

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**ЦЕНТРАЛЬНОУКРАЇНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**  
**КАФЕДРА ПРОГРАМУВАННЯ КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМ І МЕРЕЖ**

# **Комп'ютерна логіка**

## **Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт**

Затверджено  
на засіданні кафедри  
програмування комп'ютерних  
систем і мереж  
протокол №9 від 24.01.18

**Кропивницький 2018**

Комп'ютерна логіка. Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт.  
/ Кислун О.А., Пархоменко Ю.М., Рibaкова Л.В.  
- Кропивницький: ЦНТУ, 2018. –20с.

Автори:

Кислун Олег Андрійович, к.т.н., доцента кафедри ПКСМ,  
Пархоменко Юрій Михайлович, к.т.н., доцента, завідувач кафедри кафедри ПКСМ,  
Рibaкова Людмила Володимирівна, доцента кафедри ПКСМ,

Рецензент:

Осадчий Сергій Іванович, д.т.н., акад., завідувач кафедри АВП.

Для студентів, слухачів курсів підготовки і перепідготовки, що вивчають навчальну дисципліну “Комп'ютерна логіка”.

У стисnutій формі прояснені основи проектування цифрових автоматів з використанням булевої алгебри для мінімізації ФАЛ автоматів, що описують функціонування.

Представлено рішення прикладів для кращого освоєння досліджуваного матеріалу, наведені варіанти завдань для придбання практичних навичок.

© / О.А.Кислун, Ю.М.Пархоменко, Л.В.Рibaкова, 2018

© / ЦНТУ, кафедра “Програмування комп'ютерних систем і мереж”

# Лабораторна робота №1

## Основні поняття функцій алгебри логіки (ФАЛ)

### Теоретичні відомості

#### 1. Способи задання комбінаційних функцій

ФАЛ можуть бути задані словесним описом, табличним, аналітичним, числовим чи графічним способом.

Аналітичний спосіб задання ФАЛ полягає в тому, що логічна функція  $F$  задається у вигляді алгебраїчної рівності, у якій змінні  $x$ , зв'язані між собою символами логічних операцій І, АБО, НІ.

Існує дві основні форми запису логічних функцій в алгебраїчному вигляді, що називаються нормальними.

Перша – диз'юнктивна нормальна форма (ДНФ), що є логічною сумою елементарних і неелементарних логічних добутків (диз'юнкцією кон'юнкцій). При цьому в кожному з кон'юнкцій аргумент чи його заперечення входить не більше одного разу. Наприклад:

$$F(x_1, x_2, x_3) = x_1 \bar{x}_2 + x_2 x_3 + x_1 \bar{x}_2 x_3.$$

Друга – кон'юнктивна нормальна форма (КНФ), що являє собою логічний добуток елементарних і неелементарних логічних сум (кон'юнкція диз'юнкцій)

$$F(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2) (x_1 + \bar{x}_2 + x_3) (x_2 + x_3).$$

Елементарними називаються такі диз'юнкції чи кон'юнкції, де число змінних менше повного числа змінних, від яких залежить функція. Ті кон'юнкції і диз'юнкції, що включають повне число змінних, називається неелементарними.

$$F(x_1, x_2, x_3) = \bar{x}_1 x_2 x_3 + x_1 \bar{x}_2 x_3 + x_1 x_2 \bar{x}_3 + x_1 x_2 x_3.$$

Дана функція складається з кон'юнкцій, що об'єднані знаками диз'юнкції і включають у свій склад повний набір змінних (або їхнє заперечення), тобто складається з диз'юнкції неелементарних функцій.

Запис ФАЛ у вигляді суми кон'юнкцій, що складаються з повного набору змінних, на яких функція дорівнює одиниці називається повною диз'юнктивною нормальною формою (ПДНФ).

За аналогією запис ФАЛ у виді кон'юнкцій, що включають у свій склад повний набір змінних, на яких функція дорівнює нулю, називається повною кон'юнктивною нормальною формою (ПКНФ).

Таким чином, аналітичний спосіб задання функцій алгебри логіки полягає в зображенні їх формулами алгебри логіки. У результаті, будь-яка функція, задана таблично, може бути представлена в аналітичній формі за допомогою використання операцій І, АБО, НІ, тобто може бути зображена у вигляді ФАЛ.

У деяких випадках для задання ФАЛ використовується числовий спосіб. При цьому ФАЛ записується у виді логічної суми десяткових номерів наборів, на яких функція дорівнює одиниці.

$$F(x_1, x_2, x_3) = 3 \vee 5 \vee 6 \vee 7 = \Sigma(3, 5, 6, 7).$$

або

$$F = \vee k_i^3, \text{ при } i=3, 5, 6, 7,$$

де 3 - вказує на кількість аргументів ФАЛ.

Графічний спосіб представлення ФАЛ полягає в завданні функції у виді  $n$ -мірного одиничного куба, вершинами якого є його значення на відповідних наборах. Приклад графічного зображення ФАЛ, рис.1.

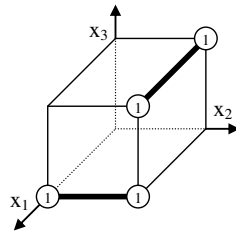


Рис. 1. Графічне зображення ФАЛ.

#### 2. Основні базиси функцій

Серед повних систем найбільше практичне значення має булеві базиси функцій І-АБО-НІ, базис функції Шеффера І-НІ і базис функції Вебба (Пірса) АБО-НІ.

Властивості функцій базису І-АБО-НІ відповідає аксіомам і законам булевої алгебри. Функція Шеффера має вигляд:

$$F(x_1, x_2) = \overline{x_1 x_2} = x_1 / x_2$$

Дана функція має властивості.

Для кон'юнкції двох змінних справедливе співвідношення:

$$x_1 x_2 = \overline{\overline{x_1} \overline{x_2}} = \overline{x_1 / x_2} = (x_1 / x_2) / 1$$

Для диз'юнкції двох змінних справедливе співвідношення:

$$x_1 \vee x_2 = \overline{\overline{x_1} \overline{x_2}} = \overline{\overline{x_1} / \overline{x_2}} = (x_1 / 1) / (x_2 / 1)$$

У сучасній мікросхемотехніці широко поширені логічні елементи, що реалізують функцію Вебба.

Функція Вебба може бути записана у вигляді:

$$F(x_1, x_2) = x_1 \downarrow x_2 = \overline{x_1} \overline{x_2} = x_1 \downarrow x_2$$

Для даної функції справедливі наступні співвідношення.

Зв'язок функції Вебба з кон'юнкцією двох змінних:

$$x_1 x_2 = \overline{x_1 \downarrow x_2}$$

Зв'язок функції Вебба з диз'юнкцією двох змінних:

$$x_1 \vee x_2 = \overline{x_1 \downarrow x_2} = (x_1 \downarrow x_2) \downarrow 0$$

Функція Шеффера і Вебба зв'язані між собою співвідношеннями:

$$x_1 / x_2 = \overline{x_1 \downarrow x_2} = (\overline{x_1} \downarrow \overline{x_2}) \downarrow 0$$

$$x_1 \downarrow x_2 = \overline{\overline{x_1} / \overline{x_2}} = (\overline{x_1} / \overline{x_2}) / 1$$

### Завдання

- Функцію  $Y(x_1, x_2, x_3)$  представлено табличним способом представити в:
  - аналітичному вигляді;
  - числовому вигляді;
  - графічному вигляді.

№ набору	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$Y(x_1, x_2, x_3)$ для варіанту:														
				1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1
1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1
2	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0
3	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0
4	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1
5	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1
6	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0
7	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1

- Функцію  $y(x_1, x_2, x_3)$  задану аналітичним вираженням представити:
  - у базисі І-НІ;
  - у базисі АБО-НІ.

№ вар.	$y(x_1, x_2, x_3)$	№ вар.	$y(x_1, x_2, x_3)$	№ вар.	$y(x_1, x_2, x_3)$
1	$\overline{x_1} x_2 + \overline{x_1} x_3 + x_2 x_3$	6	$x_1 \overline{x_1} + x_3 \overline{x_2} + x_1 x_3$	11	$\overline{x_1} x_2 + x_2 x_3 + \overline{x_1} \overline{x_3}$
2	$x_1 x_2 + x_2 \overline{x_3} + x_1 \overline{x_3}$	7	$x_2 x_1 + x_3 \overline{x_2} + x_1 x_3$	15	$\overline{x_1} x_2 + x_2 x_3 + \overline{x_1} \overline{x_3}$
3	$x_1 \overline{x_3} + x_3 \overline{x_2} + x_3 \overline{x_1}$	8	$x_2 x_1 + x_3 \overline{x_2} + \overline{x_1} x_3$	13	$\overline{x_1} x_3 + \overline{x_2} x_3 + \overline{x_1} \overline{x_3}$
4	$x_1 \overline{x_2} + x_3 \overline{x_1} + x_2 x_3$	9	$x_1 x_2 + x_2 x_3 + \overline{x_1} x_3$	14	$x_1 \overline{x_2} + \overline{x_2} x_3 + \overline{x_1} \overline{x_3}$
5	$x_2 \overline{x_1} + x_3 \overline{x_2} + x_1 x_3$	10	$x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_1 \overline{x_3}$	15	$x_1 \overline{x_2} + x_2 \overline{x_3} + \overline{x_1} \overline{x_3}$

**Лабораторна робота №2**  
**Мінімізація ФАЛ методом невизначених коефіцієнтів**  
**для базису І-АБО-НІ**

**Теоретичні відомості**

На підставі теореми Жегалкіна будь-яку логічну функцію можна представити в нормальній формі, наприклад, у нормальній диз'юнктивній формі (НДФ):

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = k_1^1 x_1 + k_1^0 \bar{x}_1 + k_2^1 x_2 + k_2^0 \bar{x}_2 + \dots + k_n^1 x_n + k_n^0 \bar{x}_n + k_{12}^{11} x_1 x_2 + k_{12}^{10} x_1 \bar{x}_2 + k_{12}^{01} \bar{x}_1 x_2 + k_{12}^{00} \bar{x}_1 \bar{x}_2 + \dots + k_{1n}^{11} x_1 x_n + k_{1n}^{10} x_1 \bar{x}_n + k_{1n}^{01} \bar{x}_1 x_n + k_{1n}^{00} \bar{x}_1 \bar{x}_n + \dots + k_{2n}^{11} x_2 x_n + k_{2n}^{10} x_2 \bar{x}_n + k_{2n}^{01} \bar{x}_2 x_n + k_{2n}^{00} \bar{x}_2 \bar{x}_n + \dots + k_{12n}^{111} x_1 x_2 x_n + k_{12n}^{110} x_1 x_2 \bar{x}_n + k_{12n}^{100} x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_n + k_{12n}^{101} x_1 \bar{x}_2 x_n + k_{12n}^{011} \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_n + k_{12n}^{010} \bar{x}_1 x_2 x_n + k_{12n}^{001} \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_n + k_{12n}^{000} \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_n + \dots + k_{12\dots n}^{11\dots 1} x_1 x_2 \dots x_n + k_{12\dots n}^{11\dots 0} x_1 x_2 \dots \bar{x}_n + \dots$$

де  $k$  - невизначені коефіцієнти, що приймають значення 0 чи 1 і так, щоб одержана результуюча НДФ була мінімальною. Коефіцієнти  $k$  знаходяться із системи рівнянь одержуваної шляхом підстановки значень  $x_1, x_2, \dots, x_n$  у наведену вище ДНФ.

Алгоритм знаходження невизначених коефіцієнтів  $k$ : наступний:

1. Вибрати черговий рядок, у якому  $F_i = 0$ , і всі коефіцієнти цього рядка визначити нулем.
2. Якщо всі нульові рядки переглянуті, то перейти до п. 3, якщо ні, то до п. 1.
3. Переглянути рядки, у яких  $F_i = 1$ , та викреслити в них усі коефіцієнти, що зустрічаються в рядках, де  $F_i = 0$ .
4. Переписати всі модифіковані рівняння.
5. Вибрати черговий рядок  $F_i = 1$  і викреслити максимально можливу кількість коефіцієнтів так, щоб ранг членів, що залишаються, був мінімальним.

Метод невизначених коефіцієнтів використовується для диз'юнктивної форми і практично непридатний для кон'юнктивної форми.

Розглянемо **приклад**: Знайти мінімальну форму для функції  $F(x_1, x_2, x_3) = \Sigma(0,2,4,7)$

**Розв'язок.**

На підставі теореми Жегалкіна логічну функцію трьох змінних представимо в НДФ:

$$F(x_1, x_2, x_3) = k_1^1 x_1 + k_1^0 \bar{x}_1 + k_2^1 x_2 + k_2^0 \bar{x}_2 + k_3^1 x_3 + k_3^0 \bar{x}_3 + k_{12}^{11} x_1 x_2 + k_{12}^{10} x_1 \bar{x}_2 + k_{12}^{01} \bar{x}_1 x_2 + k_{12}^{00} \bar{x}_1 \bar{x}_2 + k_{13}^{11} x_1 x_3 + k_{13}^{10} x_1 \bar{x}_3 + k_{13}^{01} \bar{x}_1 x_3 + k_{13}^{00} \bar{x}_1 \bar{x}_3 + k_{23}^{11} x_2 x_3 + k_{23}^{10} x_2 \bar{x}_3 + k_{23}^{01} \bar{x}_2 x_3 + k_{23}^{00} \bar{x}_2 \bar{x}_3 + k_{123}^{111} x_1 x_2 x_3 + k_{123}^{110} x_1 x_2 \bar{x}_3 + k_{123}^{100} x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 + k_{123}^{101} x_1 \bar{x}_2 x_3 + k_{123}^{011} \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 + k_{123}^{010} \bar{x}_1 x_2 x_3 + k_{123}^{001} \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 + k_{123}^{000} \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3$$

Складемо систему рівнянь, і запишемо її у вигляді таблиці:

$k_1^0$	$k_2^0$	$k_3^0$	$k_{12}^{00}$	$k_{13}^{00}$	$k_{23}^{00}$	$k_{123}^{000}$	$F_0$	1
$k_1^0$	$k_2^0$	$k_3^1$	$k_{12}^{00}$	$k_{13}^{01}$	$k_{23}^{01}$	$k_{123}^{001}$	$F_1$	0
$k_1^0$	$k_2^1$	$k_3^0$	$k_{12}^{01}$	$k_{13}^{00}$	$k_{23}^{10}$	$k_{123}^{010}$	$F_2$	1
$k_1^0$	$k_2^1$	$k_3^1$	$k_{12}^{01}$	$k_{13}^{01}$	$k_{23}^{11}$	$k_{123}^{011}$	$F_3$	0
$k_1^1$	$k_2^0$	$k_3^0$	$k_{12}^{10}$	$k_{13}^{10}$	$k_{23}^{00}$	$k_{123}^{100}$	$F_4$	1
$k_1^1$	$k_2^0$	$k_3^1$	$k_{12}^{10}$	$k_{13}^{11}$	$k_{23}^{01}$	$k_{123}^{101}$	$F_5$	0
$k_1^1$	$k_2^1$	$k_3^0$	$k_{12}^{11}$	$k_{13}^{10}$	$k_{23}^{10}$	$k_{123}^{110}$	$F_6$	0
$k_1^1$	$k_2^1$	$k_3^1$	$k_{12}^{11}$	$k_{13}^{11}$	$k_{23}^{11}$	$k_{123}^{111}$	$F_7$	1

Згідно алгоритму викреслюємо коефіцієнти  $k$  для  $F_i = 0$ . (∧ нахил). Потім викреслюємо співпадаючі коефіцієнти для  $F_i = 1$  (/ нахил). Одержуємо модифіковану систему рівнянь. Коефіцієнти, що задовольняють пункт 5, виділяємо обвівши їх по периметру стовщеною лінією.

Таким чином, маємо  $k_{13}^{00} = 1$ ,  $k_{23}^{00} = 1$ ,  $k_{123}^{111} = 1$ , а всі інші коефіцієнти рівні 0.

У результаті мінімізації знаходимо функцію:

$$F(x_1, x_2, x_3) = \bar{x}_1 \bar{x}_3 + \bar{x}_2 \bar{x}_3 + x_1 x_2 x_3$$

### Завдання

Згідно варіанта, мінімізувати ФАЛ  $F(x_1, x_2, x_3, x_4)$  методом невизначених коефіцієнтів для базису I-АБО-НІ.

№ набору	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$F(x_1, x_2, x_3, x_4)$ для варіанту:														
					1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0
2	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
3	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
4	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0
5	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
6	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1
7	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1
8	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0
9	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
10	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1
11	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1
12	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
13	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1
14	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0
15	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0

**Примітка:** Для функцій чотирьох змінних, система рівнянь у вигляді таблиці наступна:

$k_1^0$	$k_2^0$	$k_3^0$	$k_4^0$	$k_{12}^{00}$	$k_{13}^{00}$	$k_{14}^{00}$	$k_{23}^{00}$	$k_{24}^{00}$	$k_{34}^{00}$	$k_{123}^{000}$	$k_{124}^{000}$	$k_{134}^{000}$	$k_{234}^{000}$	$k_{1234}^{0000}$	$F_0$
$k_1^0$	$k_2^0$	$k_3^0$	$k_4^1$	$k_{12}^{00}$	$k_{13}^{00}$	$k_{14}^{01}$	$k_{23}^{00}$	$k_{24}^{01}$	$k_{34}^{01}$	$k_{123}^{000}$	$k_{124}^{001}$	$k_{134}^{001}$	$k_{234}^{001}$	$k_{1234}^{0001}$	$F_1$
$k_1^0$	$k_2^0$	$k_3^1$	$k_4^0$	$k_{12}^{00}$	$k_{13}^{01}$	$k_{14}^{00}$	$k_{23}^{01}$	$k_{24}^{00}$	$k_{34}^{10}$	$k_{123}^{001}$	$k_{124}^{000}$	$k_{134}^{010}$	$k_{234}^{010}$	$k_{1234}^{0010}$	$F_2$
$k_1^0$	$k_2^0$	$k_3^1$	$k_4^1$	$k_{12}^{00}$	$k_{13}^{01}$	$k_{14}^{01}$	$k_{23}^{01}$	$k_{24}^{01}$	$k_{34}^{11}$	$k_{123}^{001}$	$k_{124}^{001}$	$k_{134}^{011}$	$k_{234}^{011}$	$k_{1234}^{0011}$	$F_3$
$k_1^0$	$k_2^1$	$k_3^0$	$k_4^0$	$k_{12}^{01}$	$k_{13}^{00}$	$k_{14}^{00}$	$k_{23}^{10}$	$k_{24}^{00}$	$k_{34}^{00}$	$k_{123}^{010}$	$k_{124}^{010}$	$k_{134}^{000}$	$k_{234}^{100}$	$k_{1234}^{0100}$	$F_4$
$k_1^0$	$k_2^1$	$k_3^0$	$k_4^1$	$k_{12}^{01}$	$k_{13}^{00}$	$k_{14}^{01}$	$k_{23}^{10}$	$k_{24}^{01}$	$k_{34}^{01}$	$k_{123}^{010}$	$k_{124}^{011}$	$k_{134}^{001}$	$k_{234}^{101}$	$k_{1234}^{0101}$	$F_5$
$k_1^0$	$k_2^1$	$k_3^1$	$k_4^0$	$k_{12}^{01}$	$k_{13}^{01}$	$k_{14}^{00}$	$k_{23}^{11}$	$k_{24}^{10}$	$k_{34}^{10}$	$k_{123}^{011}$	$k_{124}^{010}$	$k_{134}^{010}$	$k_{234}^{110}$	$k_{1234}^{0110}$	$F_6$
$k_1^0$	$k_2^1$	$k_3^1$	$k_4^1$	$k_{12}^{01}$	$k_{13}^{01}$	$k_{14}^{01}$	$k_{23}^{11}$	$k_{24}^{11}$	$k_{34}^{11}$	$k_{123}^{011}$	$k_{124}^{011}$	$k_{134}^{011}$	$k_{234}^{111}$	$k_{1234}^{0111}$	$F_7$
$k_1^1$	$k_2^0$	$k_3^0$	$k_4^0$	$k_{12}^{10}$	$k_{13}^{10}$	$k_{14}^{10}$	$k_{23}^{00}$	$k_{24}^{00}$	$k_{34}^{00}$	$k_{123}^{100}$	$k_{124}^{100}$	$k_{134}^{100}$	$k_{234}^{000}$	$k_{1234}^{1000}$	$F_8$
$k_1^1$	$k_2^0$	$k_3^0$	$k_4^1$	$k_{12}^{10}$	$k_{13}^{10}$	$k_{14}^{11}$	$k_{23}^{00}$	$k_{24}^{01}$	$k_{34}^{01}$	$k_{123}^{100}$	$k_{124}^{101}$	$k_{134}^{101}$	$k_{234}^{001}$	$k_{1234}^{1001}$	$F_9$
$k_1^1$	$k_2^0$	$k_3^1$	$k_4^0$	$k_{12}^{10}$	$k_{13}^{11}$	$k_{14}^{10}$	$k_{23}^{01}$	$k_{24}^{00}$	$k_{34}^{10}$	$k_{123}^{101}$	$k_{124}^{100}$	$k_{134}^{110}$	$k_{234}^{010}$	$k_{1234}^{1010}$	$F_{10}$
$k_1^1$	$k_2^0$	$k_3^1$	$k_4^1$	$k_{12}^{10}$	$k_{13}^{11}$	$k_{14}^{11}$	$k_{23}^{01}$	$k_{24}^{01}$	$k_{34}^{11}$	$k_{123}^{101}$	$k_{124}^{101}$	$k_{134}^{110}$	$k_{234}^{011}$	$k_{1234}^{1011}$	$F_{11}$
$k_1^1$	$k_2^1$	$k_3^0$	$k_4^0$	$k_{12}^{11}$	$k_{13}^{10}$	$k_{14}^{10}$	$k_{23}^{10}$	$k_{24}^{00}$	$k_{34}^{00}$	$k_{123}^{110}$	$k_{124}^{110}$	$k_{134}^{110}$	$k_{234}^{100}$	$k_{1234}^{1100}$	$F_{12}$
$k_1^1$	$k_2^1$	$k_3^0$	$k_4^1$	$k_{12}^{11}$	$k_{13}^{10}$	$k_{14}^{11}$	$k_{23}^{10}$	$k_{24}^{01}$	$k_{34}^{01}$	$k_{123}^{110}$	$k_{124}^{111}$	$k_{134}^{110}$	$k_{234}^{101}$	$k_{1234}^{1101}$	$F_{13}$
$k_1^1$	$k_2^1$	$k_3^1$	$k_4^0$	$k_{12}^{11}$	$k_{13}^{11}$	$k_{14}^{10}$	$k_{23}^{11}$	$k_{24}^{00}$	$k_{34}^{10}$	$k_{123}^{111}$	$k_{124}^{110}$	$k_{134}^{110}$	$k_{234}^{110}$	$k_{1234}^{1110}$	$F_{14}$
$k_1^1$	$k_2^1$	$k_3^1$	$k_4^1$	$k_{12}^{11}$	$k_{13}^{11}$	$k_{14}^{11}$	$k_{23}^{11}$	$k_{24}^{01}$	$k_{34}^{11}$	$k_{123}^{111}$	$k_{124}^{111}$	$k_{134}^{111}$	$k_{234}^{111}$	$k_{1234}^{1111}$	$F_{15}$

## Лабораторна робота №3 Мінімізація функцій алгебри логіки

### Теоретичні відомості

Аналітичний вираз функції алгебри логіки (ФАЛ) у ПДНФ або ПКНФ, є не єдино можливим і як правило не найкращим з погляду економічності.

Здійснення спрощення ФАЛ називається мінімізацією. Мінімізація здійснена з використанням законів алгебри логіки (закони де Моргана, поглинання, склеювання) називається дужковою, тому що щораз до спрощення приводимо винесенням за дужки спільних аргументів, у кон'юнкціях. Даний спосіб використовується тільки при невеликій кількості змінних, а іноді як заключний при мінімізації ФАЛ іншими методами.

Мінімізація - це процес знаходження для заданої ФАЛ, такої форми яка мала б мінімальне число вхідних змінних. Це означає, що при інженерному проектуванні цифрових пристроїв із двох форм, що відображають задану ФАЛ, варто вибрати ту, яка реалізується за допомогою меншої кількості логічних елементів, а при однаковому числі елементів - ту, у якій менше сумарне число вхідних окремих змінних.

Широке практичне застосування, завдяки своїй простоті, знайшли методи мінімізації, що використовують карти Вейча. Ці карти являють собою таблиці відповідностей, перетворені таким чином, що у функції, що нанесена на таку карту, сусідні кон'юнкції знаходяться поруч або на завідомо відомих місцях.

Цифри в клітках - це десяткові номери відповідних кон'юнкцій максимальної довжини. Клітки карти Вейча, що не обведені дужками як по вертикалі так і по горизонталі відповідають значенням інверсій змінних.

При мінімізації ФАЛ за допомогою карт Вейча її краще записувати в ПДНФ.

Для мінімізації, насамперед, необхідно відшукати сусідні кон'юнкції. Сусідніми клітками і відповідно їм сусідніми кон'юнкціями максимальної довжини на картах необхідно вважати ті, які знаходяться безпосередньо поруч, а також ті, що розташовані на протилежних сторонах карти.

Для знаходження сусідніх кон'юнкцій, тобто для мінімізації ФАЛ необхідно нанести її на відповідну карту, в клітках, що відповідають десятковим наборам кон'юнкцій, поставити одиниці, а в інших - нулі. Часто, щоб не затінювати карту, нульові значення не проставляють.

Склеювання сусідніх кон'юнкцій на картах Вейча виконуються їхнім геометричним об'єднанням у групи, що складаються з прямокутників із площею  $2^n$  ( $n=1, 2, \dots$ ), де під площею мається на увазі кількість кліток, що входять у прямокутник.

Таке об'єднання називається покриттям, а прямокутник із площею  $2^n$  правильним. Результат записується у вигляді кон'юнкцій, що входять у покриття.

Чим більше площа покриття, тим менше змінних входить у результат, і чим менше число покриттів, тим менше кон'юнкцій у результаті. Тому необхідно прагнути об'єднати всі одиниці мінімальним числом покриттів максимальної площі.

На підставі вище викладеного можна сформулювати порядок операцій мінімізації ФАЛ за допомогою карт Вейча:

1. на карту наносяться всі одиничні значення функції;
2. виконується покриття всіх одиничних значень функції мінімальним числом максимальних по площі правильних прямокутників;
3. записується результат у вигляді диз'юнкції кон'юнкцій, що охоплюють кожне окреме покриття.

	X <sub>1</sub>				
X <sub>2</sub>	12	14	6	4	
	13	15	7	5	
	9	11	3	1	
	8	10	2	0	
			X <sub>3</sub>		

Рис.3. Вид карти Вейча для чотирьох змінних.

Розглянемо **приклад 1**: Використовуючи закони алгебри логіки мінімізувати функцію

$$Y(x_1, x_2, x_3) = x_1(\bar{x}_1 + x_2) + \bar{x}_2(x_2 + x_1) + x_3$$

**Розв'язок.**

$$Y(x_1, x_2, x_3) = x_1(\bar{x}_1 + x_2) + \bar{x}_2(x_2 + x_1) + x_3 = x_1 \bar{x}_1 + x_1 x_2 + x_2 \bar{x}_2 + x_1 \bar{x}_2 + x_3$$

Враховуючи, що  $x_1 \bar{x}_1 = 0$ ,  $x_2 \bar{x}_2 = 0$ ,  $x_1 x_2 + x_1 \bar{x}_2 = x_1(x_2 + \bar{x}_2) = x_1$ .

$$\text{Масмо } Y(x_1, x_2, x_3) = x_1 + x_3.$$

Розглянемо **приклад 2**: Використовуючи метод мінімізуючих карт мінімізувати функцію  $Y(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma(2,3,4,5,8,10,11)$ .

**Розв'язок.**

Нанесемо значення ФАЛ карту Вейча, рис.3.2.

Виконуємо покриття всіх одиничних значень ФАЛ мінімальним числом максимальних по площі правильних прямокутників - стовщена лінія описує значення в карті. (10-й набір належить двом прямокутникам - на карті відтінений).

Прямокутник, що покриває набори 4 і 5 описується термом  $\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3$ . Прямокутник, що покриває набори 8 і 10 -  $x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4$ . Прямокутник, покриває набори 2, 3, 10 і 11 -  $\bar{x}_2 x_3$ .

Таким чином, представимо розглянуту ФАЛ у вигляді диз'юнкції кон'юнкцій:  $Y(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma(2,3,4,5,8,10,11) = \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 + x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4 + \bar{x}_2 x_3$ .

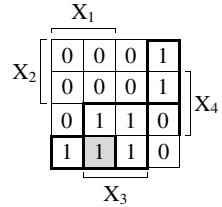


Рис.3.2. Карти Вейча для функції (приклада 2).

### Завдання

Згідно варіанта, мінімізувати функцію:

1. використовуючи закони алгебри логіки

№ вар.	$Y(x_1, x_2, x_3)$	№ вар.	$Y(x_1, x_2, x_3)$	№ вар.	$Y(x_1, x_2, x_3)$
1	$x_1 x_2 + x_3 + x_1$	6	$x_1(x_1 + \bar{x}_2) + x_1 \bar{x}_3$	11	$\bar{x}_1 \bar{x}_2 + x_1 \bar{x}_2 + x_1 \bar{x}_2 x_3$
2	$x_3(\bar{x}_2 x_1 + x_2 x_1)$	7	$(x_1 + x_2)(x_1 + \bar{x}_2 x_3)$	12	$\bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 + \bar{x}_1 x_2 x_3$
3	$x_2 + x_2 x_1 + x_3$	8	$(x_3 x_2 x_1 + \bar{x}_3 x_1) x_2$	13	$x_1 \bar{x}_2 + \bar{x}_2 \bar{x}_1 + x_3$
4	$\bar{x}_1 \bar{x}_2 + \bar{x}_2 x_1 + x_3$	9	$\bar{x}_1 + x_2 \bar{x}_1 + \bar{x}_3 x_2$	14	$\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 + \bar{x}_1 x_2 x_3 + x_1 x_2 \bar{x}_3$
5	$x_1(\bar{x}_3 + x_2) + \bar{x}_2(x_1 + x_3)$	10	$x_1 \bar{x}_3 + \bar{x}_2 x_1 + x_2 x_1$	15	$x_1 \bar{x}_2 + x_1 x_2 + x_1 x_3$

2. використовуючи метод мінімізуючих карт

№ набору	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$F(x_1, x_2, x_3, x_4)$ для варіанту:														
					1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0
2	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
3	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
4	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0
5	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
6	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1
7	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1
8	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
10	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1
11	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1
12	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
13	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1
14	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0
15	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0



## Лабораторна робота №4 Проектування комбінаційних автоматів

### Теоретичні відомості

Методика проектування комбінаційного автомата з одним виходом складається з наступних етапів:

- 1) Згідно таблиці істинності записуємо функцію алгебри логіки в ПДНФ чи ПКНФ.
- 2) Мінімізація ПДНФ (ПКНФ) будь-яким доступним методом.
- 3) Побудова логічної схеми комбінаційного автомата в базисі заданої серії елементів,
- 4) Оцінка подвійного (дуального) варіанту логічної схеми з урахуванням кількості вхідних і вихідних інверторів.

У чому полягає дуальність логічних схем? Якщо логічні схеми розробляються в базисі І-НІ та АБО-НІ, то кожна схема може бути представлена в двох варіантах: основному і подвійному. Останній по конфігурації схеми нічим не відрізняється від основного, тільки в ньому елементи І замінені на АБО і навпаки, а усі входи і виходи проінвертовані. Однак співвідношення числа елементів в прямому і подвійному варіантах різне. А з огляду на те, що в більшості серій елементів входи І та АБО не еквівалентні по витратах устаткування, а кількість необхідних інверторів на входах і виходах прямого і подвійного варіантів також різна, а отже, майже завжди варіанти відрізняються як по кількості витраченого устаткування, так і по кількості послідовно включених елементів. Тому при розробці комбінаційного автомата необхідно оцінювати обидва варіанти і вибирати кращий.

5) Спробувати знайти таку декомпозицію вихідної функції, щоб кожен фрагмент отриманого розкладу залежав від меншого, чим початкова вихідна функція, числа аргументів.

6) Вибрати з одержаних на етапах 4, 5, варіант найбільш відповідний з погляду поставленої мети.

Розглянемо **приклад**.

Побудувати схему цифрового автомата S, функціонування якого описується функцією алгебри логіки ФАЛ  $Y(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma(1, 2, 3, 9, 11, 14, 15)$

**Розв'язання.**

Запишемо ФАЛ, що описує функціонування цифрового автомата в ПДНФ:

$$Y(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma(1, 2, 3, 9, 11, 14, 15) = \\ = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 + x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 + x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 + x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 + x_1 x_2 x_3 x_4$$

Проведемо мінімізацію  $Y(x_1, x_2, x_3, x_4)$  використовуючи карту Вейча для чотирьох змінних, мал.4.1.

Прямокутник, що покриває набори 1, 3, 9 і 11 описується термом  $\bar{x}_2 x_4$ .

Прямокутник, що покриває набори 2 і 3 -  $\bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3$ .

Прямокутник, що покриває набори 14 і 15 -  $x_1 x_2 x_3$ .

Після оптимізації, ФАЛ має вигляд:

$$Y(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma(1, 2, 3, 9, 11, 14, 15) = \bar{x}_2 x_4 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 + x_1 x_2 x_3$$

По отриманій ФАЛ будемо логічну схему комбінаційного автомата, рис.4.2.

Таким чином, комбінаційний автомат у базисі серії K555 можна скласти з: DA1 - K555ЛН1, DA2 - K555ЧИЗ, DA3 - K555ЛЛ1, мал.4.3.

Оцінимо інші варіанти логічної схеми кінцевого автомата.

Представимо ФАЛ у базисі І-НІ

$$Y(x_1, x_2, x_3, x_4) = \bar{x}_2 x_4 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 + x_1 x_2 x_3$$

		X <sub>1</sub>			
X <sub>2</sub>	0	1	0	0	X <sub>4</sub>
	0	1	0	0	
	1	1	1	1	
	0	0	1	0	
		X <sub>3</sub>			

Рис.4.1. Вид карти Вейча для чотирьох змінних.

Відповідно до ФАЛ будемо логічну схему варіанта В комбінаційного автомата, рис.4.4. Використовуючи DA4, DA5 - K555ЛA4 будемо логічну схему варіанта В комбінаційного автомата в базисі серії K555, рис.4.5.

Представимо ФАЛ у базисі АБО-НІ

$$Y(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_2 + \bar{x}_4 + x_1 + x_2 + \bar{x}_3 + \bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3$$

Відповідно до ФАЛ будемо логічну схему варіанта С комбінаційного автомата, рис.4.6. Використовуючи DA6 - K555ЛH1, DA7 - K555ЛE1, DA8 - K555ЛЛ1 будемо логічну схему варіанта С комбінаційного автомата в базисі серії K555, мал.4.7.

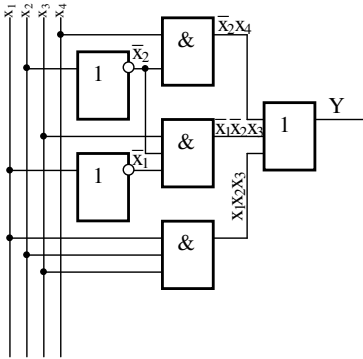


Рис.4.2. Логічна схема комбінаційного автомату (варіант А)

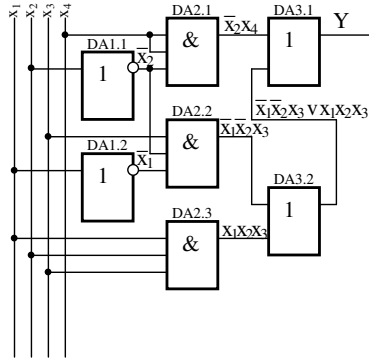


Рис.4.3. Логічна схема комбінаційного автомату в базисі серії K555 (варіант А)

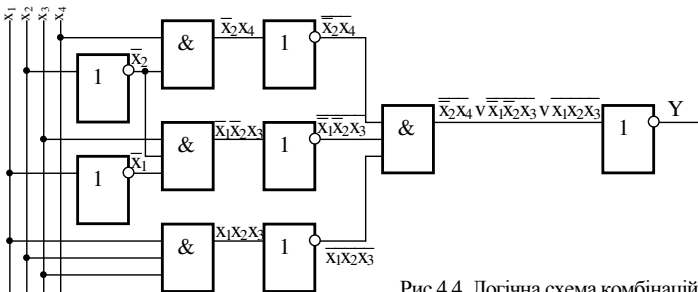
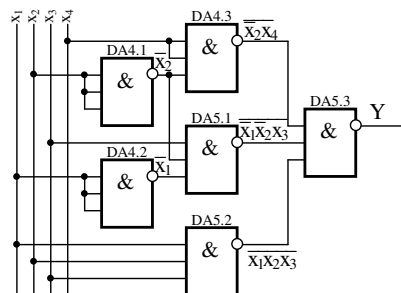


Рис.4.4. Логічна схема комбінаційного автомату (варіант В)

Рис.4.5. Логічна схема комбінаційного автомату в базисі серії K555 (варіант В)



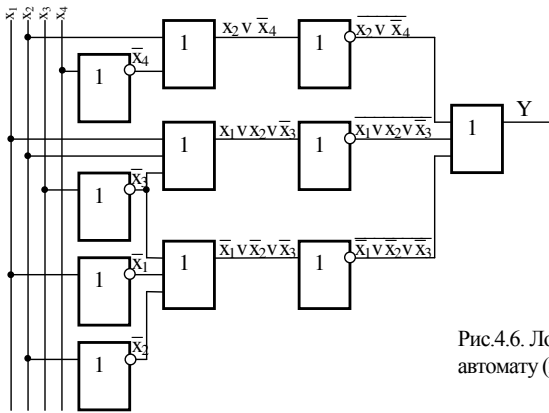


Рис.4.6. Логічна схема комбінційного автомату (варіант С)

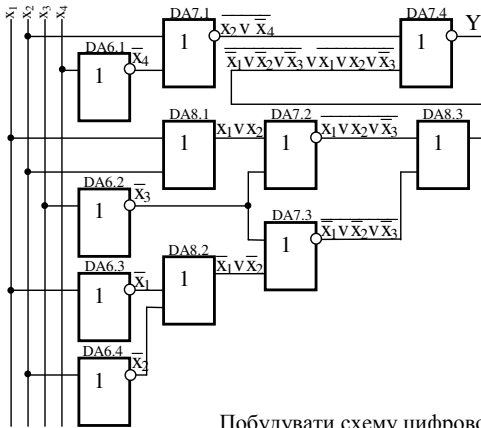


Рис.4.7. Логічна схема комбінційного автомату в базисі серії К555 (варіант С)

Оцінюючи отримані варіанти комбінційного автомата по витратах устаткування (мікросхем), найбільш прийнятним варіантом є варіант В, який і приймається як рішення. Слід відмітити, що варіант В найкращий з погляду того, що схема зібрана на двох однакових мікросхемах - К555ЛА4.

### Завдання

Побудувати схему цифрового автомата.

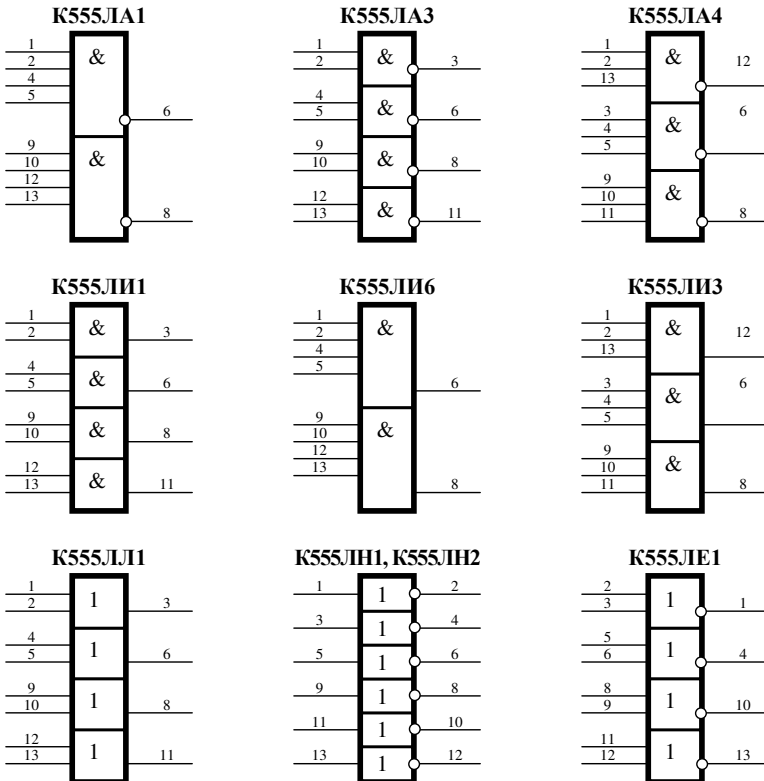
№ набору	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	F(x <sub>1</sub> , x <sub>2</sub> , x <sub>3</sub> , x <sub>4</sub> ) для варіанту:														
					1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0
2	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
3	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
4	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0
5	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
6	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1
7	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1
8	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0
9	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
10	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1
11	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1
12	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
13	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1
14	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0
15	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0

**Примітка.** Для складання логічної схеми комбінаційного автомата може використовуватися серія К555.

Склад серії К555 (тип логіки ТТЛ).

К555ЛА1	два елементи 4 І – НІ
К555ЛА2	елемент 8 І – НІ
К555ЛА3	чотири елементи 2 І – НІ
К555ЛА4	три елементи 3 І – НІ
К555ЛА9	чотири елементи 2 І – НІ з відкритим колектором
К555ЛЕ1	чотири елементи 2 АБО – НІ
К555ЛИ1	чотири елементи 2 І
К555ЛИ6	два елементи 4 І
К555ЛЛ1	чотири елементи 2 АБО
К555ЛН1	шість елементів НІ
К555ЛН2	шість елементів НІ
К555ЛР11	два елементи 2 - 2 І - 2 АБО - НІ і 3 - 3 І - 2 АБО – НІ
К555ТВ6	два JK - тригери зі скиданням
К555КП12	2 - розрядний 4 - каналний комутатор із трьома станами
К555ИД4	здвоєний дешифратор 2 входи - 4 виходи
К555ИД7	двійковий дешифратор на 8 напрямків
К555СП1	схема порівняння двох 4 - розрядних чисел.
К555ИЕ7	реверсивний 4 - розрядний двійковий лічильник.
К555ИР16	універсальний 4 - розрядний регістр з сумою

Мікросхеми, які більш ймовірно зможуть увійти до складу комбінаційного автомата.



## Лабораторна робота №5 Проектування кінцевого автомата

Мета роботи: Освоєння етапів і методів проектування логічних схем третього типу з використанням елементів пам'яті.

Необхідно спроектувати логічну схему цифрового пристрою, яка упорядкує задану послідовність (згідно варіанта) з неупорядкованої послідовності з трьох деталей А, В, С, що поодиноці рухаються по конвеєрній лінії і з'являються в "поле зору" пристрою в тактові моменти часу.

Розглянемо виконання завдання на прикладі.

Нехай задана послідовність ВАВСВ.

З умови задачі видно, що робота такого пристрою складається у виконанні послідовності операцій визначеного циклу і для того, щоб була виконана чергова операція, сам пристрій повинний знаходитися в строго визначеному стані. Такі пристрої відносяться до кінцевих автоматів.

Стан кінцевих автоматів визначається станом пам'яті. У зв'язку з тим, що упорядкована послідовність складається з п'яти букв, пам'ять автомата повинна складатися з п'яти станів. Позначимо їх  $S_0, S_1, S_2, S_3, S_4$ , чи в двійковій системі  $S_{000}, S_{001}, S_{010}, S_{011}, S_{100}$ .

Відповідно до заданої послідовності ВАВСВ, яку повинний сформувати автомат, стан  $S_{000}$  вважається початковим станом або станом чекання деталі В, а інші  $S_{001}$  - стан чекання деталі А;  $S_{010}$  - стан чекання деталі В;  $S_{011}$  - стан чекання деталі С;  $S_{100}$  - стан чекання деталі В.

Розглянемо роботу автомата і побудуємо його граф і функціональну схему.

У початковому стані  $S_{000}$  з появою в "поле зору" автомата деталі А чи С він повинний їх "відкинути", тобто виробити на виході сигнал  $\bar{Y}(t)$  і залишитись в тому ж стані  $S_{000}$ . Якщо в деякий момент у "поле зору" автомата з'явилася деталь В, він повинний її пропустити, тобто виробити на виході керуючий сигнал  $Y(t)$  і перейти в стан  $S_{001}$ . Для цей автомат повинний виробити один із сигналів сукупності  $Q(t)$ , щоб сформувати стан пам'яті для наступного  $[t+1]$  такту.

Пам'ять автомата будемо реалізовувати за допомогою тригерів з рахунковими входами. Такий тригер має два стійких стани 1 і 0, що змінюються щораз, коли на його вхід приходить одиничний сигнал. Кількість станів пам'яті, що реалізується за допомогою тригерів, визначається числом  $2^n$  де  $n$  - кількість тригерів. Це означає, що за допомогою одного тригера можна одержати два стани пам'яті, двох тригерів - 4, а трьох тригерів - 8 станів пам'яті. У нашому випадку необхідно мати п'ять станів пам'яті, а виходить, що їх можна одержати за допомогою трьох тригерів. При цьому три стани будуть надлишковими.

Побудуємо функціональну схему кінцевого автомата (рис.5.1).

Стан автомата, як видно з рис.5.1, буде забезпечуватися сукупністю  $S_1, S_2, S_3$ . Тому, для забезпечення стану  $S_{000}$  необхідно, щоб у попередній  $[t-1]$  такт на входи тригерів надійшла сукупність сигналів  $q_1, q_2, q_3$ , щоб на їхніх входах сформувати  $S_1 = 0, S_2 = 0, S_3 = 0$ .

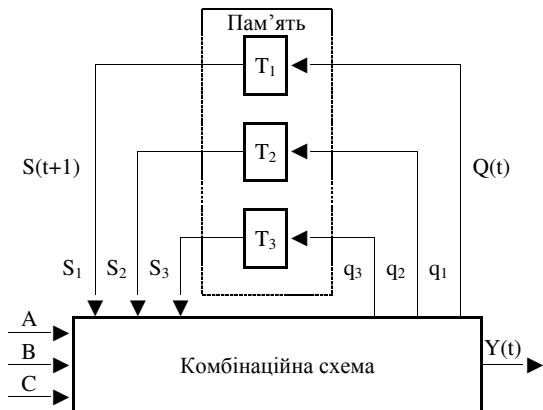


Рис.5.1 - Функціональна схема кінцевого автомата.

Якщо автомат у даний тактовий момент [t] знаходиться в початковому стані  $S_{000}$  і на його вхід надійшов сигнал про наявність деталі В, то його комбінаційна схема, крім керуючого сигналу  $Y$ , зобов'язана виробити і подати на вхід тригера  $T_3$  сигнал  $q_3 = 1$ . Такий сигнал переведе тригер  $T_3$  у стан 1 і забезпечить на виході з пам'яті сукупність  $S_1 = 0, S_2 = 0, S_3 = 1$ , тобто стан  $S_{001}$ .

Якщо в тактовий момент [t] автомат знаходиться в стані  $S_{001}$ , то з появою в його "поле зору" деталі В чи С він повинний сформувати сигнал  $\bar{Y}$  - відкинути, а з появою деталі А сформувати сигнал  $Y$  - пропустити і сигнал -  $q_2 = 1$  і  $q_3 = 1$ . Сигнал  $q_2 = 1$  забезпечує на виході тригера  $T_2$  -  $S_2 = 1$ , а сигнал  $q_3 = 1$  на виході тригера  $T_3$  -  $S_3 = 0$ , тобто стан  $S_{010}$ .

Надалі з появою в "поле зору" автомата, що знаходиться в стані  $S_{010}$ , деталей А чи С він виробляє сигнал  $\bar{Y}$  - відкинути, а з появою деталі В - формує сигнал  $Y$  - пропустити і сигнал  $q_3 = 1$ , тобто сформувати стан  $S_{011}$ .  
Всі інші стани автомата можна описати на основі аналогічних міркувань.

Побудуємо граф роботи автомата (рис.5.2). На графі вершинам відповідає стан автомата.

Після побудови графа і функціональної схеми приступимо до складання таблиці функціонування автомата для вихідних сигналів  $Y$  і сигналів  $Q$  (таблиця 5.1). При цьому будемо вважати, що щораз у конкретному стані послідовно задаються сукупності:  $A = 1, B = 0, C = 0$ ;  $A = 0, B = 1, C = 0$ ;  $A = 0, B = 0, C = 1$ .

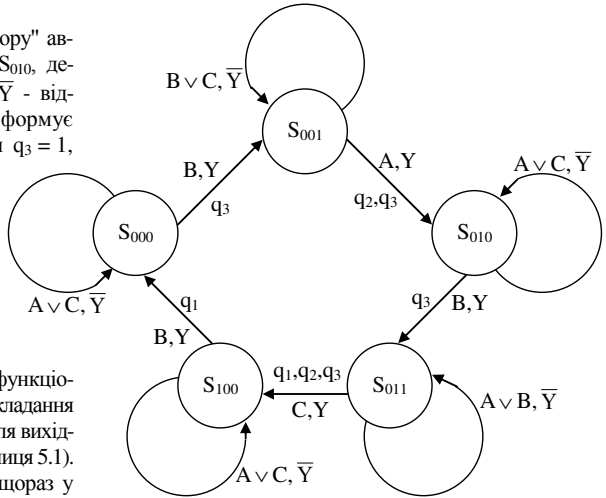


Рис.5.2. Граф кінцевого автомата.

Таблиця 5.1 - Таблиця функціонування автомата.

Стан КА	Вхідні сигнали КС						№ набору	Виходи з КС			Сигнал керування, Y
	Зовнішні			Із пам'яті				q <sub>1</sub>	q <sub>2</sub>	q <sub>3</sub>	
	A	B	C	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	S <sub>3</sub>					
S <sub>000</sub>	1	0	0	0	0	0	32	0	0	0	0
	0	1	0	0	0	0	16	0	0	1	1
	0	0	1	0	0	0	8	0	0	0	0
S <sub>001</sub>	1	0	0	0	0	1	33	0	1	1	1
	0	1	0	0	0	1	17	0	0	0	0
	0	0	1	0	0	1	9	0	0	0	0
S <sub>010</sub>	1	0	0	0	1	0	34	0	0	0	0
	0	1	0	0	1	0	18	0	0	1	1
	0	0	1	0	1	0	10	0	0	0	0
S <sub>011</sub>	1	0	0	0	1	1	35	0	0	0	0
	0	1	0	0	1	1	19	0	0	0	0
	0	0	1	0	1	1	11	1	1	1	1
S <sub>100</sub>	1	0	0	1	0	0	36	0	0	0	0
	0	1	0	1	0	0	20	1	0	0	1
	0	0	1	1	0	0	12	0	0	0	0

З таблиці функціонування для усіх вихідних перемінних запишемо ФАЛ у ПДНФ:  
 $Y = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{S}_1\bar{S}_2\bar{S}_3 + \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{S}_1\bar{S}_2S_3 + \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{S}_1S_2\bar{S}_3 + \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{S}_1S_2S_3 + \bar{A}\bar{B}\bar{C}S_1\bar{S}_2\bar{S}_3$   
 $q_1 = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{S}_1S_2S_3 + \bar{A}\bar{B}\bar{C}S_1\bar{S}_2\bar{S}_3$   
 $q_2 = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{S}_1\bar{S}_2S_3 + \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{S}_1S_2S_3$   
 $q_3 = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{S}_1\bar{S}_2\bar{S}_3 + \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{S}_1\bar{S}_2S_3 + \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{S}_1S_2\bar{S}_3 + \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{S}_1S_2S_3$

Використовуючи числовий спосіб представлення ФАЛ можна записати так:  
 $Y = \Sigma(11, 16, 18, 20, 33)$

$$q_1 = \Sigma(11, 20)$$

$$q_2 = \Sigma(11, 33)$$

$$q_3 = \Sigma(11, 16, 18, 33)$$

Оскільки на вході комбінаційної схеми шість змінних (A, B, C, S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub>, S<sub>3</sub>) то мінімізацію ФАЛ виконаємо за допомогою шестимісної карти Вейча (рис.5.3). Оскільки така карта складається з декількох підкарт, тому в кожній підкарті сусідніми є кон'юнкції, що розташовані поруч чина протилежних сторонах.

В окремих же підкартах сусідніми будуть ті клітки кон'юнкцій, що розташовані на однакових місцях, тобто ті, які збігаються, якщо підкарти наложити одна на одну. Наприклад, клітці 15 сусідніми є клітки 7, 11, 31, 47 у тій же підкарті і клітки 12, 13 і 14 в інших підкартах.

Відповідно до табл.5 автомат визначений на 15-ти наборах: 32, 16, 8, 33, 17, 9, 34, 18, 10, 35, 19, 11, 36, 20, 12. На всіх інших наборах виходи автомата байдужі, тобто вони можуть бути "довизначені" так, щоб при мінімізації збільшувалася площа покриття, тобто кількість кліток, що "склеюються". На картах Вейча всі клітки, на яких значення виходів автомата невизначено, позначаємо символом Ø.

Карта Вейча для мінімізації функції виходу зображена на мал.5.4. На ній клітки наборів 11, 16, 18, 20, 33 позначені символом 1. Це набори на який функція Y приймає відповідне значення.

Клітки наборів 8, 9, 10, 12, 17, 19, 32, 34, 35, 36 приймають значення 0. Всі інші клітки наборів, на яких автомат не визначений - позначимо символом Ø. (Щоб не затемнити карту, 0 або Ø можна не ставити, тобто для одного з значень клітки можна залишати порожніми - не заповненими, але при цьому варто пам'ятати значення ФАЛ).

		X <sub>5</sub>							
		X <sub>1</sub>		X <sub>1</sub>		X <sub>1</sub>		X <sub>1</sub>	
X <sub>6</sub>	X <sub>2</sub>	51	59	27	19	49	57	25	17
		55	63	31	23	53	61	29	21
		39	47	15	7	37	45	13	5
		35	43	11	3	33	41	9	1
X <sub>2</sub>	X <sub>2</sub>	50	58	26	18	48	56	24	16
		54	62	30	22	52	60	28	20
		38	46	14	6	36	44	12	4
		34	42	10	2	32	40	8	0
		X <sub>3</sub>		X <sub>3</sub>		X <sub>3</sub>		X <sub>3</sub>	

Рис.5.3. Шестимісна карта Вейча.

		S <sub>2</sub>							
		A		A		A		A	
S <sub>3</sub>	B	Ø	Ø	Ø	0	Ø	Ø	Ø	0
		Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
		Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
		0	Ø	1	Ø	1	Ø	0	Ø
B	B	Ø	Ø	Ø	1	Ø	Ø	Ø	1
		Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	1
		Ø	Ø	Ø	Ø	0	Ø	0	Ø
		0	Ø	0	Ø	0	Ø	0	Ø
		C		C		C		C	

Рис.5.4. Карта Вейча для мінімізації функції Y

		S <sub>2</sub>							
		A		A		A		A	
S <sub>3</sub>	B	Ø	Ø	Ø	0	Ø	Ø	Ø	0
		Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
		Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
		0	Ø	1	Ø	0	Ø	0	Ø
B	B	Ø	Ø	Ø	0	Ø	Ø	Ø	0
		Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	1
		Ø	Ø	Ø	Ø	0	Ø	0	Ø
		0	Ø	0	Ø	0	Ø	0	Ø
		C		C		C		C	

Рис.5.5. Карта Вейча для мінімізації функції q<sub>1</sub>

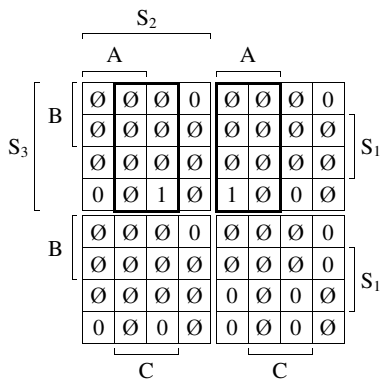


Рис.5.6. Карта Вейча для мінімізації функції  $q_2$

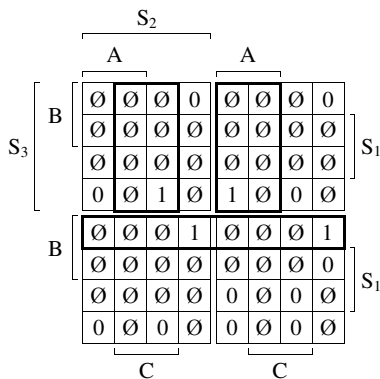


Рис.5.7. Карта Вейча для мінімізації функції  $q_3$

Аналогічно проводимо мінімізацію функцій  $q_1$  (рис.5.5),  $q_2$  (рис.5.6) та  $q_3$  (рис.5.7). Після мінімізації ПДНФ мають вигляд:

$$Y = A \bar{S}_2 S_3 + C S_2 S_3 + B \bar{S}_3$$

$$q_1 = C S_2 S_3 + B S_1$$

$$q_2 = A \bar{S}_2 S_3 + C S_2 S_3$$

$$q_3 = A \bar{S}_2 S_3 + B \bar{S}_1 \bar{S}_3 + C S_2 S_3$$

На основі отриманих формул у базисі елементів І, АБО, НІ та використовуючи тригери з рахунковим входом будуюмо логічну схему кінцевого автомата, рис.5.8.

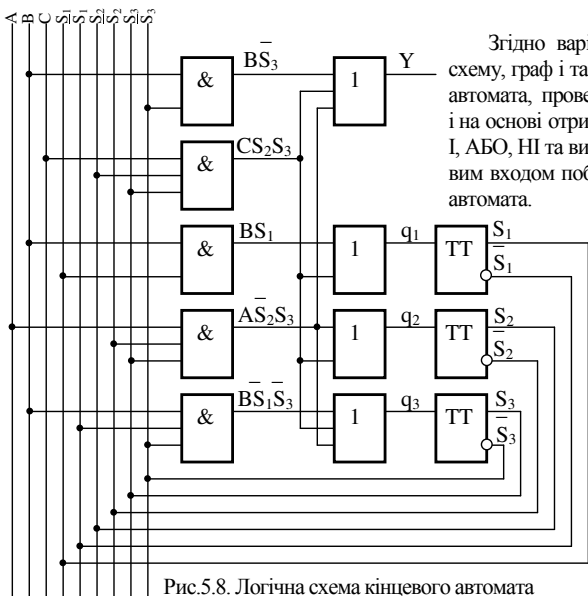


Рис.5.8. Логічна схема кінцевого автомата

### Завдання

Згідно варіанта побудувати функціональну схему, граф і таблицю функціонування кінцевого автомата, провести мінімізацію функцій виходу і на основі отриманих формул у базисі елементів І, АБО, НІ та використовуючи тригери з рахунковим входом побудувати логічну схему кінцевого автомата.

№ вар	Послідовність
1	AABCВ
2	ABCBA
3	BACAB
4	CBABC
5	BCAAB
6	CCBBA
7	BABCA
8	CACAB
9	ACABB
10	BCACA
11	AACBB
12	BVABC
13	BABAC
14	BACBC
15	BCBCA

### Примітка:

Правильність роботи побудованої схеми перевірити використовуючи програму Electronic Workbench.



## **Вимоги до оформлення звітів лабораторних робіт**

Звіти з лабораторних робіт можуть оформлюватись на стандартних аркушах формату А4 та А5 по одному або всі разом. Використанні формату А5 дає змогу використовувати зброшурований вигляд.

### **Титульна сторінка**

Вверху титульної сторінці з нового рядка вказується міністерство, назва навчального закладу та назва кафедри.

Нижче на  $\frac{1}{3}$  аркуша на титульній сторінці повністю вказується назва дисципліни.

З нового рядка:

у випадку коли звіти з лабораторних робіт оформлюються окремо на титульну сторінку вноситься номер та назва роботи;

у випадку коли звіти з лабораторних робіт оформлюються разом на титульну сторінку вноситься рядок “Лабораторні роботи” (при цьому звіт кожної нової роботи має починатися на новій сторінці з зазначенням її номера та назви).

Нижче на титульній сторінці з середини рядка після слова “виконав:” зазначається виконавець, як студент певної групи.

В наступному рядку, з його середини після слова “перевірив:” зазначається викладач, що має прийняти звіт.

Внизу титульної сторінки по середині рядка вказується місто та рік.

### **Структура звіту**

Звіт складається з трьох частин: завдання, дослідження та висновки.

I. **Завдання** - оформлюється завдання, де обов'язково вказується його варіант.

II. **Дослідження** - в даній частині наводяться повні розрахунки та викладки що приводять до одержання результату.

III. **Висновки** - подається аналіз одержаних результатів.

### **Оформлення вставок**

При використанні в якості вставок графічних зображень, малюнків і т.п., їх позначають скороченням “рис.” з нумерацією за яким слідує назва.

При використанні таблиць, таблиці позначають повним словом “таблиця” з нумерацією за яким через дефіс слідує назва.

Нумерація може використовуватись як в рамках окремих робіт (перша цифра показує номер роботи, а друга, що слідує після крапки, вказує на порядок розташування даної вставки) та і загальна нумерація (одна нумерація, в рамках всіх робіт - єдина цифра на порядок розташування даної вставки).

Дозволяється застосовувати тільки один тип нумерацій.

Використання додаткового джерела (літератури) має супроводжуватись посиланням на нього. Під час оформлення посилання джерело повинно мати наступні реквізити в такому порядку: Автор. Назва. Том. - місто видання; видавництво, рік видання [якщо вважаєте за необхідне то і сторінку].

## Література

1. Баранов С.Й.  
Синтез микропрограммных автоматов.  
- Ленинград; Энергия, 1974г.
2. Блейскли Т.  
Проектирование цифровых устройств с малыми и большими интегральными схемами.  
-К.: В.Ш., 1981г.
3. Жабин В.И. й др.  
Логические основы й схемотехника ЗВМ : Практикум.  
-К.:ВЕК+, 1991.
4. Кислун О.А., Пашкова Т.Л., Пояркова Н.Г.  
Прикладна теорія цифрових автоматів. Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт.  
- Кіровоград: КДТУ, 2003р.
5. Кравчук А.Ф.  
Основи дискретної математики.  
- К.: НМК ВО, 1992р.
6. Майоров С.А. Й ДР.  
Проектирование цифровых вычислительных машин.  
-М.: В.Ш., 1972г.
7. Обнаружение и исправление ошибок в дискретных устройствах.  
Под ред. В.С.Толстякова.  
-М.: Совр. Радио, 1972.
8. Поспелов Д.А.  
Арифметические основы вычислительных машин дискретного действия.  
- М.: В.Ш., 1970г.
9. Поспелов Д.А.  
Логические методы анализа и синтеза схем.  
- М. :Энергия,1974г.
10. Савеленко О.К., Сидоренко В.В., Якименко Н.М.  
Комп'ютерна логіка (ч.2 Прикладна теорія цифрових автоматів)  
- Кіровоград: КНТУ, 2014р.
11. Савельев А.Я.  
Прикладная теория цифровых автоматов.  
-М. : В.Ш. 1987.
12. Самофалов К.Г. й др.  
Прикладная теория цифровых автоматов.  
- К.: В.Ш., 1987г.
13. Самофалов К.Г.и др.  
Цифровые ЭВМ. Практикум.  
-К.. В.Ш.,1989
14. Скляр В.А.  
Синтез автоматов на матричных БИС.  
- Минск Наука и техника, 1984г.
- 15.Хоуп Г.  
Проектирование цифровых вычислительных машин и интегральных схем.  
- М.: Мир, 1984г.
16. Шауман А.М.  
Основы машинной арифметики.  
-Л. "Издательство Ленинградского ун-та", 1979.

## Зміст

Лабораторна робота №1 .....	3
Основні поняття функцій алгебри логіки (ФАЛ).	
Лабораторна робота №2 .....	5
Мінімізація ФАЛ методом невизначених коефіцієнтів для базису I-АБО-НІ.	
Лабораторна робота №3 .....	7
Мінімізація функцій алгебри логіки.	
Лабораторна робота №4 .....	9
Проектування комбінаційних автоматів.	
Лабораторна робота №5 .....	13
Проектування кінцевого автомата.	
Вимоги до оформлення звітів лабораторних робіт .....	17
Література.....	18
Зміст .....	19

Комп'ютерна логіка.  
Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт.

Автори:

Кислун О.А.  
Пархоменко Ю.М.  
Рибакова Л.В.

Рецензент:

Осадчий С.І.

Формат 1/16. Тираж 100. Ум. др. ар. 1,25

Центральноукраїнський національний технічний університет,  
Кафедра “Програмування комп'ютерних систем і мереж ”  
25006, м. Кропивницький, Проспект Університетський, 8