37,6	41,7	44,3
26	31,8	35,6	38,9	42,9	45,6
27	32,9	36,7	40,1	44,1	47,0
28	34,0	37,9	41,3	45,4	48,3
29	35,1	39,1	42,6	46,7	49,6
30	36,2	40,3	43,8	48,0	50,9
35	41,8	46,1	49,8	53,2	57,3
40	47,3	51,8	55,8	59,3	63,7

Таблиця В.3. Імовірність відмови при нормальному розподілі  
функція  $1-F(x)$

	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	5,0E-01	5,0E-01	4,9E-01	4,9E-01	4,8E-01	4,8E-01	4,8E-01	4,7E-01	4,7E-01	4,6E-01
0,1	4,6E-01	4,6E-01	4,5E-01	4,5E-01	4,4E-01	4,4E-01	4,4E-01	4,3E-01	4,3E-01	4,2E-01
0,2	4,2E-01	4,2E-01	4,1E-01	4,1E-01	4,1E-01	4,0E-01	4,0E-01	3,9E-01	3,9E-01	3,9E-01
0,3	3,8E-01	3,8E-01	3,7E-01	3,7E-01	3,7E-01	3,6E-01	3,6E-01	3,6E-01	3,5E-01	3,5E-01
0,4	3,4E-01	3,4E-01	3,4E-01	3,3E-01	3,3E-01	3,3E-01	3,2E-01	3,2E-01	3,2E-01	3,1E-01
0,5	3,1E-01	3,1E-01	3,0E-01	3,0E-01	2,9E-01	2,9E-01	2,9E-01	2,8E-01	2,8E-01	2,8E-01
0,6	2,7E-01	2,7E-01	2,7E-01	2,6E-01	2,6E-01	2,6E-01	2,5E-01	2,5E-01	2,5E-01	2,5E-01
0,7	2,4E-01	2,4E-01	2,4E-01	2,3E-01	2,3E-01	2,3E-01	2,2E-01	2,2E-01	2,2E-01	2,1E-01
0,8	2,1E-01	2,1E-01	2,1E-01	2,0E-01	2,0E-01	2,0E-01	1,9E-01	1,9E-01	1,9E-01	1,9E-01
0,9	1,8E-01	1,8E-01	1,8E-01	1,8E-01	1,7E-01	1,7E-01	1,7E-01	1,7E-01	1,6E-01	1,6E-01
1	1,6E-01	1,6E-01	1,5E-01	1,5E-01	1,5E-01	1,5E-01	1,4E-01	1,4E-01	1,4E-01	1,4E-01
1,1	1,4E-01	1,3E-01	1,3E-01	1,3E-01	1,3E-01	1,3E-01	1,2E-01	1,2E-01	1,2E-01	1,2E-01
1,2	1,2E-01	1,1E-01	1,1E-01	1,1E-01	1,1E-01	1,1E-01	1,0E-01	1,0E-01	1,0E-01	9,9E-02
1,3	9,7E-02	9,5E-02	9,3E-02	9,2E-02	9,0E-02	8,9E-02	8,7E-02	8,5E-02	8,4E-02	8,2E-02
1,4	8,1E-02	7,9E-02	7,8E-02	7,6E-02	7,5E-02	7,4E-02	7,2E-02	7,1E-02	6,9E-02	6,8E-02
1,5	6,7E-02	6,6E-02	6,4E-02	6,3E-02	6,2E-02	6,1E-02	5,9E-02	5,8E-02	5,7E-02	5,6E-02
1,6	5,5E-02	5,4E-02	5,3E-02	5,2E-02	5,1E-02	4,9E-02	4,8E-02	4,7E-02	4,6E-02	4,6E-02
1,7	4,5E-02	4,4E-02	4,3E-02	4,2E-02	4,1E-02	4,0E-02	3,9E-02	3,8E-02	3,8E-02	3,7E-02
1,8	3,6E-02	3,5E-02	3,4E-02	3,4E-02	3,3E-02	3,2E-02	3,1E-02	3,1E-02	3,0E-02	2,9E-02
1,9	2,9E-02	2,8E-02	2,7E-02	2,7E-02	2,6E-02	2,6E-02	2,5E-02	2,4E-02	2,4E-02	2,3E-02
2	2,3E-02	2,2E-02	2,2E-02	2,1E-02	2,1E-02	2,0E-02	2,0E-02	1,9E-02	1,9E-02	1,8E-02
2,1	1,8E-02	1,7E-02	1,7E-02	1,7E-02	1,6E-02	1,6E-02	1,5E-02	1,5E-02	1,5E-02	1,4E-02
2,2	1,4E-02	1,4E-02	1,3E-02	1,3E-02	1,3E-02	1,2E-02	1,2E-02	1,2E-02	1,1E-02	1,1E-02
2,3	1,1E-02	1,0E-02	1,0E-02	9,9E-03	9,6E-03	9,4E-03	9,1E-03	8,9E-03	8,7E-03	8,4E-03
2,4	8,2E-03	8,0E-03	7,8E-03	7,5E-03	7,3E-03	7,1E-03	6,9E-03	6,8E-03	6,6E-03	6,4E-03
2,5	6,2E-03	6,0E-03	5,9E-03	5,7E-03	5,5E-03	5,4E-03	5,2E-03	5,1E-03	4,9E-03	4,8E-03
2,6	4,7E-03	4,5E-03	4,4E-03	4,3E-03	4,1E-03	4,0E-03	3,9E-03	3,8E-03	3,7E-03	3,6E-03
2,7	3,5E-03	3,4E-03	3,3E-03	3,2E-03	3,1E-03	3,0E-03	2,9E-03	2,8E-03	2,7E-03	2,6E-03
2,8	2,6E-03	2,5E-03	2,4E-03	2,3E-03	2,3E-03	2,2E-03	2,1E-03	2,1E-03	2,0E-03	1,9E-03
2,9	1,9E-03	1,8E-03	1,8E-03	1,7E-03	1,6E-03	1,6E-03	1,5E-03	1,5E-03	1,4E-03	1,4E-03
3	1,3E-03	1,3E-03	1,3E-03	1,2E-03	1,2E-03	1,1E-03	1,1E-03	1,1E-03	1,0E-03	1,0E-03
3,1	9,7E-04	9,4E-04	9,0E-04	8,7E-04	8,4E-04	8,2E-04	7,9E-04	7,6E-04	7,4E-04	7,1E-04
3,2	6,9E-04	6,6E-04	6,4E-04	6,2E-04	6,0E-04	5,8E-04	5,6E-04	5,4E-04	5,2E-04	5,0E-04
3,3	4,8E-04	4,7E-04	4,5E-04	4,3E-04	4,2E-04	4,0E-04	3,9E-04	3,8E-04	3,6E-04	3,5E-04
3,4	3,4E-04	3,2E-04	3,1E-04	3,0E-04	2,9E-04	2,8E-04	2,7E-04	2,6E-04	2,5E-04	2,4E-04
3,5	2,3E-04	2,2E-04	2,2E-04	2,1E-04	2,0E-04	1,9E-04	1,9E-04	1,8E-04	1,7E-04	1,7E-04
3,6	1,6E-04	1,5E-04	1,5E-04	1,4E-04	1,4E-04	1,3E-04	1,3E-04	1,2E-04	1,2E-04	1,1E-04
3,7	1,1E-04	1,0E-04	1,0E-04	9,6E-05	9,2E-05	8,8E-05	8,5E-05	8,2E-05	7,8E-05	7,5E-05
3,8	7,2E-05	6,9E-05	6,7E-05	6,4E-05	6,2E-05	5,9E-05	5,7E-05	5,4E-05	5,2E-05	5,0E-05
3,9	4,8E-05	4,6E-05	4,4E-05	4,2E-05	4,1E-05	3,9E-05	3,7E-05	3,6E-05	3,4E-05	3,3E-05

## Закінчення таблиці В.3

	<b>0</b>	<b>0,01</b>	<b>0,02</b>	<b>0,03</b>	<b>0,04</b>	<b>0,05</b>	<b>0,06</b>	<b>0,07</b>	<b>0,08</b>	<b>0,09</b>
<b>4</b>	3,2E-05	3,0E-05	2,9E-05	2,8E-05	2,7E-05	2,6E-05	2,5E-05	2,4E-05	2,3E-05	2,2E-05
<b>4,1</b>	2,1E-05	2,0E-05	1,9E-05	1,8E-05	1,7E-05	1,7E-05	1,6E-05	1,5E-05	1,5E-05	1,4E-05
<b>4,2</b>	1,3E-05	1,3E-05	1,2E-05	1,2E-05	1,1E-05	1,1E-05	1,0E-05	9,8E-06	9,3E-06	8,9E-06
<b>4,3</b>	8,5E-06	8,2E-06	7,8E-06	7,5E-06	7,1E-06	6,8E-06	6,5E-06	6,2E-06	5,9E-06	5,7E-06
<b>4,4</b>	5,4E-06	5,2E-06	4,9E-06	4,7E-06	4,5E-06	4,3E-06	4,1E-06	3,9E-06	3,7E-06	3,6E-06
<b>4,5</b>	3,4E-06	3,2E-06	3,1E-06	2,9E-06	2,8E-06	2,7E-06	2,6E-06	2,4E-06	2,3E-06	2,2E-06
<b>4,6</b>	2,1E-06	2,0E-06	1,9E-06	1,8E-06	1,7E-06	1,7E-06	1,6E-06	1,5E-06	1,4E-06	1,4E-06
<b>4,7</b>	1,3E-06	1,2E-06	1,2E-06	1,1E-06	1,1E-06	1,0E-06	9,7E-07	9,2E-07	8,8E-07	8,3E-07
<b>4,8</b>	7,9E-07	7,5E-07	7,2E-07	6,8E-07	6,5E-07	6,2E-07	5,9E-07	5,6E-07	5,3E-07	5,0E-07
<b>4,9</b>	4,8E-07	4,6E-07	4,3E-07	4,1E-07	3,9E-07	3,7E-07	3,5E-07	3,3E-07	3,2E-07	3,0E-07
<b>5</b>	2,9E-07	2,7E-07	2,6E-07	2,5E-07	2,3E-07	2,2E-07	2,1E-07	2,0E-07	1,9E-07	1,8E-07
<b>5,1</b>	1,7E-07	1,6E-07	1,5E-07	1,4E-07	1,4E-07	1,3E-07	1,2E-07	1,2E-07	1,1E-07	1,1E-07
<b>5,2</b>	1,0E-07	9,4E-08	8,9E-08	8,5E-08	8,0E-08	7,6E-08	7,2E-08	6,8E-08	6,5E-08	6,1E-08
<b>5,3</b>	5,8E-08	5,5E-08	5,2E-08	4,9E-08	4,6E-08	4,4E-08	4,2E-08	3,9E-08	3,7E-08	3,5E-08
<b>5,4</b>	3,3E-08	3,2E-08	3,0E-08	2,8E-08	2,7E-08	2,5E-08	2,4E-08	2,3E-08	2,1E-08	2,0E-08
<b>5,5</b>	1,9E-08	1,8E-08	1,7E-08	1,6E-08	1,5E-08	1,4E-08	1,3E-08	1,3E-08	1,2E-08	1,1E-08
<b>5,6</b>	1,1E-08	1,0E-08	9,5E-09	9,0E-09	8,5E-09	8,0E-09	7,6E-09	7,1E-09	6,7E-09	6,4E-09
<b>5,7</b>	6,0E-09	5,6E-09	5,3E-09	5,0E-09	4,7E-09	4,5E-09	4,2E-09	4,0E-09	3,7E-09	3,5E-09
<b>5,8</b>	3,3E-09	3,1E-09	2,9E-09	2,8E-09	2,6E-09	2,5E-09	2,3E-09	2,2E-09	2,1E-09	1,9E-09
<b>5,9</b>	1,8E-09	1,7E-09	1,6E-09	1,5E-09	1,4E-09	1,3E-09	1,3E-09	1,2E-09	1,1E-09	1,0E-09
<b>6</b>	9,9E-10	9,3E-10	8,7E-10	8,2E-10	7,7E-10	7,2E-10	6,8E-10	6,4E-10	6,0E-10	5,6E-10
<b>6,1</b>	5,3E-10	5,0E-10	4,7E-10	4,4E-10	4,1E-10	3,9E-10	3,6E-10	3,4E-10	3,2E-10	3,0E-10
<b>6,2</b>	2,8E-10	2,6E-10	2,5E-10	2,3E-10	2,2E-10	2,1E-10	1,9E-10	1,8E-10	1,7E-10	1,6E-10
<b>6,3</b>	1,5E-10	1,4E-10	1,3E-10	1,2E-10	1,1E-10	1,1E-10	1,0E-10	9,5E-11	8,9E-11	8,3E-11
<b>6,4</b>	7,8E-11	7,3E-11	6,8E-11	6,4E-11	6,0E-11	5,6E-11	5,2E-11	4,9E-11	4,6E-11	4,3E-11
<b>6,5</b>	4,0E-11	3,8E-11	3,5E-11	3,3E-11	3,1E-11	2,9E-11	2,7E-11	2,5E-11	2,4E-11	2,2E-11
<b>6,6</b>	2,1E-11	1,9E-11	1,8E-11	1,7E-11	1,6E-11	1,5E-11	1,4E-11	1,3E-11	1,2E-11	1,1E-11
<b>6,7</b>	1,0E-11	9,7E-12	9,1E-12	8,5E-12	7,9E-12	7,4E-12	6,9E-12	6,4E-12	6,0E-12	5,6E-12
<b>6,8</b>	5,2E-12	4,9E-12	4,6E-12	4,2E-12	4,0E-12	3,7E-12	3,4E-12	3,2E-12	3,0E-12	2,8E-12
<b>6,9</b>	2,6E-12	2,4E-12	2,3E-12	2,1E-12	2,0E-12	1,8E-12	1,7E-12	1,6E-12	1,5E-12	1,4E-12
<b>7</b>	1,3E-12	1,2E-12	1,1E-12	1,0E-12	9,6E-13	8,9E-13	8,3E-13	7,7E-13	7,2E-13	6,7E-13
<b>7,1</b>	6,2E-13	5,8E-13	5,4E-13	5,0E-13	4,7E-13	4,3E-13	4,0E-13	3,8E-13	3,5E-13	3,2E-13
<b>7,2</b>	3,0E-13	2,8E-13	2,6E-13	2,4E-13	2,2E-13	2,1E-13	1,9E-13	1,8E-13	1,7E-13	1,5E-13
<b>7,3</b>	1,4E-13	1,3E-13	1,2E-13	1,2E-13	1,1E-13	9,9E-14	9,2E-14	8,5E-14	7,9E-14	7,3E-14
<b>7,4</b>	6,8E-14	6,3E-14	5,9E-14	5,4E-14	5,0E-14	4,7E-14	4,3E-14	4,0E-14	3,7E-14	3,4E-14
<b>7,5</b>	3,2E-14	3,0E-14	2,7E-14	2,5E-14	2,4E-14	2,2E-14	2,0E-14	1,9E-14	1,7E-14	1,6E-14
<b>7,6</b>	1,5E-14	1,4E-14	1,3E-14	1,2E-14	1,1E-14	1,0E-14	9,3E-15	8,5E-15	8,0E-15	7,3E-15
<b>7,7</b>	6,8E-15	6,3E-15	5,8E-15	5,3E-15	5,0E-15	4,6E-15	4,2E-15	3,9E-15	3,7E-15	3,3E-15
<b>7,8</b>	3,1E-15	2,9E-15	2,7E-15	2,4E-15	2,2E-15	2,1E-15	1,9E-15	1,8E-15	1,6E-15	1,5E-15
<b>7,9</b>	1,4E-15	1,3E-15	1,2E-15	1,1E-15	1,0E-15	9,0E-16	8,6E-16	7,9E-16	7,3E-16	6,8E-16

Таблиця В.4. **Натуральні логарифми чисел**

T	ln(T)
5	1,61
10	2,30
15	2,71
20	3,00
25	3,22
30	3,40
35	3,56
40	3,69
45	3,81
50	3,91
55	4,01
60	4,09
65	4,17
70	4,25
75	4,32
80	4,38
85	4,44
90	4,50
95	4,55
100	4,61

T	ln(T)
105	4,65
110	4,70
115	4,74
120	4,79
125	4,83
130	4,87
135	4,91
140	4,94
145	4,98
150	5,01
155	5,04
160	5,08
165	5,11
170	5,14
175	5,16
180	5,19
185	5,22
190	5,25
195	5,27
200	5,30

T	ln(T)
205	5,32
210	5,35
215	5,37
220	5,39
225	5,42
230	5,44
235	5,46
240	5,48
245	5,50
250	5,52
255	5,54
260	5,56
265	5,58
270	5,60
275	5,62
280	5,63
285	5,65
290	5,67
295	5,69
300	5,70

T	ln(T)
305	5,72
310	5,74
315	5,75
320	5,77
325	5,78
330	5,80
335	5,81
340	5,83
345	5,84
350	5,86
355	5,87
360	5,89
365	5,90
370	5,91
375	5,93
380	5,94
385	5,95
390	5,97
395	5,98
400	5,99

T	ln(T)
405	6,00
410	6,02
415	6,03
420	6,04
425	6,05
430	6,06
435	6,08
440	6,09
445	6,10
450	6,11
455	6,12
460	6,13
465	6,14
470	6,15
475	6,16
480	6,17
485	6,18
490	6,19
495	6,20
500	6,21

Навчально-методичне електронне видання

ТЕОРІЯ НАДІЙНОСТІ БУДІВЕЛЬ І СПОРУД  
Методичні рекомендації до практичних занять  
для здобувачів вищої освіти другого (магістерського) рівня  
спеціальності 192 – Будівництво та цивільна інженерія

Укладач – д.т.н., професор Пашинський В.А.

© ЦНТУ, м. Кропивницький, пр. Університетський, 8.  
© Пашинський В.А.