

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ЦЕНТРАЛЬНОУКРАЇНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ  
ТЕХНІЧЕЙ УНІВЕРСИТЕТ  
КАФЕДРА АВТОМАТИЗАЦІЇ ВИРОБНИЧИХ  
ПРОЦЕСІВ

**Методичні вказівки**  
для практичних занять з курсу  
«Автоматизація технологічних процесів»  
для студентів спеціальності: 141- Електроенергетика,  
електротехніка та електромеханіка.

Затверджено на засіданні кафедри  
«Автоматизація виробничих процесів»  
Протокол №1 від 28 серпня 2020 р.

Кропивницький 2020



Методичні вказівки для практичних занять з курсу «Автоматизація технологічних процесів» для студентів спеціальності: 141- Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка, / [Уклад.: І.В. Волков]; М-во освіти і науки України, Центральноукраїнський націон. техн. ун-т. – Кропивницький: ЦНТУ, 2020. – 70с.

Укладачі: Волков І.В.,

Рецензент: Осадчий С.І., доктор технічних наук, професор.

Автоматизація технологічних процесів – одне з найголовніших напрямлень технічного процесу і створення матеріальної бази побудування ринкових відносин. Впровадження засобів і систем автоматизації дозволяє збільшити інтенсивність технологічного процесу, підвищити виробництво праці і якість продукції, знизити трудомісткість, кількість сировини і енергії на одиницю продукції, покращити умови праці і підвищити культуру виробництва. В зв'язку з цим жоден технологічний процес на сучасному підприємстві важко уявити без тих чи інших систем автоматичного контролю, регулювання і управління.

Розробка, впровадження і експлуатація систем автоматизації передбачає участь широкого кола спеціалістів різного профілю: технологів, конструкторів, проектувальників і автоматчиків. Важлива роль належить при цьому технологам виробничих процесів і конструкторам машин, апаратів і технологічного обладнання. Без їх безпосередньої участі у формуванні мети і задач автоматизації, технологічних вимог до систем та засобів в теперішній

час не може бути вирішена практично жодна важлива проблема автоматичного контролю, регулювання і управління.

Для цього сучасні інженери вказаних профелів повинні володіти основами автоматики, знати елементи контрольно-вимірювальних пристроїв, методи і засоби автоматизації виробництва, питання створення автоматичних систем, вміти правельно їх експлуатувати.

Дані методичні вказівки розроблені у відповідності з діючою програмою курсу «Автоматизація технологічних процесів» і мають мету навчити студентів навичкам розробки та аналізу систем автоматичного регулювання на практичних заняттях і в процесі самостійної роботи.

При підготовці до практичних занять студенти за конспектами лекцій і рекомендованій літературі у відповідності з діючими методичними вказівками вивчають теоретичну частину і розбирають приклади, що відносяться до теми. На практичних заняттях з допомогою викладача вони закріплюють і поглиблюють матеріал (шляхом опитування,

розглядання складних і незрозумілих питань, вирішення загальних прикладів і виконання розрахунків системи автоматичного регулювання відповідно індивідуальному завданню).

Результати, отримані в процесі виконання індивідуального завдання, студенти оформлюють у вигляді розрахунково-пояснювальної записки і пред'являють при складанні заліку з курсу.

## **1. Схеми систем автоматики**

### **1.1 Структурні схеми управління**

При автоматизації виробничих процесів спочатку вирішуються питання автоматичного контролю і регулювання окремих технологічних процесів, а управління в цілому замикається через операторів на місцях. Далі інформація про результати автоматичного контролю і регулювання окремих процесів концентрується на диспетчерському пункті, а управління технологічним процесом або підприємством в цілому здійснюється диспетчером. При цьому диспетчеру може допомагати

обчислювальна машина-радник. Нарешті, функції диспетчера та багато інших функцій адміністрації з управління доручають інформаційно-обчислювальному комплексу, до якого, окрім інформації про стан виконання окремих технологічних процесів, надходять відомості про вартість сировини, готової продукції і т.д. На підставі цієї інформації інформаційно-обчислювальний комплекс виробляє такі керуючі впливи, які забезпечують оптимальні умови роботи всього підприємства. Виходячи з цього, управління може бути однорівневим (децентралізованим або централізованим) і багаторівневим.

Форма організації управління при автоматизації технологічних процесів називається структурою автоматичної системи. Графічне зображення сукупності частин автоматичної системи, на які вона може бути поділена за певною ознакою, а також шляхів передачі впливів між цими частинами називається структурною схемою автоматичного управління.

Структурна схема системи автоматичного управління в самому загальному випадку являє собою

сукупність об'єкта управління і керуючого пристрою (рис 1.1).

Рис.1.1. Загальний вигляд структурної схеми системи автоматичного управління:  $X_1, \dots, X_n$  – параметри стану;  $y_1, \dots, y_i$  – параметри контролю;  $f_1, \dots, f_i$  – збурюючі діяння;  $g_1, \dots, g_k$  – задані значення параметрів контролю стану;  $E_1, \dots, E_m$  – керуючі впливи.

В реальних умовах на об'єкт управління (рис.1.1) діють різного роду впливи, які порушують хід технологічного процесу і відхиляють його параметри стану від заданих значень. Система управління в результаті вимірювання поточних значень параметрів контролю і порівняння їх із заданими виробляє такі керуючі впливи, які приводять параметри стану об'єкта



у відповідності із заданими значеннями.

В загальному випадку будь яка система управління може бути представлена конструктивною, функціональною чи алгоритмічною структурною схемою.

В конструктивній структурній схемі кожна її складова частина являє собою самостійне ціле.

В функціональній структурній схемі кожна її частина являє собою елемент, призначений для виконання певної функції в процесі отримання, передачі і перетворення інформації.

При розробці алгоритмічної структурної схеми система автоматичного управління розбивається на частини (ланки), які призначені для виконання певного алгоритму перетворення вхідної величини у вихідну. При цьому алгоритм перетворення окремої ланки являє собою частину алгоритму функціонування всієї системи.

Алгоритмічні структурні схеми розробляються на основі математичного опису об'єкта управління і технічних засобів автоматизації, що реалізують управляючий пристрій. Перехідні процеси в лінійних

ланках характеризуються лінійними диференціальними рівняннями, за якими визначають передаточні функції. Передаточна функція являє собою відношення зображень за Лапласом вихідної величини до вхідної при нульових початкових умовах.

Структурні схеми зображують, як правило, у вигляді прямокутників, з'єднаних між собою стрілками в напрямку передачі сигналів що охоплюють всі складові частини системи автоматичного управління, захисту, блокування або дистанційного управління. В прямокутники вписують вирази передаточних функцій.

## **1.2. Функціональні схеми автоматизації**

Функціональні схеми автоматизації технологічних процесів визначають характер автоматичного контролю технологічних параметрів і автоматизації технологічних процесів, а також оснащення їх приладами та засобами автоматизації, в тому числі засобами обчислювальної техніки. Функціональні схеми слугують вихідним матеріалом для розробки інших документів проекту, тому вони виконуються першими і встановлюють:

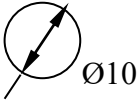

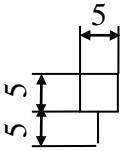
- оптимальний об'єм автоматизації технологічного процесу;
- технологічні параметри, що підлягають автоматичному регулюванню, контролю, сигналізації і блокуванню;
- основні технічні засоби автоматизації;
- порядок розміщення засобів автоматизації: місцевих приладів, відбірних пристроїв, апаратури на місцевих і центральних щитах та пультах, диспетчерських пунктах і визначення способів передачі інформації (механічного, електричного, пневматичного);
- взаємозв'язок між засобами автоматизації.

При розробці функціональних схем спрощено зображується технологічна схема процесу, на якій вказуються всі прилади, пристрої і технічні засоби, що встановлюються на щити, пульти і безпосередньо на технологічному обладнанні або поряд з ним (на місці).

Прилади, пристрої і засоби автоматизації на функціональних схемах в наш час зображують за ОСТ 36-27-77. В цьому стандарті система позначень

заснована на функціональних ознаках, що виконуються приладами. Основні умовні і буквенні позначення згідно ОСТ 36-27-77 наведені в табл.1.1-1.4.

Таблиця 1.1

Засоби автоматизації	Позначення
Первинний вимірювальний перетворювач (датчик), прилад, встановлений на місці	
Прилад, встановлений на щиті	
Відбірний пристрій для епізодичного підключення приладів під час наладки і зняття характеристик	
Виконавчий механізм. Загальне позначення. Положення регулюючого органа при Завершенні подачі енергії або керуючого сигналу не регламентується	
Регулюючий орган	

Таблиця 1.2

Позначення	Величина що вимірюється		Функція, що виконується приладом		
	Основне значення першої букви	Додаткове значення, уточнююче значення першої букви	Відображення інформації	Формування вихідного сигналу	Додаткове значення
1	2	3	4	5	6
<i>A</i>	-	-	Сигналізація	-	-
<i>C</i>	-	-	Регулювання, управління	-	-
<i>D</i>	Щільність	Різність, перепад	-	-	-
<i>E</i>	Будь яка електрична величина	-	-	-	-
<i>F</i>	Витрата	Співвідношення, доля, дріб	-	-	-
<i>G</i>	Розмір, положення, переміщення	-	-	-	-
<i>H</i>	Ручний вплив	-	-	-	Верхня межа величини що вимірюється
<i>J</i>	-	-	Показники	-	-
<i>J</i>	-	Автоматичне перемикання, оббігання	-	-	-
<i>K</i>	Час, часова програма	-	-	-	-
<i>L</i>	Рівень	-	-	-	Нижня

					межа величини що вимірюєт ься
<i>M</i>	Вологість	-	-	-	-
<i>P</i>	Тиск, вакуум	-	-	-	-
<i>Q</i>	Величина що характеризує якість: склад, концентрацію і т.д.	Інтегрування, додавання за часом	-	-	-
<i>R</i>	Радіоактивність	-	Реєстрація	-	-
<i>S</i>	Швидкість, частота	-	-	Вмикання, вимикання, перемикання, сигналізація	-
<i>T</i>	Температура	-	-	-	-
<i>И</i>	Декілька різнорідних величин що вимірюються	-	-	-	-
<i>V</i>	В'язкість	-	-	-	-
<i>W</i>	Маса	-	-	-	-

Таблиця 1.3

Функції приладів	Позначення
Первинний перетворення (чутливий елемент)	<i>E</i>
Дистанційна передача (проміжне перетворення)	<i>T</i>
Станція управління	<i>K</i>
Перетворення, розрахункові функції	<i>У</i>

Порядок розміщення (рис.1.2) буквених позначень (зліва направо) повинен бути наступним: позначення основної величини що вимірюється; позначення, що уточнює (якщо необхідно) основну величину що вимірюється, позначення функціональних ознак приладу.

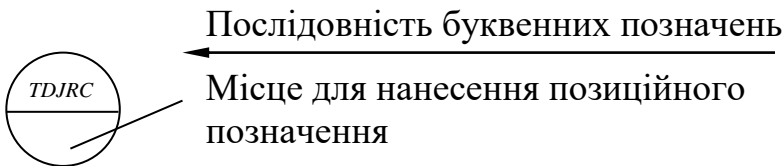
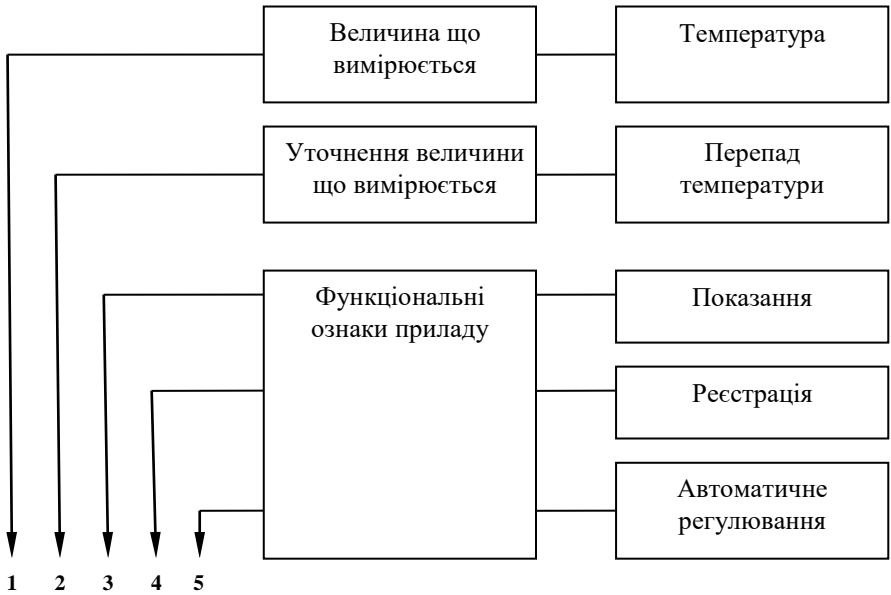
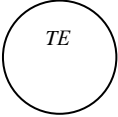
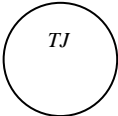
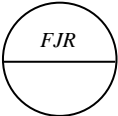
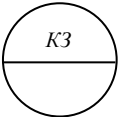
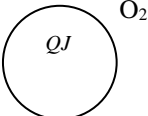
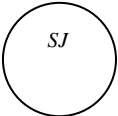


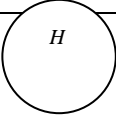
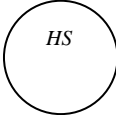
Рис 1.2. Приклад побудування умовного позначення приладу для вимірювання реєстрації та автоматичного регулювання перепаду температури за

ОСТ 36-27-77



Таблиця 1.4

№ з/п	Прилади і засоби автоматизації	Позначення
1	2	3
1	Первинний перетворювач (чутливий елемент) для вимірювання температури, встановлений на місці (термопара, термоопір, балон манометричного термометру, датчик перометра і т.д.)	
2	Прилад для вимірювання температури, що показує, встановлений на місці (термометр ртутний, термометр монометричний і т.д.)	
3	Прилад для вимірювання витрат, що показує і реєструє, встановлений на щиті	
4	Прилад для управління процесом за часовою програмою, встановлений на щиті	
5	Прилад для вимірювання якості продукту, що показує, встановлений на місці (наприклад, газоаналізатор для контролю вмісту кисню в димових газах, поза колом вказаний символ параметра що вимірюється)	
6	Прилад для вимірювання частоти обертання приводу, що показує, встановлений на щиті	
7	Апаратура, призначена для ручного дистанційного управління, встановлена на	

	щиті (кнопка, ключ управління, задатчик і т.і.)	
8	Ключ управління, призначений для вибору управління, встановлений на щиті	

На функціональних схемах усім приладам і засобам автоматизації присвоюється позиційне позначення, яке, як правило, розміщується в нижній частині кола (рис.1.2). Коли воно завелике, це позначення наноситься поза колом (табл.1.4, приклад 8). Поза колом наноситься також символ або найменування, що конкретизує величину яка вимірюється (приклад 5).

### 1.3. Принципові схеми

Принципові схеми визначають повний склад елементів і зв'язків між ними і дають, як правило, детальну уяву про принципи роботи устаткування (ГОСТ 2.701.75).

Принципові схеми за функціональними ознаками можуть бути схемами автоматичного регулювання, управління, блокування, сигналізації і т.і., а за енергією

живлення – електричними, пневматичними і гідравлічними.

Принципові електричні схеми як правило виконуються у формі розгорнутих. Розгорнута схема складається за порядком послідовності з'єднання електричних ланцюгів без врахування геометричних розмірів і механічних зв'язків між елементами схеми. Всі умовні позначення елементів схем виконуються у відповідності з ЕСКД.



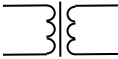
Електричні схеми зображують як правило у знеструмленому (вимкненому) стані і при відсутності зовнішніх сил, що діють на рухомі частини. Контакти всіх реле зображуються при цьому або в нормально-розімкненому (нормально-відкритому), або в нормально-замкненому (нормально-закритому) стані. Термін «нормально» відповідає знеструмленому стану реле. Контакти пристроїв (датчиків) захисту вказують в положенні, при якому вони знаходяться у відімкненому, непрацюючому стані.

В електричних схемах реле, контакти, перемикачі та інші елементи додатково позначаються цифрами і літерами. Елементи одного й того ж пристрою,

наприклад обмотки реле та його контакти, мають однакове позначення.

Деякі із стандартизованих позначень елементів, що використовуються при зображенні електричних принципівих схем, наведені в табл.1.5.

Таблиця 1.5

Елементи електричних схем	Позначення
Статор, обмотка статора електричної машини (загальне позначення)	
Обмотка трансформатора, автотрансформатора, дроселя і магнітного підсилювача	
Трансформатор однофазний з фрагментним осердям	
Запобіжник плавний (загальне позначення)	
Резистор постійний	
Резистор змінний	
Терморезистор (термістор)	
Конденсатор постійної ємності (загальне позначення)	
Діод	
Лампа накалу освітлювальна і сигнальна	

Рід струму: а) постійний; б) змінний

Катушка електромеханічного пристрою:  
реле, магнітних пускачів і т.і.  
(загальне позначення)

Контакт комутаційного пристрою (загальне позначення): а) який замикає б) який розмикає  
в) який перемикає

Вимикач:

- а) однострічковий;
- б) багатострічковий, наприклад тристрічковий

Контакт який замикає з заземленням:

- а) при спрацюванні
- б) при поверненні

Контакт який розмикає з заземленням:

- а) при спрацюванні
- б) при поверненні

Вимикач полюсний натискний:

- а) з контактом який замикає
- б) з контактом який розмикає

Контакт електротеплового реле

Приклади принципів схем регулювання і управління приведені на рис.1.3 та 1.4.

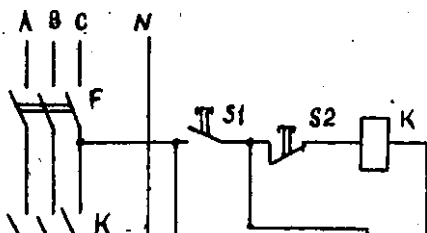


Рис. 1.3. Принципова схема системи автоматичного регулювання теплового об'єкта: *B* – датчик температури (термореле); *E* – тепловий об'єкт з нагрівальним елементом; *F* – автоматичний вимикач; *K* – контактор; *S1* та *S2* – кнопки відповідно «Пуск» і «Стоп»; *S3* – перемикач режимів роботи (1 – ручний; 2 – автоматичний)

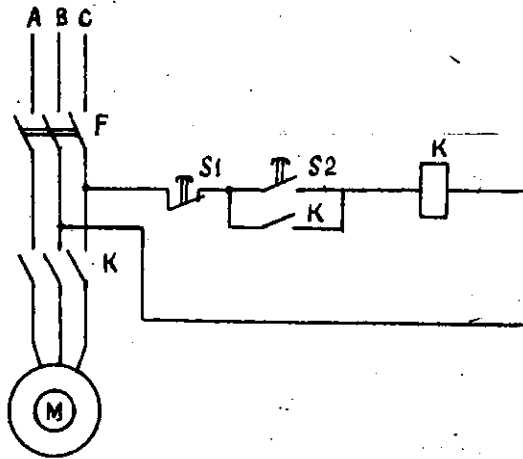


Рис 1.4. Принципова схема управління нереверсним асинхронним електродвигуном з короткозамкненим ротором

#### 1.4. Схеми з'єднань і підключень

На схемах цього типу зображують з'єднання основних частин пристрою детально з вказанням прокладення проводів, збирання їх в жгути і кріплення.

При цьому вказуються способи прокладання кабелів і трубопроводів, їх розташування в кабельних каналах, а також місця приєднання і вводи (затискачі, роз'єми, прохідні ізолятори, фланці та ін.). Схеми з'єднань являють собою документи, за якими виконується монтаж устаткування. Ними також керуються під час експлуатації та ремонту.

На схемах з'єднань (монтажних схемах) вказують всі з'єднання в середині окремої складальної одиниці, на схемах підключень (зовнішніх з'єднань) – з'єднання між окремими складальними одиницями, машинами, агрегатами, механізмами та ін.

### **1.5. Склад практичного заняття**

На практичному занятті студентам необхідно: вивчити методи побудування схем автоматики (структурних, функціональних, принципівих, з'єднань і підключень), оволодіти методами позначень приладів і засобів автоматизації, навчитися читати і складати принципіві схеми систем автоматики.

При цьому на заняттях слід на підставі умовних позначень (див. табл. 1.1-1.3), прикладу побудування

умовного позначення (див. рис. 1.2) і прикладів умовних позначень (див. табл.1.4) розглянути складання позначень наступних приладів і засобів автоматизації:

- приладу для вимірювання температури з дистанційним передаванням показників, встановленого на місці;
- регулятора температури, встановленого на щиті;
- приладу для вимірювання перепаду тиску, що вказує, що реєструє, з пристроєм автоматичного регулювання, встановленого на щиті;
- приладу для вимірювання тиску, що вказує, встановленого на місці.

Розібрати принцип дії схем, зображених на рис.1.3 та 1.4, і на підставі умовних позначень, приведених в табл.1.5, скласти принципову схему, наприклад, управління реверсивним асинхронним двигуном, або інших схем обраних викладачем.

Звіт по заняттю повинен містити опис прикладів позначень приладів і засобів автоматизації на



функціональних схемах, результати і описи принципів схем.

## **1.6. Контрольні питання**

1. Послідовність вирішення питань автоматичного управління.
2. Як відбувається управління при різноманітних рівнях автоматизації?
3. Що називається структурною схемою системи управління?
4. Приведіть приклад і поясніть структурну схему системи автоматичного управління.
5. Які бувають структурні схеми?
6. Як можуть бути отримані алгоритмічні структурні схеми?
7. Що визначають і встановлюють функціональні схеми автоматизації?
8. Як зображуються функціональні схеми автоматизації? Наведіть приклад і поясніть принципи побудови позначень приладів і засобів автоматизації на функціональних схемах за ГОСТ 36-27-77.
9. Що визначають і як розподіляються

принципові схеми?

10. Як зображуються елементи на електричних схемах?

11. Наведіть приклад принципової електричної схеми і поясніть її роботу.

12. Для чого призначені схеми з'єднань і підключень? [1-4].

## **2. Розробка функціональної структурної схеми системи автоматичного регулювання. Вибір технічних засобів вимірювання технологічних параметрів і вивчення їх статичних характеристик.**

### **2.1. Постановка задачі**

Розробку схем автоматики починають з чіткого формування мети і задач управління, регулювання чи контролю параметрів об'єкта.

Уявимо, що необхідно розробити систему автоматичного регулювання тепловим об'єктом. В якості такого об'єкта можуть бути термічна піч для закалювання деталей, піч для віджигу будівельних матеріалів і деталей, отриманих при обробці металів тиском, об'єкти лінійного, сільськогосподарського і інших виробництв.

На відміну від системи, вказаної на рис.1.3, в системі що розробляється повинні здійснюватись безперервний автоматичний контроль і регулювання температури.

Система повинна забезпечувати в об'єкті з

заданою точністю постійну температуру, т.б. відноситись до систем автоматичної стабілізації. Регулюючим впливом системи є подача до об'єкта електричної енергії або палива (твердого, рідкого чи газоподібного).

В результаті вирішення задачі необхідно:

- 1) розробити функціональну структурну схему;
- 2) вибрати і обґрунтувати способи вимірювання і технічні засоби автоматизації;
- 3) розробити принципову схему системи регулювання;
- 4) визначити статичні і динамічні характеристики об'єкта і технічних засобів;
- 5) розробити структурну алгоритмічну схему системи;
- 6) дослідити стійкість системи, якщо вона не стійка, визначити параметри, при яких вона буде стійкою;
- 7) Оцінити якість перехідного процесу стійкої системи автоматичного регулювання.

В даному розділі розглянемо способи розробки функціональної структурної схеми системи

автоматичного регулювання, вибору і обґрунтування технічних засобів і схем вимірювання температури і порівняльної їх оцінки за статичними характеристиками.

## **2.2. Функціональна структурна схема**

В самому загальному випадку структурна схема системи автоматичного регулювання не відрізняється від зображеної на рис.1.1. При цьому об'єкт управління – тепловий. Параметром стану і одночасно параметром контролю є температура, діянням управління (регулюючим діянням) – подача енергії або палива, діяннями збурення – температура навколишнього повітря, температура і кількість матеріалу чи деталей що завантажуються до об'єкту (наприклад, в піч) і т.і., задавальним діянням системи повинне бути вимагаєме значення температури у вигляді сигналу, порівнянного з сигналом її поточного значення.

В процесі регулювання температури система автоматичного регулювання повинна забезпечувати наступні функції: вимірювання поточного значення температури; порівняння виміряного значення

температури із заданим; підсилення сигналу розузгодження між поточним і заданим значеннями температури; формування закону регулювання і видачу сигналу управління на виконавчий механізм і пов'язаний з ним регулюючий орган для подачі на об'єкт такої кількості енергії або палива, при якому температура в ньому буде із заданою точністю підтримуватись стабільною.

На підставі цього функціональна структурна схема системи автоматичного регулювання температури має вигляд, наведений на рис.2.1.

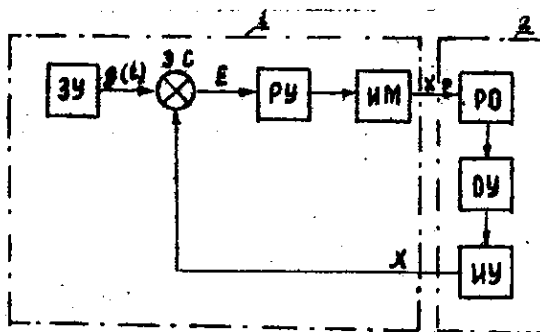


Рис.2.1. Функціональна структурна схема системи автоматичного регулювання температури: ПЗ – пристрій задавання; ЕП – елемент порівняння; ПП – пристрій підсилення і формування сигналу управління; ВМ – виконавчий механізм, РО – регулюючий орган, ОУ – об'єкт управління; ВП – вимірювальний пристрій (датчик); 1 – узагальнений регулятор; 2 – узагальнений об'єкт регулювання

Приведена на рис.2.1 схема структурно відображає функції кожного елемента в процесі регулювання. Крім цього, на схемі вказано, що регулюючий орган, власне об'єкт регулювання і вимірювальний пристрій, прийнято відносити до узагальненого об'єкта, іншу частину системи – до узагальненого регулятора.

### **2.3. Вибір і обґрунтування технічних засобів вимірювання температури**

Технічними засобами, або елементами автоматики, називаються конструктивно закінчені пристрої, що виконують певні самостійні функції перетворення сигналу (інформації) в системах автоматичного регулювання, управління і контролю. Вони надзвичайно різноманітні за фізичним походженням, принципу дії, схемам і конструкції. Однак кількість функцій, що виконуються елементами автоматики в різноманітних системах управління, регулювання і контролю, порівняно невелика. При цьому розрізняють: підсилювачі, вимірювальні пристрої, елементи порівняння, виконавчі механізми,

регулюючі органи і т.д. Зважаючи на велику різноманітність конструктивних рішень і фізичної природи елементів автоматики практично завжди є широкі можливості вибору найкращих варіантів пристроїв при створенні конкретної системи.

Вибір технічних засобів автоматики в значній мірі визначається умовами роботи і вимогами до їхніх характеристик.

Одне з найважливіших питань при реалізації систем автоматичного регулювання – вибір вимірювального пристрою, у випадку що розглядається – датчик температури.

Для вимірювання температури в промисловості використовуються термометри: розширення, манометричні, опору, термоелектричні, радіаційні та інші.

В більшості випадків термометри розширення і манометричні використовуються як найпростіші датчики в схемах сигналізації і дискретного регулювання температури (див. рис.1.3).

Найбільше розповсюдження для безперервного вимірювання температури в системах автоматичного



контролю і регулювання отримали термометри термоелектричні і опору.

Термоелектричні термометри (термопари) засновані на використанні термоелектричного ефекту, що спостерігається в термоелектродному ланцюзі. Термоелектричний ефект виявляється в тому, що ланцюг, який складається з різнорідних провідників, при наявності різності температур являє собою джерелом струму (термоЕДС).

Термопари використовуються для вимірювання температури в діапазоні  $-200\dots+1800^{\circ}\text{C}$ .

Характеристики стандартних термопар за ГОСТ 6616-61, а також деяких найбільш розповсюджених нестандартних термопар наведені в табл.2.1.

Таблиця 2.1

Термопара	Позначення		Верхня межа температури, °С		Термо ЕДС $\alpha$
	Тип	Градую ванна	Довгот ривало	Коротко часно	
Платина – платинородій (10% Pt)	ТПП	ПП-1	1300	1600	0,643
Платинородій (30% Pt) платинородій (6% Pt)	ТПР	ПР-30/6	1600	1800	-
Хромель-копель	ТХК	ХК	600	800	6,95
Хромель-алюмель	ТХА	ХА	1000	1300	4,10
Залізо-копель	-	ЖК	350	500	4,75
Залізо-константан	-	Ж	600	800	5,15
Мідь-константан	-	М	350	500	4,16

ЕДС, що розвивається термопарою, можна наближено визначити за формулою

$$E = \alpha(\theta_1 - \theta_2), \quad (2.1)$$

де  $\alpha$  - коефіцієнт, який можна визначити з табл.2.1;

$\theta_1$  і  $\theta_2$  - температура відповідно робочого і вільного кінців (гарячого і холодного спаїв) термопари.

Залежність ЕДС від температури термопари ТПР нелінійна, тому для визначення її характеристик формулу (2.1) використовувати не можна. Для цього

існують спеціальні градувальні таблиці. Серед термометрів опору розрізняють дротові – терморезистори і напівпровідникові – термістори.

Частіше за все використовуються терморезистори типу ТСМ (термометр опорів мідний) і типу ТСП (термометр опорів платиновий).

Термометри ТСМ дозволяють вимірювати температури від  $-50$  до  $+180^{\circ}\text{C}$ . Їх опір змінюється за лінійним законом і може бути визначений за формулою

$$R_{\theta} = R_{\theta_0} = [1 + \alpha(\theta_1 - \theta_2)], \quad (2.2)$$

де  $R_{\theta}$  і  $R_{\theta_0}$  - опір терморезистора відповідно при шуканій  $\theta$  і початковій  $\theta_0$  температурах (звичайно  $\theta_0 = 0^{\circ}\text{C}$ ), Ом;

$\alpha = 0,00426$  - температурний коефіцієнт міді,  $1/^{\circ}\text{C}$ .

Термометри ТСП використовують для вимірювання температур від  $-200$  до  $+650^{\circ}\text{C}$ . Їх статичні характеристики визначаються залежностями

$$R_{\theta} = R_{\theta_0} = (1 + A\theta + B\theta^2) \text{ при } 0^{\circ} \leq \theta \leq 650^{\circ}\text{C}; \quad (2.3)$$

$$R_{\theta} = R_{\theta_0} = [1 + A\theta + B\theta^2 + C\theta^3(1-100)] \quad (2.4)$$

при  $-200^{\circ} \leq \theta \leq 0^{\circ}\text{C}$ .

Постійні

$$A = 3,968 \cdot 10^{-3} 1/^\circ\text{C}; B = -5,847 \cdot 10^7 1/(\text{^\circ}\text{C})^2;$$

$$C = -4,22 \cdot 10^{-12} 1/(\text{^\circ}\text{C})^3$$

Термістори використовуються для вимірювання температури від  $-100$  до  $+300^\circ\text{C}$  ( $173\dots573$  К). їх переваги: значно більша, ніж у дровових терморезисторів, чутливість, малі габаритні розміри, великий (до  $10^7$  Ом) початковий опір; недоліки: порівняно великий розкид, нестабільність і не лінійність характеристик. Не дивлячись на це, термістори набули широкого використання в схемах вимірювання, регулювання і контролю.

У вузьких межах температури (до 25 К) залежність опору термісторів від температури може бути виражена формулою

$$R_T = A e^{\frac{B}{T}}, \quad (2.5)$$

де  $R_T$  - опір термістора при температурі ТК, Ом;

$A$  і  $B$  - постійні, які залежать від фізичних властивостей напівпровідника, з якого виготовлений термістор.

Оскільки термістори навіть однієї партії мають

значний розкид параметрів, постійні  $A$  і  $B$  визначаються експериментально вимірюванням двох значень опорів  $R_1$  і  $R_2$  відповідно при двох значеннях абсолютної температури  $T_1$  і  $T_2$ . Для більшої точності ці температури бажано вибирати по межах робочого діапазону. Тоді постійні термістора визначаються за формулами

$$B = \frac{T_1 T_2}{T_2 - T_1} \ln \frac{R_1}{R_2}; \quad A = R_1 e^{-\frac{B}{T_1}}. \quad (2.6)$$

Вибір того чи іншого термометра в якості датчика при автоматичному регулюванні температури визначається діапазоном і точністю вимірювання що вимагається, чутливістю, умовами експлуатації, габаритними розмірами і т.і.

При вимірюванні температури термометрами опору, зазвичай, використовуються мостові схеми. Найпростіша з них наведена на рис.2.2.

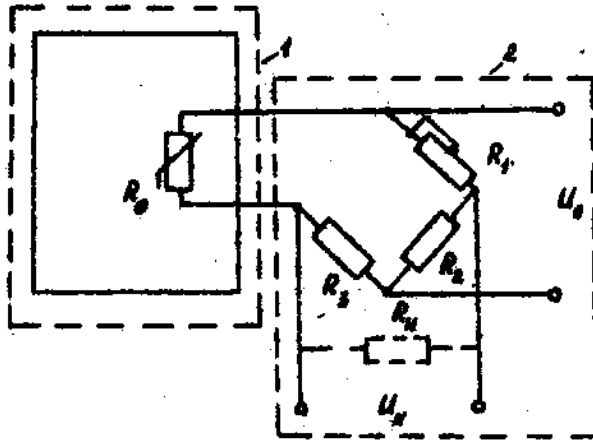


Рис.2.2. Мостова схема вимірювання температури: 1- об'єкт регулювання; 2 – вимірювальна схема із задаючим пристроєм

Термометри опору (датчики) розміщуються безпосередньо в об'єкті і являють собою одним з плечей моста, який складається з резисторів  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ . Датчики підключаються до вимірювальної схеми за допомогою з'єднувальних дротів. Міст може живитися напругою постійного або змінного струму. Однією з властивостей мостової схеми є те, що у врівноваженому стані при заданому значенні температури в об'єкті напруга на його виході  $U_n = 0$ , а опори резисторів пов'язані залежністю

$$R_1 R_3 = R_2 R_4. \quad (2.7)$$

При зміні температури рівновага мосту порушується ( $U_H \neq 0$ ), що являє собою міру її відхилення від заданого значення. Вказана властивість дозволяє в якості задавача температури використовувати один з резисторів мосту, наприклад  $R_1$ .

Найбільша потужність мостової схеми забезпечується при  $R_1 = R_2 = R_3 = R_{\theta_0} = R_H$  ( $R_{\theta_0}$  - опір термометра при заданому значенні температури). Вказані опори можуть бути визначені за законом Ома:

$$R_{\theta_0} = \frac{U_0}{2I_0}, \quad (2.8)$$

де  $U_0$  - напруга живлення мосту, В;

$I_0$  - струм, який протікає в плечах моста у врівноваженому стані, А.

Напруга живлення мосту вибирають в межах 4...12 В, щоб струм не перевищував 10...12 мА.

При відхиленні температури об'єкта від заданого напруга в діагоналі моста  $U_H$  може бути визначена за формулою

$$U_H = \frac{U_0}{R_1 + R_2} R_2 - \frac{U_0}{R_3 + R_\theta} R_3, \quad (2.9)$$

а струм, що протікає через опір  $R_H$  при умові забезпечення найбільшої потужності мостової схеми:

$$I_H = \frac{U_0}{R_1 + R_2} - \frac{U_0}{R_3 + R_\theta}. \quad (2.10)$$

Залежності (2.1) – (2.4), (2.9), (2.10) являють собою аналітичні вирази статичних характеристик датчиків або відповідно схем вимірювання.

Для вибору кращого датчика, наприклад терморезистора або термістора, необхідно отримати графічні залежності  $R_\theta = f(\theta)$ ,  $U_H = f(\theta)$ ,  $I_H = f(\theta)$ , а на їх основі визначити відносну чутливість:

$$S_R = \frac{\Delta R_\theta \theta_0}{\Delta \theta R_\theta}; \quad (2.11)$$

$$S_U = \frac{\Delta U_H \theta_0}{\Delta \theta R_\theta}; \quad (2.12)$$

$$S_I = \frac{\Delta I_H \theta_0}{\Delta \theta I_0}; \quad (2.13)$$

Приклад. Розрахувати статичні характеристики терморезистора типу ТСМ і визначити його відносну чутливість за зміною опору, напруги і струму в



діапазоні зміни температури 90-110°C (363...383 К).

1. Приймаємо  $U_0 = 10V$ ;  $I_0 = 10mA$ , тоді за формулою (2.8)

$$R_{\theta_0} = \frac{10}{2 \cdot 10 \cdot 10^{-3}} = 500 \Omega;$$

$$R_H = R_1 = R_2 = R_3 = R_{\theta_0} = 500 \Omega.$$

2. Визначаємо числові значення точок статичної характеристики  $R_{\theta} = f(\theta)$  за формулою (2.2) при  $\theta_0 = 100^\circ C$  (373 К):

$$R_{90} = 500[1 + 0,00426(90 - 100)] = 478,7 \Omega.$$

Результати розрахунку інших значень точок статичної характеристики з інтервалом температури в 2°C приведені в табл.2.2.

Таблиця 2.2

№ п/п	Абсолютне значення температури $\theta, ^\circ\text{C}$	Прирошення температури від заданого значення $\pm \Delta\theta, ^\circ\text{C}$	Значення опору термометра $R_\theta, \text{Om}$	Значення напруги на виході схеми $U_H, \text{mB}$	Значення навантаження $I_H, \text{mA}$
1	2	3	4	5	6
1	90	-10	418,7	-105,8	-0,218
2	92	-8	483,0	-86,5	-0,173
3	94	-6	487,2	-64,8	-0,130
4	96	-4	491,5	-42,9	-0,086
5	98	-2	495,7	-21,6	-0,043
6	100	0	500,0	0	0
7	102	2	504,3	21,4	0,043
8	104	4	508,5	42,1	0,084
9	106	6	512,8	63,2	0,126
10	108	8	517,0	83,6	0,176
11	110	10	521,3	104,3	0,208

3. Знаходимо числові значення точок залежності  $U_H = f(\theta)$  за формулою (2.9):

$$U_{H90} = \frac{10}{500+500}500 - \frac{10}{500+478,7} = 0,1088\text{В}.$$

Результати інших розрахунків приведені в табл.2.2

4. Визначаємо числові значення точок статичної характеристики за формулою (2.10):

$$I_{H90} = \frac{10}{500+500} - \frac{10}{500+478,7} = 0,218\text{mA}.$$

Результати розрахунків при інших значеннях температури приведені в табл.2.2.

5. Для визначення відносної чутливості рекомендовано побудувати статичні характеристики, графічно вибрати їх лінійні ділянки і на цих ділянках згідно формул (2.11) – (2.13) визначити числові значення  $S_R$ ,  $S_U$  і  $S_I$ .

Так на ділянках  $\Delta\theta_1 = -10^\circ\text{C}$  і  $\Delta\theta = +10^\circ\text{C}$  відповідно  $\Delta R_{\theta_1} = -21,3\text{Ом}$ ;  $\Delta R_{\theta_2} = 21,3\text{Ом}$ ;  
 $\Delta U_{H_1} = 108,8\text{мВ}$ ;  $\Delta U_{H_2} = 104,3\text{мВ}$ ;  $\Delta I_{H_1} = 0,218\text{мА}$ ;  
 $\Delta I_2 = 0,208\text{мА}$ ;  $U_0 = 10000\text{мВ}$ ;  $I_0 = 10\text{мА}$ ;  
 $R_{\theta_0} = 500\text{Ом}$  і  $\theta_0 = 100^\circ\text{C}$ .

$$S_{R_1} = \frac{-21,3 \cdot 100}{-10 \cdot 100} = 0,426; \quad S_{R_2} = \frac{21,3 \cdot 100}{10 \cdot 500} = 0,426;$$

$$S_{U_1} = \frac{-108,8 \cdot 100}{-10 \cdot 100} = 0,109; \quad S_{U_2} = 0,104;$$

$$S_{I_1} = \frac{-0,218 \cdot 100}{-10 \cdot 10} = 0,218; \quad S_{I_2} = 0,208.$$

Середнє значення відносних чутливостей:

$$S_R = 0,426; \quad S_U = 0,107; \quad S_I = 0,213.$$

В результаті проведеного розрахунку можна зробити висновок, що найбільша відносна чутливість досягається при безпосередньому перетворенні температури в опір. В мостовій схемі чутливість

знижується. Завдяки зручності підсилення в якості вихідного сигналу в мостовій схемі як правило приймають напругу.

#### 2.4. Зміст практичного заняття

В результаті практичного заняття і підготовки до нього студенти повинні: вивчити методи побудування функціональних структурних схем, технічні засоби і схеми вимірювання температури; засвоїти методи розрахунку і побудування статичних характеристик, методи оцінки чутливості різноманітних засобів вимірювання.

При цьому на практичних заняттях рекомендовано виконати наступні роботи.

1. Побудувати статичні характеристики і оцінити відносну чутливість схеми при вимірюванні температури в діапазоні  $100 \pm 10 \text{ }^\circ\text{C}$  ( $373 \pm 10 \text{ K}$ ) терморезистором КМТ-4.

Вихідні дані:  $A = 3,766 \cdot 10^{-3} \text{ Ом}$ ;  $B = 4400 \text{ K}$ .

$$U_0 = 10\text{В}; \quad R_{T_0} = 500\text{Ом}; \quad I_0 = 10\text{мА};$$

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_H = 500\text{Ом}.$$

Основні розрахункові формули: (2.5), (2.9) –

(2.13).

2. Побудувати статичні характеристики і оцінити відносну чутливість при вимірюванні температури в діапазоні, вказаному в п.1, за допомогою платиного термометра опору.

Вихідні дані:  $A = 3,968 \cdot 10^{-3} I / ^\circ\text{C}$ ;  $B = 5,847 \cdot 10^{-7} I (^{\circ}\text{C})^2$ ; розрахункові формули: (2.3), (2.9) – (2.13). Інші дані відповідають приведеним в п.1.

3. Порівняти відповідні значення чутливостей і зробити висновки, який з датчиків температури являє собою найбільш прийнятним для автоматичного контролю і регулювання.
4. За даними табл.2.1 виконати оцінку чутливості при вимірюванні температури за допомогою термопар.

У звіті привести розрахунки, графіки і результати аналізу отриманих даних.

## **2.5. Контрольні запитання**

1. Основні задачі, які необхідно вирішити при розробці систем автоматичного регулювання.

2. Які функції повинна виконувати система автоматичного регулювання температури і які функціональні елементи повинна мати структурна схема?

3. Які елементи містять узагальнений об'єкт і узагальнений регулятор?

4. Що називається технічними засобами автоматички і чим пояснюється вибір їх варіантів?

5. Основні технічні засоби, що використовуються в промисловості для вимірювання температури.

6. Характеристика термоелектричних термометрів.

7. Як підрозділяються термометри опору?

8. Терморезистори і їх характеристики.

9. Термістори: їх переваги і недоліки.

10. Принцип роботи мостової вимірювальної схеми.

11. Визначення статичної характеристики: методи оцінки чутливості.

[4; 5; 6].

**3. Розробка принципової і алгоритмічної структурної схем системи автоматичного регулювання температури**

### 3.1. Розробка принципової схеми системи

Після обґрунтування способу і схеми вимірювання температури (див. рис.2.2), виходячи з функціональної схеми (див. рис.2.1), розглянемо основні методи вибору і обґрунтування інших функціональних елементів системи автоматичного регулювання температури.

Елемент порівняння. Ці елементи забезпечують порівняння поточного і заданого значень регулюємого параметра і видачу сигналу пропорційно їх розузгодження в систему регулювання. Елементи порівняння можуть являти самостійні конструктивно закінчені пристрої або бути частиною схеми вимірювання. У випадку що розглядається поточне і задане значення температури порівнюються за допомогою резистора змінного опору  $R_1$ , т.б. елемент порівняння є частиною схеми вимірювання.

Підсилювач. Вибір підсилювача залежить від виду енергії живлення, роду струму, умов забезпечення коефіцієнта підсилення що вимагається, а також типу виконавчого механізму. При цьому підсилювачі

можуть бути електронними, магнітними, пневматичними, гідравлічними, електромашинними та ін.

Якщо вимірювальний міст живиться змінним струмом, а в якості виконавчого механізму використовується двофазний двигун змінного струму з редуктором, то в якості підсилювача може бути прийнятий електронний фазочутливий підсилювач. Якщо міст живиться постійним струмом, в якості підсилювача може бути прийнятий магнітний або електронний підсилювач з перетворювачем постійного струму в змінний.

Виконавчий механізм. Вибір виконавчих механізмів також залежить від роду енергії, роду струму, умов експлуатації, а також моменту, що розвивається на валу. Виконавчі механізми можуть бути: електричними – на основі двигунів постійного або змінного струму, електромагнітних муфт, клапанів та ін.; пневматичними, гідравлічними та ін. У випадку що розглядається в якості виконавчого механізму прийнятий двофазний двигун змінного струму з редуктором.



Регулюючі органи. Призначені для подачі на систему керуючої дії (речовини, енергії) для підтримання на заданому рівні або зміни за заданою програмою параметра що регулюється.

Регулюючі органи можуть бути різноманітними за принципом дії, конструкцією і призначенню.

У випадку який ми розглядаємо в якості регулюючого органа може бути прийнятий регулюючий клапан, що забезпечує подачу рідкого або газоподібного палива до теплового об'єкта (піч) для підтримання температури на заданому рівні.

Елементи зворотних зв'язків. При реалізації замкнених систем автоматичного регулювання, крім зворотного зв'язку (див. рис.2.1), для надання окремим елементам і всій системі потрібних динамічних властивостей використовуються місцеві зворотні зв'язки. Ці зв'язки можуть бути виконані за допомогою самих різноманітних елементів і пристроїв. При використанні, наприклад, в якості виконавчих механізмів двофазних двигунів змінного струму в якості зворотних зв'язків за розташуванням їх вала використовуються індуктивні диференційно-

трансформаторні, феродинамічні або потенціометричні датчики, які часто вбудовуються в конструкцію самого виконавчого механізму. При цьому разом з повертанням валу виконавчого механізму переміщується шток або движок відповідного датчика, а сигнал, пропорційний куту повороту вала, передається на вхід, наприклад, підсилювачів.

Принципова схема системи автоматичного регулювання з врахуванням прийнятої схеми вимірювання температури (див. рис.2.2) може бути зображена у вигляді рис.3.1.

На рис.3.1 не розкриті принципові схеми підсилювача 3 і елемента зворотного зв'язку 7. Ці елементи можуть бути прийняті у відповідності з викладеними вимогами. Таке спрощене зображення принципової схеми системи автоматичного регулювання температури виконане з метою активізації самостійної роботи студентів.



Рис.3.1. Принципова схема системи автоматичного регулювання температури: 1 – об’єкт регулювання; 2 – вимірвальна мостова схема; 3 – підсилювач; 4 – виконавчий механізм; 5 – редуктор; 6 – регулюючий орган (клапан); 7 – елемент місцевого зворотного зв’язку; ОУД – обмотка управління двигуна; ОЗД – обмотка збудження двигуна

### **3.2 Розробка алгоритмічної структурної схеми**

Для дослідження системи регулювання і визначення її основних властивостей – стійкості і якості регулювання – повинна бути складена алгоритмічна структурна схема, яка являє математичну модель передачі і перетворення сигналів (інформації) в процесі регулювання.

Для цього будь яку систему із зосередженими параметрами розчленовують на ланки, частіше елементарні, динамічні властивості яких описують звичайними диференційними рівняннями не вище другого порядку. При цьому розчленування на конструктивні елементи і ланки не завжди співпадають.

При складанні алгоритмічної структурної схеми, як правило, користуються передаточними функціями – відношеннями операторного зображення вихідного параметра до операторного зображення вхідного параметра при нульових початкових умовах. Перехід від диференційних рівнянь до операторних зображенням здійснюється заміною в диференційному рівнянні  $d/dt$  оператором  $p$ .

В теорії автоматичного регулювання розрізняють наступні типові динамічні ланки: підсилувальна, аперіодична, коливальна, інтегрувальна, ідеальна і реальна диференціююча, запізнення. Рівняння і передаточні функції ланок приведені в табл.3.1.

Ланка	Диференціююче рівняння	Передаточна функція	
1	2	3	
Підсилювальна	$y(t) = KX(t)$	$K$	
Аперіодична	$T \frac{dy}{dt} + y = KX$	$\frac{K}{Tp + 1}$	
Коливальна	$T_2^2 \frac{d^2y}{dt^2} + T_1 \frac{dy}{dt} + y = KX$	$\frac{K}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1}$	
Інтегруюча	$y = \frac{1}{T} \int x dt$	$\frac{K}{p}$	
Диференціююча	Ідеальна	$y = T \frac{dx}{dt}$	$Kp$
	Реальна	$T \frac{dy}{dt} + y = K \frac{dx}{dt}$	$\frac{Kp}{Tp + 1}$

Диференціюючі рівняння ланок системи, що являють собою вихідним матеріалом для складання алгоритмічної структурної схеми, можуть бути отримані аналітично на основі відомих фізичних, фізико-хімічних та інших законів, які пов'язують вхідний і вихідний параметри ланки в динамічному режимі, або експериментально, коли процеси перетворення в ланці вхідного параметра і вихідного недостатньо вивчені.

Статичні характеристики ланок і системи також можуть задаватися аналітично і графічно або за допомогою табличних даних, отриманих в результаті проведення експериментальних досліджень.

Статичні характеристики динамічних ланок можуть бути отримані також у вигляді аналітичних залежностей з диференціальних рівнянь порівнянням похідних до нуля, т.б за умови, що перехідні процеси в ланці або системі закінчились і наступив певний режим.

В загальному випадку отримання математичного опису динаміки реальних технологічних процесів являє собою досить складну задачу. Для спрощення будемо вважати, що задані  $W_0(p)$ ;  $W_1(p)$ ;  $W_2(p)$ ;  $W_3(p)$ ;  $W_4(p)$  і  $W_{oc}(p)$  - передаточні функції відповідно об'єкта, вимірювальної схеми, підсилувача, внутрішнього (місцевого) і головного зворотного зв'язків. Тоді алгоритмічну структурну схему системи автоматичного регулювання температури можна зобразити наступним чином (рис.3.2).

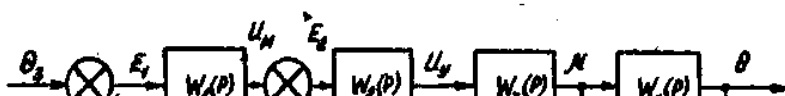


Рис.3.2. Алгоритмічна структурна схема системи автоматичного регулювання температури

При складанні алгоритмічної структурної схеми необхідно чітко з'ясувати основне питання: який параметр для системи є вхідним і який вихідним? В зв'язку з цим при складанні структурної схеми ланка, на вхід якої подається керуюче діяння, повинна бути розташована першою, а ланка, на виході якої формується регулюєма величина, повинна бути останньою.

### **3.3. Структурні перетворення**

Ланки в системі автоматичного регулювання можуть бути з'єднані послідовно, паралельно і

охоплені зворотними зв'язками. Для аналізу і дослідження систем регулювання існують теореми структурного перетворення.

1. Передаточна функція послідовно з'єднаних ланок дорівнює добутку передаточних функцій цих ланок:

$$W(p) = W_1(p)W_2(p)\dots W_n(p) = \prod_{i=1}^n W_i(p). \quad (3.1)$$

2. Передаточна функція паралельно з'єднаних ланок дорівнює сумі передаточних функцій цих ланок:

$$W(p) = W_1(p) + W_2(p) + \dots + W_n(p) = \sum_{i=1}^n W_i(p) \quad (3.2)$$

Важливе значення в системах автоматичного регулювання мають зворотні зв'язки. Розрізняють зовнішній (головний) зворотний зв'язок, що з'єднує вихід системи з її входом, і внутрішні зворотні зв'язки, що з'єднують виходи окремих ланок або групи ланок з їх входом.

За характером передачі впливів зворотні зв'язки можуть бути додатні і від'ємні, гнучкі та жорсткі.

Додатнім називається зворотний зв'язок, який забезпечує передачу сигналу з виходу на вхід системи



(ланки), що співпадає за знаком з сигналом входу.

Від'ємним називається зворотний зв'язок, при якому сигнал з виходу системи (ланки) подається на вхід з протилежним знаком її вхідному сигналу.

Жорсткий зворотний зв'язок діє як в усталеному, так і в перехідних режимах. Гнучкий діє тільки в перехідних режимах.

3. Передаточна функція ланок, охоплених зворотним зв'язком, дорівнює дробу, в чисельнику якого – добуток передаточних функцій ланок прямого ланцюга передачі сигналів, в знаменнику – одиниця плюс (мінус) добуток передаточних функцій ланок прямого ланцюга і зворотному зв'язку:

$$W(p) = \frac{W_1(p)W_2(p)\dots W_n(p)}{1 \pm W_1(p)W_2(p)\dots W_n(p)W_{oc}(p)} \quad (3.3)$$

Знак «+» в знаменнику виразу (3.3) стоїть в тому випадку, коли зворотний зв'язок від'ємний, «-» коли зворотний зв'язок додатній.

Приклад 1. Визначити загальну передаточну функцію і статичну характеристику двох послідовно ввімкнених ланок, динамічні властивості яких описуються відповідно диференційними рівняннями

(див. рис.3.2, ланки 2, 3):

$$T \frac{dU_y}{dt} + U_y = K_2 E_2; \quad (3.4)$$

$$T_1^2 \frac{d^2 \mu}{dt^2} + T \frac{d\mu}{dt} + \mu = K_2 U_y. \quad (3.5)$$

1. Перейдемо до оперативної форми, замінивши в диференціальних рівняннях  $d/dt$  оператором  $p$ , тоді рівняння (3.4) і (3.5) приймуть вигляд

$$T_p U_y(p) + U_y(p) = K_2 E_2(p);$$

$$T_1^2 p^2 \mu(p) + T_2 p \mu(p) + \mu(p) = K_3 U_y(p); \quad (3.6)$$

або

$$(Tp + 1)U_y(p) = K_2 E_2(p);$$

$$(T_1^2 p^2 + T_2 p + 1)\mu(p) = K_3 U_y(p); \quad (3.7)$$

2. Визначимо передаточні функції, що являють собою відношення операторних зображень вихідного параметра до вхідного. Тоді на основі рівнянь (3.6) і (3.7)

$$W_2(p) = \frac{U_y(p)}{E_2(p)} = \frac{K_2}{Tp + 1}; \quad (3.8)$$

$$W_3(p) = \frac{\mu(p)}{U_y(p)} = \frac{K_3}{T_1^2 p^2 + T_2 p + 1}. \quad (3.9)$$

3. Знайдемо передаточну функцію послідовно з'єднаних ланок згідно теоремі 1:

$$W_{2,3}(p) = \frac{\mu(p)}{E(p)} = W_2(p)W_3(p) = \frac{K_2K_3}{(Tp+1)(T_1^2p^2+T_2p+1)} =$$

$$= \frac{K}{T_3^3p^3+T_4^2p^2T_5p+1}, \quad (3.10)$$

$$\text{де } T_3^3 = TT_1^2; T_4^2 = TT_2 + T_1^2; T_5 = T + T_2; K = K_2K_3.$$

Статична характеристика ланки або ланок, ввімкнених за будь яким способом, являє собою залежність вихідного параметра від вхідного в усталеному режимі, т.б коли всі похідні диференційного рівняння або відповідно оператори  $p$  передаточної функції дорівнюють нулю. У випадку який розглядається при  $p = 0$  з рівняння (3.10) виходить

$$\frac{\mu}{E} = K_2K_3 = K$$

або

$$\mu = KE, \quad (3.11)$$

де  $K$  - коефіцієнт передачі двох послідовно ввімкнених ланок.

Приклад 2. Визначити передаточну функцію і

коефіцієнт передачі двох послідовно ввімкнених ланок, які охоплені від'ємним зворотним зв'язком (див. рис.3.2, ланки 2, 3, 4), якщо передаточні функції послідовно ввімкнених ланок визначаються виразами (3.8) і (3.9) при  $T=10$  с;  $K_2 = 15$  В/В;  $T_1 = 3$  с;  $T_2 = 20$  с;  $K_3 = 5$  град/В:

$$W_4(p) = K_4,$$

де  $K_4 = 0,5$ В/°С.

1. Визначимо передаточну функцію послідовно ввімкнутих ланок. Згідно виразу (3.10)

$$W_{2,3}(p) = \frac{75}{90p^3 + 209p^2 + 30p + 1}.$$

2. Визначимо передаточну функцію при охопленні цих ланок від'ємним зворотним зв'язком. Згідно теореми 3

$$W_{2,3,4}(p) = \frac{W_{2,3}(p)}{1 + W_{2,3}(p)W_y(p)}, \quad (3.12)$$

або

$$\begin{aligned} W_{2,3,4} &= \frac{K}{(T_3^3 p^3 + T_4^2 p^2 + T_5 p + 1) \left( 1 + \frac{KK_4}{T_3^3 p^3 + T_4^2 p^2 + T_5 p + 1} \right)} = \\ &= \frac{K}{T_3^3 p^3 + T_4^2 p^2 + T_5 p + 1 + KK_y} = \frac{K}{a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3}, \end{aligned}$$

де  $a_0 p^3$ ;  $a_1 = T_4^2$ ;  $a_2 = T_5$ ;  $a_3 = 1 + KK_4$ .

В числових значеннях:

$$W_{2,3,4}(p) = \frac{75}{90p^3 + 209p^2 + 30p + 38,5}.$$

3. Знайдемо коефіцієнт передачі. При  $p = 0$  згідно виразу (3.12) в загальному випадку

$$K_{2,3,4} = \frac{K}{1 + KK_4} = \frac{K_2 K_3}{1 + K_2 K_3 K_4}; \quad (3.13)$$

$$K_{2,3,4} = \frac{75}{1 + 75 \cdot 0,5} = 1,95.$$

Приклад 3. Визначаємо в загальному випадку передаточну функцію розімкненої і замкненої системи, зображеної на рис.3.2.

1. Система вважається розімкненою, якщо розімкнений її головний зворотний зв'язок. В цьому випадку з урахуванням (3.12)

$$W_p(p) = W_1(p)W_{2,3,4}(p)W_0(p). \quad (3.14)$$

2. Передаточна функція замкненої системи при від'ємному зворотному зв'язку

$$W_{зам}(p) = \frac{W_1 W_{2,3}(p) W_0(p)}{1 + W_1 W_{2,3,4}(p)}. \quad (3.15)$$

### 3.4. Зміст практичного заняття

Студенти повинні вивчити методи розробки принципів схем системи автоматичного регулювання, складання та структурних перетворень алгоритмічних структурних схем і визначення передаточних функцій та коефіцієнтів підсилення розімкнених і замкнених систем регулювання.

При виконанні практикуму кожному студенту виділяється індивідуальне завдання згідно варіантів.

При цьому для всіх варіантів слід прийняти:

- рівняння об'єкта регулювання

$$T_0 \frac{d\theta}{dt} + \theta = k\mu; \quad (3.16)$$

- рівняння вимірювальної схеми

$$U_m = K_1 E; \quad (3.17)$$

- рівняння зовнішнього зворотного зв'язку

$$U_{\text{вост}} = -\theta; \quad (3.18)$$

- рівняння внутрішнього від'ємного зворотного зв'язку

$$U_{\text{вост}} = K_4 \mu. \quad (3.19)$$

Рівняння інших ланок системи за варіантами задані табл.3.2, а значення постійних часу і

коефіцієнтів передачі – в табл.3.3. При цьому для кожного з варіантів рівнянь табл.3.2 може бути прийняте одне з значень коефіцієнта  $K_4 = (0; 0,01; 0,1; 1,0) B/°C$ .

Таблиця 3.2

Варіант	Підсилювач	Виконавчий механізм з редуктором
1	$U_y = K_2 U_M$	$T_2^2 \frac{d^2 \mu}{dt^2} + T_1 \frac{d\mu}{dt} + \mu = K_3 U_y$
2	$T_1 \frac{dU_y}{dt} + U_y = K_2 U_M$	$T_2 \frac{d\mu}{dt} + \mu = K_3 U_y$
3	$T_1 \frac{dU_y}{dt} + U_y = K_2 U_M$	$\mu = \frac{K_3}{T_2} \int U_y dt$

Таблиця 3.3

Варіант	$T_0 c$	$T_1 c$	$T_2 c$	$K_0$ °C/°C	$K_1$ B/°C	$K_2$ B/B	$K_3$ °C/B
1	2,0	0,50	0,040	0,4	0,8	8000	0,10
2	2,2	0,60	0,015	0,5	0,9	8050	0,15
3	2,3	0,55	0,012	0,6	0,7	8100	0,16
4	2,4	0,60	0,020	0,7	0,4	8200	0,13
5	2,5	0,30	0,025	0,3	0,5	9000	0,12
6	2,8	0,35	0,030	0,2	0,8	8500	0,15
7	3,0	0,40	0,035	0,1	0,6	9500	0,20
8	3,2	0,15	0,020	0,2	0,9	1500	0,12
9	3,4	0,60	0,012	0,8	0,4	6500	0,16
10	3,6	0,55	0,020	0,9	0,6	6000	0,15

11	3,8	0,60	0,025	0,4	0,3	5500	0,10
12	4,0	0,28	0,065	1,0	1,0	5000	0,30
13	4,5	0,36	0,070	1,2	1,2	4500	0,80
14	5,0	0,38	0,080	1,4	1,4	4000	0,10
15	5,5	0,40	0,090	1,6	1,6	3500	0,15
16	6,0	0,42	0,090	1,8	1,8	3000	0,16
17	6,5	0,46	0,100	2,0	2,0	2500	0,25
18	7,0	0,48	0,110	2,2	2,2	2000	0,30
19	7,5	0,50	0,115	2,4	2,6	1500	0,35
20	8,0	0,60	0,120	2,6	2,8	1000	0,40
21	8,5	0,65	0,125	2,8	3,0	900	0,42
22	9,0	0,70	0,130	3,0	3,5	800	0,44
23	10,0	0,80	0,145	3,5	4,0	700	0,46
24	15,0	1,00	0,140	4,0	4,5	600	0,48
25	20,0	2,00	0,150	4,5	5,0	500	0,50
26	25,0	2,50	0,155	5,0	5,5	400	0,52
27	35,0	3,00	0,160	5,5	6,0	300	0,54
28	45,0	4,00	0,200	6,0	6,5	250	0,56
29	55,0	5,00	0,250	6,5	7,0	200	0,58
30	65,0	6,00	0,300	7,0	7,5	180	0,60
31	75,0	7,00	0,350	7,5	8,0	160	0,62
32	95,0	8,00	0,400	8,0	8,5	140	0,64
33	160	9,00	0,450	8,5	9,0	120	0,66
34	200	10,00	0,500	9,0	9,5	100	0,68
35	250	12,0	0,600	10,0	9,5	120	0,66
36	300	15,0	0,800	12,0	10,0	160	0,68
37	400	18,0	1,00	14,0	12,0	180	0,70
38	500	20,0	1,50	16,0	14,0	200	0,72
39	800	22,0	2,00	18,0	16,0	250	0,74
40	900	24,0	2,50	20,0	18,0	300	0,76
41	1000	26,0	3,00	18,0	16,0	400	0,78
42	1200	28,0	4,50	16,0	14,0	500	0,80
43	1400	30,0	3,00	14,0	12,0	750	0,78
44	1600	32,0	2,50	12,0	10,0	1000	0,76
45	1800	34,0	2,00	10,0	9,5	1100	0,74
46	1850	36,0	1,50	9,5	9,0	1200	0,72



47	1900	38,0	1,00	9,0	8,5	1300	0,70
48	1950	40,0	0,90	8,5	8,0	1400	0,68
49	2000	42,0	0,95	8,0	7,5	1600	0,66
50	2100	44,0	1,0	7,5	7,0	1800	0,64
51	2200	46,0	1,25	7,0	6,5	2000	0,62
52	2300	48,0	1,50	6,5	6,0	2500	0,60
53	2400	50,0	1,75	6,0	5,5	3000	0,58
54	2500	52,0	2,00	5,7	5,2	3500	0,56
55	2600	54,0	2,25	5,5	5,0	4000	0,54
56	2700	56,0	2,50	5,2	4,7	4500	0,52
57	2800	58,0	2,75	5,0	4,5	5000	0,50
58	2900	60,0	3,00	4,7	4,2	5500	0,48
59	3000	62,0	3,25	4,5	4,0	6000	0,46
60	3100	64,0	3,50	4,2	3,7	6500	0,44
61	3200	66,0	3,75	4,0	3,5	7500	0,42
62	3300	68,0	4,00	3,7	3,2	9500	0,40
63	3400	70,0	4,25	3,5	3,0	8500	0,38
64	3500	72,0	4,50	3,2	2,7	9000	0,36
65	3600	74,0	4,75	3,0	2,5	8200	0,34
66	3700	76,0	5,00	2,7	2,2	8100	0,32
67	3800	78,0	5,25	2,5	2,0	8050	0,30
68	3900	80,0	5,50	2,2	1,7	8000	0,28
69	4000	90,0	5,75	2,0	1,5	7750	0,26
70	4500	95,0	6,00	1,5	1,2	7250	0,24

Індивідуальне завдання видається в наступному порядку. На кожен академічну групу задається один варіант рівнянь ланок системи згідно табл.3.2 і одне значення коефіцієнта  $K_4$ . Далі згідно номеру в списках академічної групи кожному студенту видають індивідуальні значення постійних часу і коефіцієнтів

передачі згідно табл.3.3. Наприклад, для групи з 20 чол. Завдання може бути наступним:

- варіант рівнянь ланок – по табл. 3.2 – третій;
- значення постійних часу коефіцієнтів передачі по табл. 3.3 – варіанти 51 – 70;
- значення коефіцієнта  $K_4 = 0$ .

В результаті виконання індивідуального завдання кожен студент згідно з даними свого варіанту повинен визначити: числові значення передаточних функцій окремих ланок, розімкненої і замкненої системи регулювання, коефіцієнти передачі розімкненої і замкненої системи регулювання.

Отримані результати, а також опис принципової і алгоритмічної структурних схем системи регулювання навести в звіті.

### **3.5. Контрольні питання**

1. Основні функціональні ланки системи регулювання.

2. Від чого залежить вибір елементів автоматики?

3. Для чого призначена і як складається алгоритмічна структурна схема системи регулювання?

4. Основні типи елементарних ланок системи регулювання. Пояснити, чому вони називаються елементарними?

5. Чому дорівнює загальна передаточна функція при послідовному, паралельному з'єднанні ланок і охоплені їх зворотним зв'язком?

6. Основні типи зворотних зв'язків.

[7 - 14].

#### **4 Стійкість системи автоматичного регулювання. Алгебраїчні критерії стійкості**

### **Поняття про стійкість систем автоматичного регулювання**

Визначення стійкості автоматичних систем – одне з основних питань теорії автоматичного регулювання.

Під стійкістю систем автоматичного регулювання мають на увазі здатність величин що регулюються повертатися до першопочаткового значення після завершення діяння, яке вивело її із стану рівноваги.

В загальному випадку системи регулювання можуть бути стійкими, нестійкими або такими що

знаходяться на границі стійкості.

Для експлуатування в промислових умовах використовуються тільки стійкі системи регулювання, так як тільки вони можуть забезпечити відхилення поточного значення параметра що регулюється від його заданого значення не вище необхідного за умовами технології виробництва. В зв'язку з цим аналітичне формулювання стійкості зводиться до того, що виникаюча в результаті порушення стану рівноваги абсолютна величина відхилення регулюємого параметра від заданого значення  $\Delta X(t)$  під впливом регулятора з протіканням довготривалого проміжку часу повинна стати меншою за заданого значення  $\varepsilon$ , т.б.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\Delta X| \leq \varepsilon \quad (4.1)$$

Рух лінійної системи автоматичного регулювання, виведеної зі стану рівноваги, описується диференціальним або відповідним йому характеристичним рівнянням замкненої системи. Останнє може бути отримане порівнянням з нулем знаменника її передаточної функції і в загальному

випадку має вигляд

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + a_{n-1} p + a_n = 0. \quad (4.2)$$

В математичній постановці система автоматичного регулювання буде стійкою, якщо всі корені характеристичного рівняння (4.2) від'ємні або мають від'ємні дійсні частини за умови, що вони комплексні, т.б. розташовуються зліва від уявної вісі комплексної площини коренів (рис.4.1, точки 1, 2, 3, 4, 5). Якщо хоча б один з дійсних або одна пара комплексно спряжених коренів розташовується з права від уявної вісі (рис.4.1, точки 9, 10, 11), система регулювання нестійка. Якщо один чи декілька коренів знаходяться на уявній вісі (рис.4.1, точки 6, 7, 8), система регулювання знаходиться на межі стійкості.

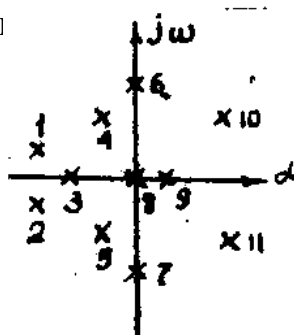


Рис.4.1. Комплексна площина коренів характеристичного рівняння

Відповідно, аналіз стійкості системи автоматичного регулювання зводиться до чисто алгебраїчної задачі – визначенню знака дійсних частин коренів характеристичного рівняння.

Знаки дійсних частин можна визначити, якщо знайти корені характеристичного рівняння. Для рівнянь не вище другого порядку знайти їх дуже просто. Для рівнянь третього порядку аналітичне знаходження коренів являє собою досить складну задачу, рівняння більш високих порядків аналітичних рішень взагалі не мають. Їх корені можуть бути визначені лише приблизно.

В зв'язку з цим для дослідження стійкості систем автоматичного регулювання запропоновані критерії стійкості.

Критерієм стійкості називається непрямий метод, який дозволяє судити про знаки дійсних частин коренів характеристичного рівняння без визначення їх значень.

Критерії стійкості поділяються на алгебраїчні і частотні.

## 4.2. Алгебраїчні критерії стійкості

Умова Стодоли – найбільш проста при визначенні стійкості систем і формулюється наступним чином.

Для того щоб система була стійкою, необхідно, але не достатньо, щоб всі коефіцієнти характеристичного рівняння були додатними.

Ця умова дозволяє за виглядом рівняння легко визначити явно нестійку систему: якщо хоча б перед одним з коефіцієнтів знак «-», це свідкує, що характеристичне рівняння має додатні дійсні частини коренів, а сама система (ланка) – нестійка.

При додатних коефіцієнтах корені можуть мати додатні дійсні частини, тому умова Стодоли – недостатня.

Одним з алгебраїчних критеріїв, який визначає необхідні і достатні умови стійкості і який отримав широкий вжиток завдяки своїй відносній простоті, є критерій Гурвіца, який формулюється наступним чином.

Для того щоб система з характеристичним рівнянням

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n = 0 \quad (4.3)$$

була стійкою, необхідно і достатньо, щоб головний визначник Гурвіца  $\Delta_n$ , всі його діагональні мінори  $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_{n-1}$  і коефіцієнт  $a_0$  були додатними.

Для знаходження головного визначника і його діагональних мінорів слід скласти квадратну матрицю з коефіцієнтів характеристичного рівняння, яка б мала  $n$  рядків і  $n$  стовпчиків:

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & a_n \end{vmatrix} \quad (4.4)$$

Ця матриця складається наступним чином. По головній діагоналі (від лівого верхнього члена до правого нижнього) розміщують всі коефіцієнти характеристичного рівняння, починаючи з другого  $a_1$  до останнього  $a_n$ . Далі заповнюють матрицю по стовпчикам: вище діагональних коефіцієнтів



записують коефіцієнти із зростаючими індексами, нижче діагональних коефіцієнтів – із затухаючими індексами. При досягненні нульового або  $n$ -го порядку далі ставлять нулі.

Кожен діагональний мінор отримують з попереднього викреслюванням нижнього рядка і правого стовпчика. Мінор  $\Delta_{n-1}$  отримують аналітично з головного визначника Гурвіца. В результаті знаходять

$$\Delta_1 = a_1; \quad (4.5)$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} = a_1 a_2 - a_0 a_3; \quad (4.6)$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} = a_1 a_2 a_3 + a_0 a_1 a_5 - a_1^2 a_4 - a_0 a_3^2 \quad (4.7)$$

і так далі.

Головний визначник Гурвіца можна отримати через послідовний мінор

$$\Delta_n = a_n \Delta_{n-1} \quad (4.8)$$

Таким чином, умови стійкості за критерієм Гурвіца

$$a_0 > 0; \Delta_1 > 0; \dots; \Delta_n > 0. \quad (4.9)$$

Якщо ці умови виконуються, система стійка.

Приклад. Визначити стійкість системи автоматичного регулювання (див. рис.3.2) за критерієм Гурвіца, якщо  $K_4 = 0$ , а передаточні функції

$$W_0(p) = \frac{1,5}{4500p + 1};$$

$$W_1(p) = 1,2;$$

$$W_2(p) = \frac{7250}{95p + 1};$$

$$W_3(p) = \frac{0,24}{6p + 1}$$

Головний зворотний зв'язок від'ємний:  $W_{ГЗЗ}(p) = 1$ .

1. Передаточна функція розімкненої системи

$$\begin{aligned} W_p(p) &= W_1(p)W_2(p)W_3(p)W_0(p) = \\ &= \frac{1,2 \cdot 7250 \cdot 0,24 \cdot 1,5}{(95p + 1)(6p + 1)(4500p + 1)} = \frac{3132}{2565000p^3 + 454500p^2 + 4601p + 1} \end{aligned}$$

2. Передаточна функція замкненої системи

$$\begin{aligned} W_{зам}(p) &= \frac{W_p(p)}{1 + W_p(p)W_{ГЗЗ}(p)} = \\ &= \frac{3132}{2565000p^3 + 454500p^2 + 4601p + 3133}. \end{aligned}$$

3. Характеристичне рівняння замкненої системи

$$2565000p^3 + 454500p^2 + 4601p + 3133 = 0.$$

4. Умови стійкості за критерієм Гурвіца (4.9):

$$a_0 = 2565000 > 0;$$

$$\Delta_1 = a_1 = 454500 > 0;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 454500 & 3131 \\ 2565000 & 4601 \end{vmatrix} = -5,94 \cdot 10^9 < 0;$$

$$\Delta_3 = a_3 \Delta_2 = -3131 \cdot 5,94 \cdot 10^9 < 0.$$

Таким чином, система автоматичного регулювання що розглядається нестійка, так як  $\Delta_2 < 0$  і  $\Delta_3 < 0$ .

### **Зміст практичного заняття**

В результаті практичного заняття студенти повинні:

- вивчити фізичні, аналітичні і математичні передумови стійкості лінійних систем автоматичного регулювання;
- засвоїти методи визначення стійкості за умовою Стодоли і критерію Гурвіца;
- визначити стійкість системи автоматичного регулювання температури згідно даним свого варіанта.

Звіт з практичного заняття повинен містити:

- визначення характеристичного рівняння розімкненої і замкненої систем;
- висновки що до стійкості системи згідно умови Стодоли;
- визначення стійкості за критерієм Гурвіца;
- висновки що до стійкості системи згідно даним свого варіанту.

### **Контрольні питання**

1. Стійкість системи автоматичного регулювання.
2. Аналітичне формулювання стійкості системи.
3. Як отримати характеристичне рівняння системи?
4. Як визначити стійкість за коренями характеристичного рівняння?
5. Що називається критерієм стійкості і для чого вони призначені?
6. Переваги і недоліки умови Стодоли.
7. Визначення критерію Гурвіца.
8. Правило і приклад визначення стійкості за критерієм Гурвіца.

[7 - 14].

## **5. Частотні критерії стійкості**

Алгебраїчні критерії достатньо прості для дослідження стійкості систем регулювання, що мають характеристичне рівняння порівняно невисокого (п'ятого, шостого) порядку. Однак для рівнянь більш високих порядків їх використання досить не легке, а при наявності в системі ланок запізнення – взагалі неможливе, так як в цьому випадку характеристичне рівняння стає трансцендентним.

В цих випадках більш зручно досліджувати стійкість системи, використовуючи частотні критерії, які мають велику наочність в силу їх простої геометричної інтерпретації.

До частотних відносять критерії Михайлова і Найквіста.

### **Критерій Михайлова**

Критерій запропонований радянським вченим Михайловим в 1938 р.

Ідея критерію полягає в наступному.

Якщо в характеристичне рівняння замкненої

системи

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n = 0 \quad (5.1)$$

замість оператора  $p$  підставити  $j\omega$  отримаємо комплексне число (багаточлен Михайлова)

$$\dot{L}(j\omega) = X(\omega) + jy(\omega), \quad (5.2)$$

де  $X(\omega)$ ,  $y(\omega)$  - відповідно дійсна та уявна частини комплексного числа.

На комплексній площині  $\dot{L}(j\omega)$  - вектор. При зміні  $\omega$  від 0 до  $\infty$  кінець цього вектора буде описувати геометричне місце точок, що називається годографом. Михайлов вказав, що для стійкої лінійної системи при зміні частоти  $\omega$  від 0 до  $\infty$  годограф, починаючись в точці на додатній дійсній напіввісі, послідовно обходить проти годинникової стрілки стільки квадрантів на комплексній площині, як і порядок її характеристичного рівняння, ніде не проходячи через початок координат.

Критерій Михайлова формулюється наступним чином. Лінійна система  $n$ -го порядку стійка, якщо при зміні частоти  $\omega$  від 0 до  $\infty$  годограф Михайлова послідовно обходить проти годинникової стрілки  $n$

квадрантів комплексної площини, починаючись в точці дійсної напіввісі, ніде не проходячи через початок координат.

Виходячи з визначення і задаючись значеннями  $w$  від 0 до  $\infty$  для кожного значення  $w$ , можна отримати на комплексній площині координати кінця вектора  $\dot{I}(jw)$ . Якщо ці точки з'єднати плавною кривою, отримаємо годограф Михайлова.

Нехай, система регулювання описується характеристичним рівнянням 4-го порядку, тоді для стійкої системи годограф Михайлова буде мати вигляд кривої 1 (рис.5.1), для нестійкої – кривою 2 і якщо знаходиться на границі стійкості – кривою 3.

Годограф Михайлова дозволяє також судити про запас стійкості по співвідношенню відрізків  $OA$  та  $OB$ , які відсікаються годографом на дійсній вісі. Якщо  $OB$  достатньо великий по відношенню до  $OA$  (див. рис.5.1), система має значний запас стійкості. Із зменшенням відрізка  $OB$  запас стійкості знижується.

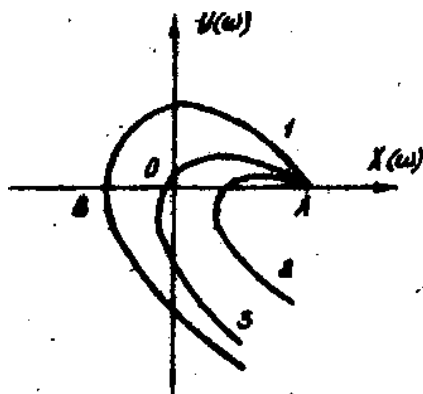


Рис.5.1.  
Михайлова  
регулювання з

Годографи  
для системи

характеристичним рівнянням 4-го порядку

Точка  $A$  є початковою точкою годографа при  $w=0$ , її абсциса кількісно рівна вільному члену характеристичного рівняння  $\lambda_r$ . Для знаходження абсциси точки  $B$  прирівнюють уявну частину  $y(w)$  до нуля, визначають значення  $w$  і підставляють його до виразу для дійсної частини  $X(w)$ .

При збільшенні загального коефіцієнта підсилення системи годограф Михайлова, не змінюючись за формою, зміщується праворуч і при деякому



критичному значенні коефіцієнта підсилення  $K_{кр}$  пройде через початок координат. Система буде знаходитись на границі стійкості. При подальшому збільшенні  $K$  годограф зміститься праворуч і буде обходити менше, ніж порядок характеристичного рівняння, кількість квадрантів – система буде нестійкою.

Знайти критичний коефіцієнт підсилення можна, якщо виконати умови  $X(w)=0$  і  $y(w)=0$ . При цьому з останнього визначають  $w$  і, підставляючи його в перше, знаходять  $a_n$ , яке забезпечує виконання цієї умови при отриманому значенні  $w$ . Враховуючи, що  $a_n$  напряму пов'язане з коефіцієнтом підсилення, знаходять  $K_{кр}$  – критичний коефіцієнт підсилення.

Аналіз стійкості САР за критерієм Михайлова виконують в такій послідовності:

1. Визначають характеристичне рівняння замкненої системи за її диференційними рівняннями або передаточним функціям.

2. Складають багаточлен Михайлова. Для цього в характеристичному рівнянні оператор  $p$  замінюють на  $jw$ .

3. Розділяють багаточлен Михайлова на дійсну і уявну частини, для цього  $j\omega$  підносять до відповідного ступеню і групують дійсні і уявні члени управління.

4. Розраховують координати точок годографу Михайлова для різноманітних значень частоти  $\omega$  (даються значення від 0 до  $\infty$ ).

5. Будується годограф Михайлова, з вигляду якого судять про стійкості системи що аналізується.

При визначенні координат точок годографа рекомендується вибрати наступні точки: а) при  $\omega \rightarrow 0$ ; б) при  $\omega \rightarrow \infty$ ; в) при пересіченні годографом вісі абсцис. Для цього при рівності нулю уявної частини комплексного числа ( $y(\omega) = 0$ ) знаходимо значення  $\omega$ , а за ними визначаємо  $X(\omega)$ ; г) при пересіченні годографом вісі ординат. Прирівнюємо до нуля дійсну частину комплексного числа ( $X(\omega) = 0$ ) і знаходимо значення частот  $\omega$ , а за ними визначаємо  $y(\omega)$ ; д) при експериментальних значеннях дійсної і уявної частин. Відомими методами знаходимо екстремуми дійсної і уявної частин багаточлена, з отриманих виразів

визначаємо  $w$  і, підставивши її значення до  $X(w)$  і  $y(w)$ , розраховуємо координати екстремумів; е) при значеннях частоти  $w$ , які кратні десяти (для полегшення рахунку) т.б.  $w = 1; 10; 10^2; 10^3$  або  $w = 0,1; 0,01; 0,001$  і т.д. Визначаємо дві-три характерні точки за вибором (в залежності від заздалегідь знайдених точок).

Приклад. Визначити стійкість за критерієм Михайлова, якщо характеристичне рівняння замкненої системи автоматичного регулювання має вигляд

$$0,5p^5 + 67,4p^4 + 86,4p^3 + 43,8p^2 + 393p + 192 = 0.$$

Підставивши в це рівняння замість оператора  $p$  уявне число  $ju$ , отримаємо багаточлен Михайлова:

$M(jw) = 0,5(jw)^5 + 67,4(jw)^4 + 86,4(jw)^3 + 43,8(jw)^2 + 393(jw) + 192$   
так як

$$j = \sqrt{-1}; j^2 = -1; j^3 = -j; j^4 = 1; j^5 = j; \text{ і т.д.,}$$

$M(jw) = 67,4w^4 - 48,3w^3 + 192 + jw(0,5w^4 - 84,4w^2 + 393) = X(w) + j(w)$   
де

$$X(w) = 67,4w^4 - 48,3w^2 + 192;$$

$$y(w) = w(0,5w^4 - 84,4w^2 + 393).$$

При  $w \rightarrow 0$   $X(w) = 192$ ;  $y(w) \rightarrow 0$ ;

при  $w \rightarrow \infty$   $X(w) \rightarrow \infty$ ;  $y(w) \rightarrow \infty$ .

Прирівняємо дійсну частину  $X(w)$  до нуля, т.б.

$$67,4w^4 - 43,8w^2 + 192 = 0,$$

звідки

$$w_{1,2}^2 = \frac{43,8 \pm \sqrt{-49844,96}}{134,8}.$$

Знак «-» під коренем останнього виразу свідчить про те, що годограф не пересікає вісь ординат.

Знайдемо значення  $w$ , при яких годограф пересікає вісь абсцис, т.б.  $y(w) = 0$ :

$$w(0,5w^4 - 86,4w^2 + 393) = 0.$$

Рішення цього рівняння дає корені:  $w_1 = 0$ ;  
 $w_2 = 2,17I/c$ ;  $w_3 = 13,0I/c$ .

Підставивши знайдені значення  $w$  в  $X(w)$ , визначимо відповідні координати.

Знайдемо, при яких значеннях годограф має екстремуми:

$$y'(w) = 0,5 \cdot 5w^4 - 86,4 \cdot 3w^2 + 393 = 0.$$

Рішення цього рівняння дає додатні (від'ємні відкидаються, так як  $w$  змінюється від 0 до  $+\infty$ ) корені:

$$w_1 = 1,25I/c \text{ і } w_2 = 10,2I/c.$$

Підставивши знайдені значення  $w$  до виразів

$X(w)$  та  $y(w)$ , визначимо відповідні координати годографа.

Знайдемо точки годографа при  $w_1 = 1/c$  і  $w = 3,2I/c$ . Дані розрахунків зведемо до табл.5.1, за якою будують годограф Михайлова (рис.5.2).

Таблиця 5.1

$w$	0	1	1,26	2,17	3,2	10,2	13
$X$	192	215,6	294	1466	6816	7,24	1,93
$y$	0	307	323	0	-1410	-3,25	0

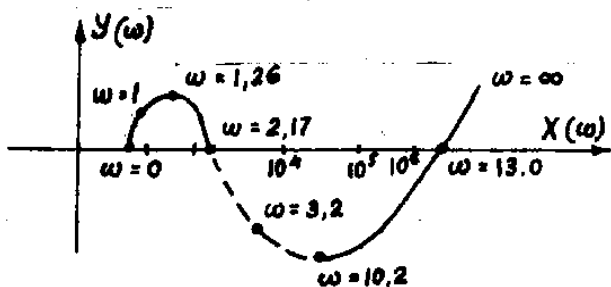


Рис.5.2. Годограф Михайлова

Годограф Михайлова не обходить послідовно 5 квадрантів комплексної площини в додатному напрямку (проти годинникової стрілки), тому система автоматичного регулювання яка розглядається не

стійка.

## **Критерій Найквіста**

Критерій дозволяє судити про стійкість замкненої системи за виглядом амплітудно-фазової частотної характеристики (АВЧХ) розімкненої системи.

Формулювання критерію Найквіста залежить від властивостей розімкнених систем – стійкі вони чи ні у розімкненому стані. Якщо система складається тільки із стійких ланок, вона буде стійкою в розімкненому стані. При наявності хоча б однієї нестійкої ланки або двох і більше інтегруючих ланок вона буде нестійкою. При наявності однієї інтегруючої ланки розімкнена система знаходиться на границі стійкості.

Сформулюємо критерій Найквіста. Якщо розімкнена система стійка чи знаходиться на границі стійкості, то для того, щоб замкнена система була стійкою, необхідно і достатньо, щоб АФЧХ розімкненої системи при зміні частоти від 0 до  $\infty$  не охоплювала точку з координатами  $[-1; j0]$ .

Якщо розімкнена система нестійка і має  $m$  коренів з додатною дійсною частиною, для стійкості її в

замкненому стані необхідно і достатньо, щоб АФЧХ розімкненої системи при зміні частоти  $\omega$  від 0 до  $\infty$  охопила точку з координатами  $[1; j0]$  в додатному напрямку  $m/2$  разів.

Порядок дослідження САР за критерієм Найквіста:

1. В формулі результуючої передаточної функції розімкненої системи  $W_p(p)$  замінюють оператор  $p$  на  $\omega j$ .

2. В частотній передаточній функції  $W(j\omega)$  підводять  $j\omega$  до відповідного ступеню і розділяють її на дійсну і уявну частини.

3. Задаючись різними значеннями частоти  $\omega$  (від 0 до  $\infty$ ), отримують координати АФЧХ розімкненої системи.

4. За отриманими даними будують АФЧХ і за її виглядом роблять висновок про стійкість системи.

Властивості АФЧХ розімкненої системи:

1. Якщо розімкнена система не має інтегруючих ланок, то при  $\omega = 0$  її АФЧХ починається на дійсній осі в точці  $P(\omega) = K$ , де  $K$  – коефіцієнт

передачі розімкненої системи. Закінчується АФЧХ при  $w = \infty$  на початку координат.

2. Якщо розімкнена система має інтегруючу ланку, її АФЧХ починається при  $w = 0$  в нескінченності на від'ємній уявній навів вісі і закінчується на початку координати при  $w = \infty$ .

3. Критерій Найквіста дозволяє легко оцінити стійкість систем автоматичного регулювання, які містять ланки з чистим запізненням. Вплив ланки запізнення проявляється тільки в з'явленні додаткового зсуву, що призводить до повороту кожного вектора АФЧХ за годинниковою стрілкою.

При практичному визначенні координат точок АФЧХ розімкненої системи рекомендують вибрати частоти  $w$  аналогічно вибору їх при побудованні годографа Михайлова.

Приклад. Визначити стійкість за критерієм Найквіста, якщо передаточна функція розімкненої системи

$$W_p(p) = \frac{1,875}{7,5p^3 + 8p^2 + 4,5p + 1}.$$

Підставимо до передаточної функції розімкненої



САР замість  $p$  значення  $jw$ , знайдемо комплексний передаточний коефіцієнт системи:

$$W_p(jw) = \frac{1,875}{7,5(jw)^3 + 8(jw)^2 + 4,5(jw) + 1} =$$

$$= \frac{1,875}{1 - 8w^2 + jw(4,5 - 7,5w^2)} = \frac{1,875}{a + jb},$$

де  $a = 1 - 8w^2$ ;  $b = w(4,5 - 7,5w^2)$ .

Для того щоб представити амплітудно-фазову частотну характеристику розімкненої системи у вигляді комплексного числа, яке має дійсну  $P(w)$  і уявну  $Q(w)$  частини, помножимо чисельник і знаменник на спряжене комплексне число  $a - jb$ . Враховуючи, що добуток комплексно спряжених чисел дорівнює сумі квадратів двох чисел, отримаємо

$$W_p(jw) = \frac{1,875(a - jb)}{a^2 + b^2} = \frac{1,875a}{a^2 + b^2} - j \frac{1,875b}{a^2 + b^2} = P(w) + jQ(w),$$

де

$$P(w) = \frac{1,875a}{a^2 + b^2} = \frac{1,875(1 - 8w^2)}{(1 - 8w^2)^2 + w^2(4,5 - 7,5w^2)^2};$$

$$Q(w) = \frac{1,875b}{a^2 + b^2} = - \frac{1,875w(4,5 - 7,5w^2)}{(1 - 8w^2)^2 + w^2(4,5 - 7,5w^2)^2}.$$

При  $w \rightarrow 0$   $P(w) = 1,875$ ;  $Q(w) \rightarrow 0$ ;

$w \rightarrow \infty$   $P(w) \rightarrow 0$ ;  $Q(w) \rightarrow 0$ .

Знайдемо точки пересічення АФЧХ з віссю ординат, т.б.  $P(w) = 0$ .

Відомо, що дріб дорівнює нулю, якщо її чисельник дорівнює нулю, т.б.  $1,875(1 - 8w^2) = 0$ ; звідки  $w = 0,354$  1/с.

При отриманому значенні  $w$   $Q(w) = -0,526$ .

Знайдемо точки пересічення АФЧХ з віссю абсцис, т.б.  $Q(w) = 0$  або  $w(4,5 - 7,5w^2) = 0$ , звідки  $w_1 = 0$ ;  $w_2 = 0,744$  1/с;  $P(w) = -0,404$ .

Результати розрахунків координат точок АФЧХ при знайдених і інших проміжних значеннях  $w$  наведені в табл..5.2.

Таблиця 5.2

$w$	0	0,1	0,3	0,354	0,5	0,744	1	
$P(w)$	1,875	1,654	0,424	0	-1,132	-0,404	-0,226	0
$Q(w)$	0	-0,796	-1,737	-1,488	-0,371	0	0,097	0

За координатами точок, наведених в табл.5.2, будемо амплітудно-фазову частотну характеристику

системи яка розглядається (рис.5.3).

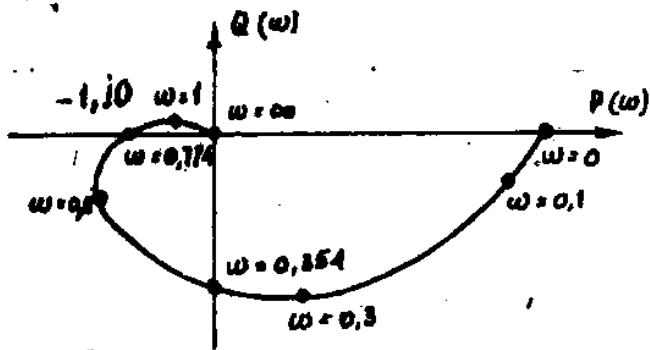


Рис.5.3. Амплітудно-фазова характеристика розімкненої системи

Система яка розглядається стійка, так як АФЧХ розімкненої системи не охоплює точку з координатами  $[-1, j0]$ .

### Зміст практичного заняття

1. Вивчити теоретичні відомості про частотні критерії стійкості.
2. Згідно приведеної в теоретичній частині послідовності дослідити за даними свого варіанта САР на стійкість за критеріями Михайлова.
3. Аналогічно п.2 дослідити САР на стійкість за критерієм Найквіста.

4. У звіті привести основні формули, таблиці результатів і графіки годографів, виконані на міліметровці.

5. Після дослідження стійкості за кожним критерієм зробити висновок про стійкість САР.

Звіт з практичного заняття повинен містити відповіді на пп. 2 – 5.

### **Контрольні питання**

1. Коли рекомендується використовувати частотні критерії стійкості?

2. На підставі чого судять про стійкість за критерієм Михайлова?

3. Формулювання критерію Михайлова.

4. Чи є критерій Михайлова необхідним і достатнім?

5. Послідовність аналізу стійкості САР за критерієм Михайлова.

6. Які рекомендується вибирати точки при визначенні координат точок годографа?

7. Що покладено в основу критерію Найквіста?

8. Визначення критерію Найквіста для стійкої або системи що знаходиться на границі стійкості в розімкненому стані.

9. Сформулюйте критерій стійкості Найквіста для нестійкої системи в розімкненому стані.

10. Порядок дослідження САР за критерієм Найквіста.

11. Властивості АФЧХ розімкненої системи.

12. Чи можливе використання критерію Найквіста для дослідження стійкості систем з запізненням?

[1; 8 - 14].

## **6. Виділення областей стійкості**

### **6.1. Сутність методу D – розбиття**

За допомогою розглянутих критеріїв стійкості можна з'ясувати питання, чи стійка система з конкретно заданими параметрами. Однак в загальному випадку критерії стійкості не дають можливості визначити, в яких межах можна змінювати той чи інший параметр, щоб система залишалась стійкою, або в яких межах повинен знаходитись той чи інший

параметр, щоб нестійка система стала стійкою.

Відповіді на ці питання дозволяють отримати метод D – розбиття, за допомогою якого можна виділити області стійкості в площині одного комплексного або двох дійсних параметрів.

Сутність методу полягає в наступному. Нехай задано характеристичне рівняння замкненої системи

$$a_0 p^5 + a_1 p^4 + a_2 p^3 + a_3 p^2 + a_4 p + a_5 = 0, \quad (6.1)$$

в якому коефіцієнти  $a_2, a_3, a_4$  і  $a_5$  - постійні і незмінні, а коефіцієнти  $a_0$  і  $a_1$  можуть змінюватись в широких межах.

Припустимо, що при деяких значеннях  $a_0$  і  $a_1$  три корені  $(p_1, p_2, p_3)$  характеристичного рівняння лежать в лівій на півплощині, а два  $(p_4$  і  $p_5)$  - в правій (рис.6.1). Наявність коренів праворуч від уявної вісі, як відмічалось раніше, свідкує про те, що при даних значеннях коефіцієнтів  $a_0$  і  $a_1$  САР нестійка.

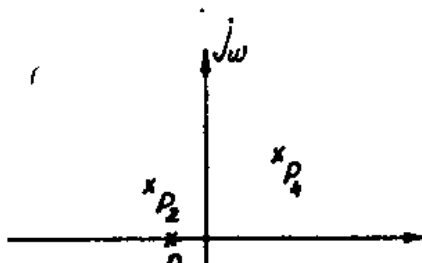


Рис.6.1. Площина коренів характеристичного рівняння 5-го порядку

Якщо вказані коефіцієнти змінювати таким чином, щоб корені  $p_4$  і  $p_5$  рухались площиною коренів ліворуч і зайняли спочатку місце на уявній вісі, а далі змістились в праву на півплощину, система спочатку буде знаходитись на границі стійкості, а потім стане стійкою.

Границею стійкості на площині коренів є уявна вісь. При цьому, якщо рухатись цією віссю з  $w = -\infty$  до точки  $w = \infty$  і корені характеристичного рівняння замкненої системи знаходяться зліва, система буде стійкою.

Ця обставина дозволяє побудувати криву  $D$  – розбиття в площині одного комплексного чи двох дійсних параметрів заміною в характеристичному рівнянні оператора  $p$  на  $jw$  і змінюємо  $w$  від  $-\infty$  до  $+\infty$ .

При виділенні областей стійкості перехід коренів через уявну вісь в площині коренів відповідає переходу коефіцієнтів через границю  $D$  –розбиття в площині коефіцієнтів, т.б. границя  $D$  –розбиття це є відображення уявної вісі площини коренів на площину коефіцієнтів характеристичного рівняння замкненої системи.

До цих пір відмічалось, що області стійкості можна виділяти тільки в площині коефіцієнтів характеристичного рівняння, але самі коефіцієнти характеристичного рівняння замкненої системи визначаються постійними часу і коефіцієнтами передачі, т.б. конкретними параметрами ланок САР, відповідно, аналогічним чином за допомогою  $D$  – розбиття можна виділити області в площині будь якого одного чи двох конкретних параметрів окремих ланок.

## **6.2. $D$ –розбиття в області одного комплексного параметра**

Нехай характеристичному рівнянні замкненої системи (див. рис.6.1) необхідно з’ясувати, в яких межах можна змінювати параметр  $N$ , щоб система



залишалась стійкою. При цьому параметр  $N$  може являти собою будь яку постійну часу, будь який коефіцієнт передачі ланки чи системи в цілому і будь який коефіцієнт характеристичного рівняння. Запишемо рівняння (6.1) у вигляді

$$F_1(p) + NF_2(p) = 0, \quad (6.2)$$

де  $F_1(p)$  - частина характеристичного рівняння, яка не залежить від параметра  $N$  ;

$F_2(p)$  - частина характеристичного рівняння, яка містить параметр  $N$  .

Вирішимо характеристичне рівняння відносно параметра

$$N = \frac{F_1(p)}{F_2(p)}. \quad (6.3)$$

Підставимо замість  $p$  у вираз (6.3)  $jw$ , тоді отримаємо

$$N(jw) = -\frac{F_1(w)}{F_2(w)}. \quad (6.4)$$

Далі відділимо дійсну і уявну частини, т.б.

$$N(jw) = -\frac{F_1(jw)}{F_2(jw)} = U(w) - jV(w). \quad (6.5)$$

Задаючись значенням  $w$  від  $-\infty$  до  $+\infty$ , побудуємо

в площині  $U(w), V(w)$  (назвемо її комплексною площиною параметра  $N$ ) по точкам криву, яка відображає уявну вісь площини коренів на площині  $N$ . Ця крива визначає границю  $D$  –розбиття площини  $N$ . Границя  $D$  –розбиття в даному випадку симетрична відносно дійсної вісі, тому для побудування всієї кривої достатньо побудувати половину неї, що відповідає  $0 \leq w \leq \infty$ , а далі доповнити криву її дзеркальним відображенням відносно дійсної вісі.

Якщо рухатись уявною віссю площини коренів з  $w = -\infty$  до  $w = \infty$ , то область, де повинні знаходитись корені для стійкості системи, буде завжди знаходитись ліворуч в зв'язку з цим, йдучи граничною кривою  $D$  –розбиття у напрямку від  $w = -\infty$  до  $w = \infty$ , будемо штрихувати цю криву зліва (рис.6.2).

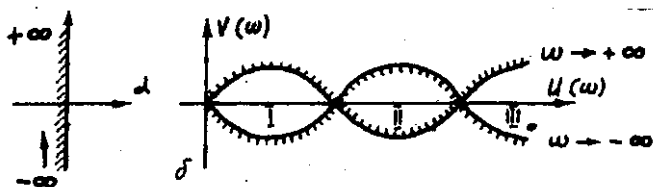


Рис.6.2. Відображення уявної частини вісі площини коренів на площині: а – площина коренів; б – побудування області стійкості

Область, в глиб якої направлене штрихування (у випадку який розглядається область II), імовірно являється областю стійкості. Для підтвердження цього, задавшись значенням параметра  $N$  який досліджується в області стійкості і визначивши відповідні коефіцієнти характеристичного рівняння, по одному з наведених критеріїв перевіряють стійкість системи у вказаній області.

Необхідно мати на увазі, що площина параметра який досліджується при виділенні області стійкості є комплексною, тому дійсні значення параметра  $N$ , т.б. точки, які лежать у ймовірній області стійкості, на дійсній вісі.

Послідовність побудовання областей стійкості в площині одного параметра:

1. Визначають потрібний параметр і до яких коефіцієнтів характеристичного рівняння замкненої системи він входить.

2. Вирішують характеристичне рівняння відносно цього параметра і отримують його у вигляді

$$N = \frac{F_1(p)}{F_2(p)}. \quad (6.6)$$

3. Виконують заміну  $p$  на  $jw$  і виділяють дійсну і уявну частини:

$$N(jw) = -\frac{F_1(jw)}{F_2(jw)} = U(w) - jV(w). \quad (6.7)$$

4. Задаючись різними значеннями частоти  $w$  від  $-\infty$  до  $+\infty$  знаходять координати половини кривої  $D$ -розбиття.

5. За отриманими даними будують спочатку половину кривої, а далі, добудовуючи її симетричною відносно дійсної вісі, будують повну криву  $D$ -розбиття.

6. Штрихують криву  $D$ -розбиття зліва, рухаючись нею від значення  $w = -\infty$  до  $w = \infty$ .

7. Визначають область, всередину якої направлене штрихування, і перевіряють за одним з критеріїв (краще алгебраїчним), чи дійсно ця область є областю стійкості системи. Для цього задаються одним з дійсних (що лежать на дійсній вісі всередині ймовірної області) значень параметра  $N$  який досліджується, визначають при цьому значенні коефіцієнти характеристичного рівняння, до яких він входить, і далі за методикою вибраного критерію

перевіряють, чи стійка система.

Приклад. Нехай задана передаточна функція замкненої системи

$$W_{зам}(p) = \frac{W_p(p)}{1 + W_p(p)W_{oc}(p)}, \quad (6.8)$$

$$W_p(p) = \frac{K_0 K_1 K_2 K_3}{(T_0 p + 1)(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)} = \\ = \frac{K}{T_0 T_1 T_2 p^3 + (T_0 T_1 + T_0 T_2 + T_1 T_2) p^2 + (T_1 + T_2 + T_3) p + 1}, \quad (6.9)$$

$$W_{oc}(p) = 1$$

звідки

$$W_{зам}(p) = \frac{K}{a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3} \quad (6.10)$$

де

$$K = K_0 K_1 K_2 K_3; \quad a_0 = T_0 T_1 T_2; \quad a_1 = T_0 T_1 + T_0 T_2 + T_1 T_2; \\ a_2 = T_1 + T_2 + T_3; \quad a_3 = 1 + K. \quad (6.11)$$

Вихідні дані:  $T_0 = 2,0$  с;  $T_1 = 0,4$  с;  $T_2 = 0,02$  с;  
 $K_0 = 0,4$  °C/град;  $K_1 = 0,8$  В/°C;  $K_3 = 0,1$  град/В.

Необхідно визначити, в яких межах може знаходитись коефіцієнт підсилення  $K_2$ , щоб система була стійкою.

Згідно вихідним даним характеристичне рівняння

замкненої системи мають вигляд

$$0,016p^3 + 0,848p^2 + 2,42p + 1 + 0,032K_2 = 0,$$

звідки

$$K_2 = -0,5p^3 - 26,5p^2 - 75,62p = 31,25$$

Підставляємо замість  $p$  значення  $jw$ :

$$\hat{E}_2(jw) = 26,5w^2 - 31,25 + jw(0,5w^3 - 75,62) = U(w) + jV(w),$$

де

$$U(w) = 26w^2 - 31,25$$

$$V(w) = w(0,5w^2 - 75,62).$$

1.  $w \rightarrow 0$ ;  $U(w) = -31,25$ ;  $V(w) \rightarrow 0$ .
2.  $V(w) = 0$ ;  $w = \sqrt{\frac{75,62}{0,5}} = 12,3$ ;  $U(w) = 3976,6$ .
3.  $U(w) = 0$ ;  $w = \sqrt{\frac{31,25}{26,5}} = 1,086$ ;  $V(w) = -81,48$ .
4.  $w = 0,5$ ;  $U(w) = -24,62$ ;  $V(w) = -37,75$ .
5.  $w = 5$ ;  $U(w) = 631,25$ ;  $V(w) = -315,6$ .
6.  $w \rightarrow \infty$ ;  $U(w) \rightarrow \infty$ ;  $V(w) \rightarrow \infty$ .

Результати розрахунків зведемо до табл.6.1, за якою будемо половину кривою D – розбиття (рис.6.3).

Таблиця 6.1

$w$	0	0,5	1,086	5	12,3	$\infty$
$U(w)$	-31,25	-24,62	0	63,25	4000	$\infty$
$V(w)$	0	-37,75	-81,48	-315,6	0	$\infty$

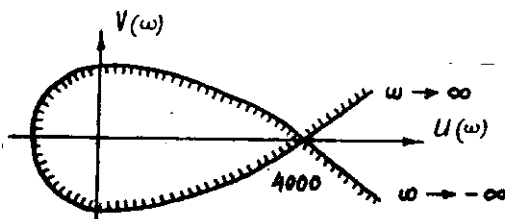


Рис.6.3. Побудування областей стійкості в площині параметра  $K_2$

Добудувавши другу, симетричну першій, половину кривої  $D$  – розбиття, заштрихуємо і визначимо можливу область стійкості. Штрихувати почнемо зліва від точки, що відповідає  $w = -\infty$ , і рухаючись до точки при  $w = +\infty$ . Згідно визначенню ймовірною областю стійкості повинна бути область, що містить  $-31,25 \leq \hat{E}_2 \leq 4000$ . Задамося коефіцієнтом  $\hat{E}_2 = 1000$  і за критерієм Гурвіца перевіримо стійкість системи.

Згідно (6.11) при  $\hat{E}_2 = 1000$ ,  $\hat{a}_3 = 33$  інші коефіцієнти характеристичного рівняння не

змінюються, тоді головний визначник Гурвіца і його діагональні мінори відповідно:

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 0,848 & 33 & 0 \\ 0,016 & 2,42 & 0 \\ 0 & 0,848 & 33 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_1 = 0,848 > 0;$$

$$\Delta_2 = 0,848 \cdot 2,42 - 0,016 \cdot 33 = 1,522 > 0$$

$$\Delta_3 = 33\Delta_2 = 50,23 > 0.$$

Висновок. Система автоматичного регулювання буде стійкою при всіх значеннях коефіцієнта підсилення, які знаходяться в знайдений області.

### **6.3. Зміст практичного заняття**

1. Вивчити теоретичні відомості про виділення областей стійкості.

2. Згідно даним свого варіанту і завдання викладача по відношенню параметра що досліджується побудувати  $D$  – розбиття і визначити по дійсній вісі межі його можливі зміни для зберігання або забезпечення стійкості системи.

Звіт повинен містити розрахунки і графічну частину по виконанню п.2.



### 6.3. Контрольні запитання

1. Які питання можна вирішувати за допомогою методу  $D$  – розбиття?

2. В чому полягає сутність методу?

3. Що являє собою границя  $D$  – розбиття?

4. Як визначається границя  $D$  – розбиття?

5. Визначення правил штрихування кривої  $D$  – розбиття.

6. в якій послідовності виконується виділення областей стійкості в площині одного параметра?

7. Які значення змін параметра що досліджується слід розглядати на комплексній площині?

[7 - 14].

## Список рекомендованої літератури

1. Ключев А.С. и др. Проектирование систем автоматизации технологических процессов. Справочное пособие. – М.: Энергия, 1980. – 512 с.
2. Техника проектирования систем автоматизации технологических процессов / Под ред. Л.И. Шипетина. – М.: Машиностроение, 1976. – 496 с.
3. Ключев А.С. и др. Техника чтения схем автоматического управления и технологического контроля. – М.: Энергия, 1977. -296 с.
4. Гетлинг Б.В. Чтение схем и чертежей электроустановок. – М.: Высш. Школа, 1980. – 120 с.
5. Нестеренко А.Д. и др. Справочник по наладке автоматических устройств контроля и регулирования. – Киев: Наукова думка, 1976. – 840 с.
6. Наладка приборов и устройств

технологического контроля. Справочное пособие / Под общ. Ред. А.С. Ключева. – М: Энергия, 1976. – 416 с.

7. Воронов В.И. и др. Основы теории автоматического регулирования и управления. – М.: Высш. Школа, 1977.
8. Бесекерский В.А. и др. Сборник задач по теории автоматического регулирования. – М.: Наука, 1965.
9. Егоров Е.В. Основы теории автоматического регулирования. – М.: Энергия, 1968.
10. Куропяткин Л.В. Теория автоматического управления. М. – Высш. Школа, 1973.
11. 11. Иванов А.А. Теория автоматического управления и регулирования. – М.: Недра, 1970.
12. Лотош М.М. Основы теории автоматического управления. – М.: Наука, 1979.
13. Юревич Е.И. Теория автоматического управления. – Л.: Энергия, 1975.

14. Основы автоматики. Методические указания к изучению курса и выполнения контрольных заданий для студентов-заочников специальности 1510 «Электрофикация сельского хозяйства». Сост. И.И. Мартыненко, Ю.А. Тимошенко. – Киев: УСХА, 1979.

## Зміст

	Стор.
1. Схеми систем автоматики.....	4
Структурні схеми управління.....	4
Функціональні схеми автоматизації.....	6
принципові схеми.....	11
Схеми з'єднань і підключень.....	16
Зміст практичного заняття.....	16
Контрольні питання.....	17
2. Розробка функціональної структурної схеми системи автоматичного регулюванн. Вибір технічних засобів вимірювання технологічних параметрів і вивчення їх статичних характеристик.....	17
Постановка задачі.....	17
Функціональна структурна схема.....	18
Вибір і обґрунтування технічних засобів вимірювання температури.....	20
Зміст практичного заняття.....	27
Контрольні питання.....	28
3. Розробка принципової і алгоритмічної структурної схем системи автоматичного регулювання	

температури.....	28
Розробка принципової схеми системи.....	28
Розробка алгоритмічної структурної схеми....	31
Структурні перетворення.....	33
Зміст практичного заняття.....	37
Контрольні питання.....	41
4. Стійкість систем автоматичного регулювання.	
Алгебраїчні критерії стійкості.....	41
Поняття про стійкість систем автоматичного регулювання.....	41
Алгебраїчні критерії стійкості.....	43
Зміст практичного заняття.....	46
Контрольні питання.....	46
5. Частотні критерії стійкості.....	47
Критерій Михайлова.....	47
Критерій Найквіста.....	51
Зміст практичного заняття.....	55
Контрольні питання.....	55
6. Виділення областей стійкості.....	56
Сутність метода $D$ – розбиття.....	56
$D$ – розбиття в області одного комплексного параметра.....	57

Зміст практичного заняття.....	62
Контрольні питання.....	62
Список рекомендованої літератур.....	63