

УДК 62-231:621.9.04

О.В. Шелепко, асист., А.М. Кириченко, проф., д-р техн. наук, А.І. Гречка, доц., канд. техн. наук

Центральноукраїнський національний технічний університет, м. Кропивницький, Україна,

E-mail: shelepko.o@gmail.com

Експериментальне визначення жорсткості багатокординатного верстата паралельної структури «пентапод»

Роботу присвячено вимірюванню пружних переміщень робочого органа багатокординатного верстата паралельної структури «пентапод» під навантаженням та експериментальному визначенню матриць просторової жорсткості та податливості. Розроблено схеми вимірювання переміщення робочого органа, який розташований вздовж осі Z при його навантаженні по осям X , Y та Z . Побудовано залежності похибки переміщення робочого органа від зміни його положення відносно осі X в діапазоні від $-0,075$ м до $0,075$ м, $Y = 0$, $Z = 0$ при постійному навантаженні рівному 100 Н вздовж осі X , Y та Z та визначено матрицю жорсткості на основі результатів отриманих експериментальним шляхом.

верстат паралельної структури, пентапод, жорсткість, податливість, робочий орган

О. В. Шелепко, асист., А. Н. Кириченко, проф., д-р техн. наук, А.И. Гречка, доц., канд. техн. наук
Центральноукраїнський національний технічний університет, г. Кропивницький, Украина

Экспериментальное определение жесткости многокоординатного станка параллельной структуры «пентапод»

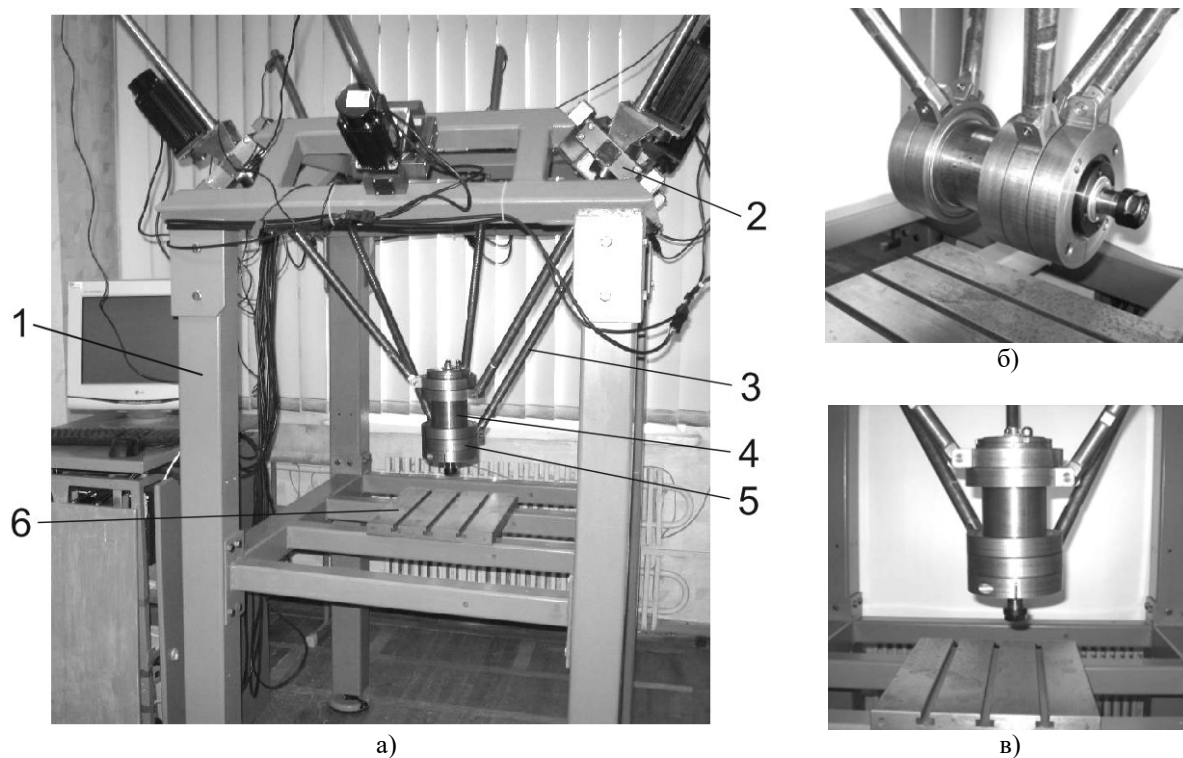
Работа посвящена измерению упругих перемещений рабочего органа многокоординатного станка параллельной структуры «пентапод» под нагрузкой и экспериментальному определению матриц пространственной жесткости и податливости. Разработаны схемы измерения перемещения рабочего органа, который расположен вдоль оси Z при его нагрузке по осям X , Y и Z . Построены зависимости погрешности перемещения рабочего органа от изменения его положения относительно оси X в диапазоне от $-0,075$ м до $0,075$ м, $Y = 0$, $Z = 0$ при постоянной нагрузке равном 100 Н вдоль осей X , Y и Z . и определена матрица жесткости на основе результатов полученных экспериментальным путем.

станок параллельной структуры, пентапод, жесткость, податливость, рабочий орган

Постановка проблеми. Одним з перспективних напрямів розвитку верстатобудування є створення багатокординатних верстатів паралельної структури, які характеризуються високою швидкістю переміщення при достатній жорсткості для обробки складних деталей та вузлів. До такого обладнання можна віднести багатокординатні верстати паралельної структури «пентапод», які виконують різні види обробки, інтегрування до системи автоматизованого виробництва та швидку адаптацію до змін продукції за рахунок особливостей конструкції та використання уніфікованих вузлів, а завдяки калібруванню у просторі досягається висока точність оброблених деталей.

Проте дослідження жорсткості верстатів паралельної структури по більшій мірі присвячені верстатам-гексаподам [1-5], що не дає можливості зробити однозначні висновки про величину та характер розподілу жорсткості верстата-пентапода.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У [6] описано методику експериментального вимірювання жорсткості верстата-гексапода. Теоретичний розрахунок просторової жорсткості верстата-пентапода описано у роботі [7], дані розрахунки виконуються на основі кінематичних залежностей [8]. Для підтвердження теоретичних досліджень було спроектовано і виготовлено багатокординатний верстат паралельної структури із ланками змінної довжини «пентапод» (рис. 1). Верстат складається з основи 1, на якій розміщено п'ять карданних шарнірів 2 з штангами змінної довжини 3. Іншим кінцем кожна штанга 3 прикріплена до робочого органа 4 через шарніри 5 таким чином, що вісь кожної штанги 3 проходить через вісь робочого органа 4. Оброблювана деталь встановлюється на стіл 6 [9]. Робочий орган верстата має здатність повертатися на кут більше 90° відносно осі Z, що дає змогу здійснювати обробку складних деталей, варіанти просторової орієнтації робочого органа представлені на рис. 1 б, в.



а) загальний вигляд; б, в) положення робочого органа
Рисунок 1 – Багатокординатний верстат паралельної структури «пентапод»

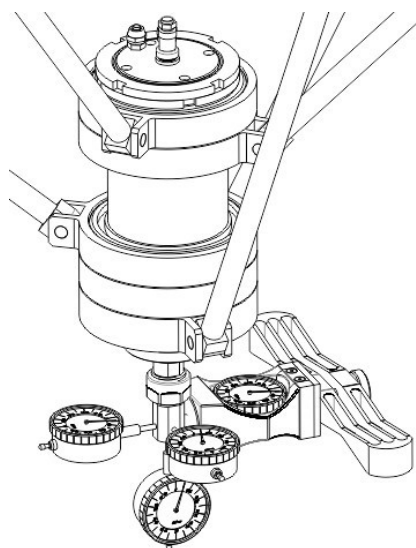
Постановка завдання. Таким чином, метою роботи є визначення просторової жорсткості робочого органа верстата-пентапода, встановлення залежності переміщень робочого органа від його положення у робочому просторі та визначення матриці жорсткості за результатами експериментальних вимірювань.

Виклад основного матеріалу. Для визначення просторової жорсткості верстата розроблено схеми вимірювання переміщень робочого органа, розташованого вздовж осі Z при його навантаженні вздовж осі X (рис. 2,а) та виготовлено стенд для експериментальних досліджень (рис. 2,б,в).

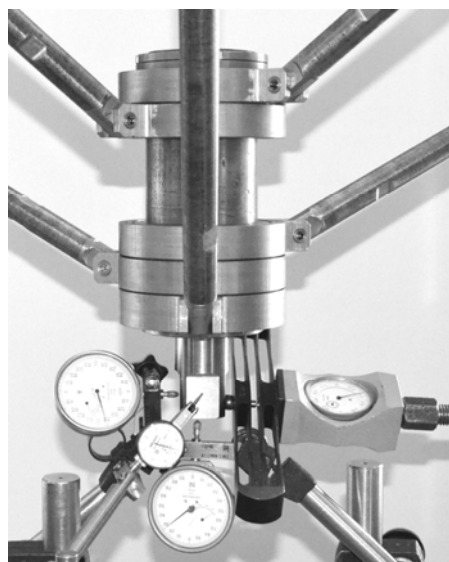
Робочий орган 1 верстата паралельної структури «пентапод» фіксується в заданому положенні вздовж осі Z завдяки подачі живлення на двигуни верстата. Навантаження робочого органа 1 відбувається за допомогою гвинта 2, який розміщується вздовж осі X, Y або Z в залежності від напрямлення дії навантаження, а

контроль величини зусилля прикладеної сили виконується динамометром 3. Величина переміщення робочого органа 1 фіксується індикаторами 4 [9].

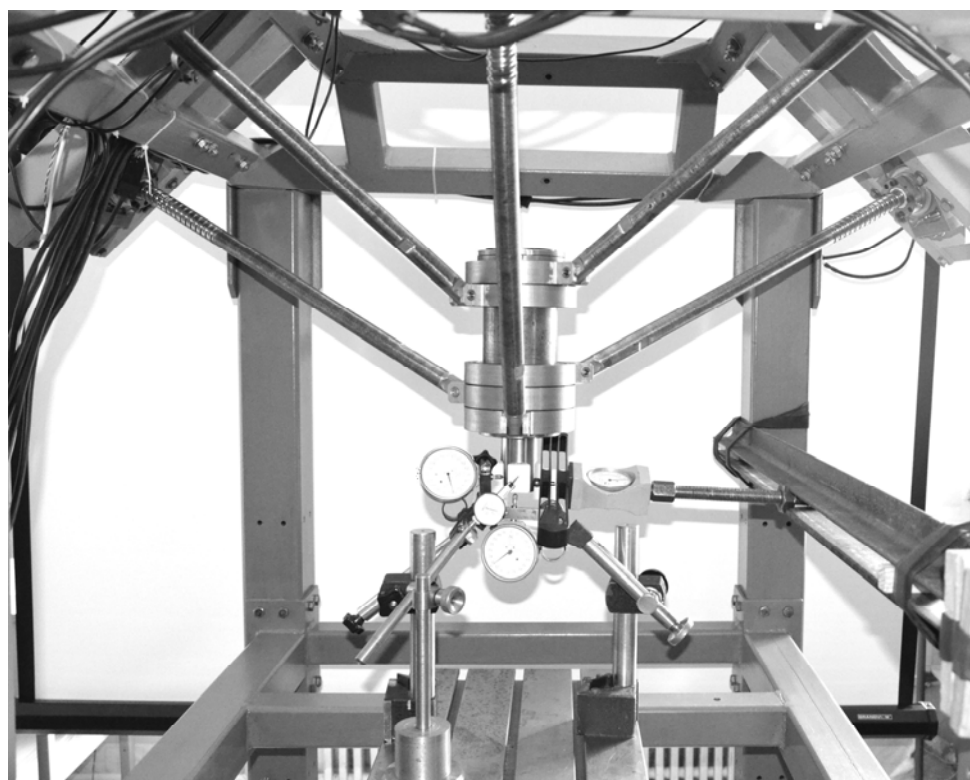
В якості вимірювального пристрою використано індикатор Mitutoyo 513-445 (діапазон вимірювання 0,4 мм, ціна поділки 0,002 мм) та індикатори ИЧ-10 (діапазон вимірювання 0-5 мм, ціна поділки 0,01 мм). Для контролю величини навантаження використовується динамометр переносний третього розряду ДОСМ-3-0,05 (0,03...0,5 кН).



а)



б)



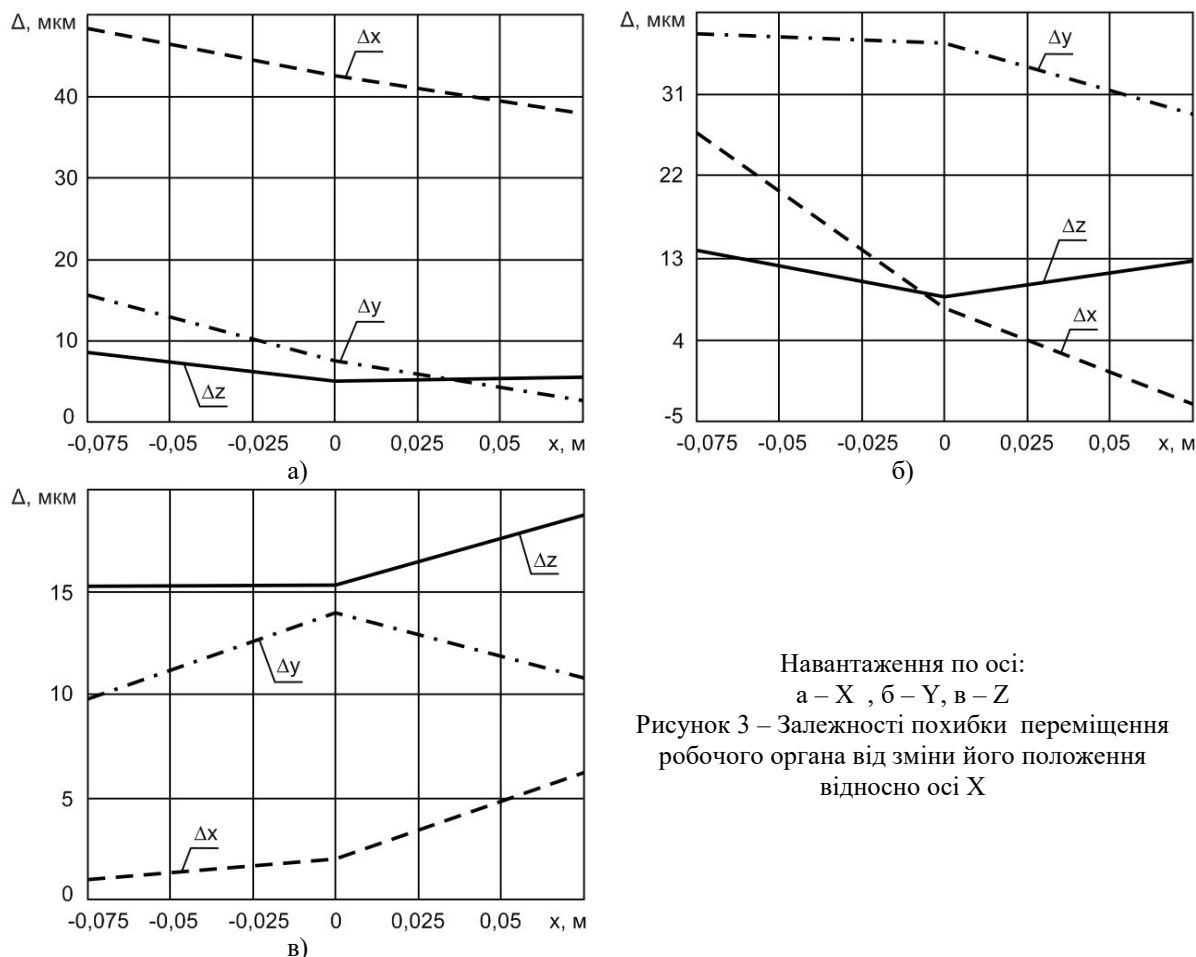
в)

а) схема; б, в) дослідний стенд

Рисунок 2 – Вимірювання переміщень робочого органа при навантаженні вздовж осі X

Для виключення грубих помилок приймаємо 3 повтори у кожній позиції матриці експерименту [10], враховуючи попередньо наявну апріорну інформацію про характеристики експериментальної установки.

На основі отриманих результатів експериментальних вимірювань, побудовано залежності похибки переміщення робочого органа від зміни його положення відносно осі X в діапазоні від $-0,075$ м до $0,075$ м, $Y = 0$, $Z = 0$ при постійному навантаженні рівному 100 Н вздовж осі X (рис. 3, а), осі Y (рис. 3, б) та осі Z (рис. 3, в).



Максимальні переміщення по осям співпадають із напрямком дії навантаження. При навантаженні робочого органа по осі X та Y максимальне переміщення Δx , Δy , Δz спостерігається у положенні робочого органа $X = -0,075$ м, $Y = 0$, $Z = 0$, а при навантаженні вздовж осі Z максимальне переміщення Δx та Δz спостерігається у положенні робочого органа $X = 0,075$ м, $Y = 0$, $Z = 0$, а Δy у положенні робочого органа $X = 0$, $Y = 0$, $Z = 0$.

Для розрахунку експериментальної матриці жорсткості використовуємо виміряні відхилення робочого органа Δx , Δy , Δz у заданому положенні під дією навантажувальної сили W у заданому напрямку (рис. 3).

Для визначення матриці жорсткості на основі експериментальних даних необхідно визначити найближчу симетричну позитивно визначену матрицю, оскільки матриця, обчислена за експериментальними даними буде несиметричною внаслідок похибок вимірювання та аналізу даних [6]. Таким чином, найближча симетрично позитивно визначена матриця податливості визначається за нормою Фробеніуса [1] та матиме вигляд:

$$C_{SPSD} = \frac{B + Z \cdot \text{diag}(\lambda_i) \cdot Z^T}{2}, \quad (1)$$

де $B = \frac{C_e + C_e^T}{2}$ – симетричний компонент матриці податливості $C_e = \frac{\Delta_e}{W}$; Z , λ_i – власні значення матриці C_e (стовпчики матриці Z , що у спектральному розкладі представляють собою власні вектори матриці C_e).

Таким чином матриця жорсткості на основі експериментальних даних визначається як:

$$K_e = k \cdot C_{SPSD}^{-1}, \quad (2)$$

де k – коефіцієнт, що враховує жорсткість рами верстата.

Значення експериментально визначеної матриці податливості, найближчої симетричної позитивно визначеної матриці податливості та матриця жорсткості для трьох положень робочого органа наведені у табл.1.

Таблиця 1 – Експериментально визначенні значення матриці жорсткості

Положення робочого органа у просторі $(X0 Y0 Z0)^T$	Матриця податливості $C_e \cdot 10^{-6}$	Найближча симетрично позитивно визначена матриця податливості $C_{SPSD} \cdot 10^{-6}$	Матриця жорсткості $K_e \cdot 10^6$
$\begin{pmatrix} -0,075 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,772 & 0,268 & 0,01 \\ 0,216 & 0,376 & 0,098 \\ 0,096 & 0,137 & 0,153 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,772 & 0,242 & 0,053 \\ 0,242 & 0,376 & 0,118 \\ 0,053 & 0,118 & 0,153 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2,125 & -1,497 & 0,414 \\ -1,497 & 5,606 & -3,788 \\ 0,414 & -3,788 & 11,261 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,672 & 0,074 & 0,02 \\ 0,076 & 0,366 & 0,14 \\ 0,035 & 0,086 & 0,153 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,672 & 0,075 & 0,028 \\ 0,075 & 0,366 & 0,113 \\ 0,028 & 0,113 & 0,153 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1,98 & -0,383 & -0,074 \\ -0,383 & 4,676 & -3,382 \\ -0,074 & -3,382 & 10,986 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 0,075 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,594 & -0,032 & 0,062 \\ 0,006 & 0,288 & 0,108 \\ 0,041 & 0,127 & 0,188 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,594 & -0,019 & 0,051 \\ -0,019 & 0,288 & 0,117 \\ 0,051 & 0,117 & 0,188 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2,289 & 0,545 & -0,966 \\ 0,545 & 6,189 & -4,018 \\ -0,966 & -4,018 & 9,692 \end{pmatrix}$

Висновки. На основі запропонованої методики вимірювання переміщень робочого органа розташованого вздовж осі Z при його навантаженні по осям X , Y та Z отримані залежності похибки переміщення робочого органа від зміни його положення відносно осі X . Із отриманих залежностей видно, що максимальні переміщення по осям співпадають із напрямком дії навантаження. При навантаженні робочого органа по осі X та Y максимальне переміщення Δx , Δy , Δz спостерігається у положенні робочого органа $X = -0,075$ м, $Y = 0$, $Z = 0$, а при навантаженні вздовж осі Z максимальне переміщення Δx та Δz спостерігається у положенні робочого органа $X = 0,075$ м, $Y = 0$, $Z = 0$, а Δy у положенні робочого органа $X = 0$, $Y = 0$, $Z = 0$.

Отримавши матрицю жорсткості експериментальним шляхом для різних положень робочого органа видно, що максимальна зміна жорсткості вздовж осі Y не перевищує 25%, а вздовж осей X та Z 14%.

Дослідження переміщення робочого органа у просторі під дією сили навантаження дасть змогу в подальшому встановити пріоритетні ділянки робочого простору, в яких буде спостерігатися найбільша жорсткість верстата.

Список літератури

1. Higham N.J. Computing a nearest symmetric positive semidefinite matrix [Text] / N.J. Higham // *Linear Algebra and its applications*. – 1988. – Vol. 103. – P. 103-118.
2. Кириченко, А. М. Моделювання жорсткості верстата-гексапода [Текст] / А. М. Кириченко // Збірник наукових праць Кіровоградського національного технічного університету. Техніка в сільськогосподарському виробництві, галузеве машинобудування, автоматизація. – Кіровоград: КНТУ, 2008. – Вип. 21. – С. 122-126.
3. Струтинський, В.Б. Теоретичний аналіз жорсткості шестикоординатного механізму паралельної структури [Текст] / В.Б. Струтинський, А.М. Кириченко // Вісник Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». Серія «Машинобудування». – 2009. – №57. – С. 198–207.
4. Кириченко, А. М. Матриця жорсткості просторових механізмів паралельної структури з пружними ланками [Текст] / А. М. Кириченко // Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин: загальнодерж. міжвід. наук.-техн. зб. – Кіровоград: КНТУ, 2010. – Вип. 40, ч. 1. – С. 256-262.
5. Кириченко А.М. Просторова жорсткість обладнання з паралельною кінематикою [Текст] / А.М. Кириченко, В.Б. Струтинський // Вісник ЖДТУ. – 2010. – №8. – С. 88-97.
6. Струтинський, В. Б. Експериментальне визначення матриці жорсткості моделі гексапода [Текст] / В.Б. Струтинський, А.М. Кириченко // Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин: загальнодерж. міжвід. наук.-техн. зб. – Кіровоград: КНТУ, 2011. – Вип. 41, ч. 1. – С. 133-141.
7. Кириченко А.М. Просторова жорсткість верстата з механізмом паралельної структури «пентапод» [Текст] / А.М. Кириченко, О.В. Шелепко, М.І. Черновол // Загальнодержавний міжвідомчий науково-технічний збірник. Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин. – Вип. 42, ч. II. – Кіровоград: КНТУ, 2012. – С. 187-190.
8. Кириченко А.М. Кінематика п'ятикоординатного верстата з паралельною структурою [Текст] / А.М. Кириченко, О.В. Шелепко, С.П. Сапон // Вісник ЧДТУ. Серія ТН. – Чернігів, 2013. – №67 (3). – С. 100-104.
9. Кириченко А.М. Експериментальне дослідження жорсткості шарнірів робочого органа багатокординатного верстата паралельної структури «пентапод» [Текст] / А. М. Кириченко, О. В. Шелепко // Вісник Херсонського національного технічного університету. – Херсон: ХНТУ, 2015. – № 4. – С. 31-35.
10. Сиденко В.М. Основы научных исследований [Текст] / В.М. Сиденко, И.М. Грушко. – Харьков: «Вища школа», 1977. – С. 200.

Referencis

1. Higham, N.J. (1988). Computing a nearest symmetric positive semidefinite matrix. *Linear Algebra and its applications*, Vol. 103, 103-118.
2. Kyrychenko, A. M. (2008). Modeliuvannia zhorstkosti verstata-heksapoda [Modeling of the hardness of the hexapod machine]. Zbirnyk naukovykh prats' Kirovohrads'koho natsional'noho tekhnichnoho universytetu. Tekhnika v sil's'kohospodars'komu vyrobnytstvi, haluzeve mashynobuduvannia, avtomatyzatsiia – *Collected Works of Kirovohrad National Technical University. Machinery in agricultural production, industry machine building, automation*, Vol. 21, 122-126.
3. Strutyns'kyj, V.B. & Kyrychenko, A.M.(2009). Teoretychnyj analiz zhorstkosti shestykoordynatnoho mekhanizmu paralel'noi struktury [Theoretical analysis the stiffness of six-dimensional mechanism of a parallel structure] Visnyk Natsional'noho tekhnichnoho universytetu Ukrainy „Kyivs'kyj politekhnichnyj instytut” Serii „Mashynobuduvannia” – *Journal of Mechanical Engineering NTUU “Kyiv Polytechnic Institute”. Machine Building Series*, 57, 198–207.
4. Kyrychenko, A. M. (2010). Matrytsia zhorstkosti prostorovykh mekhanizmiv paralel'noi struktury z pruzhnyimi lankamy [Stiffness matrix of spatial parallel robots with elastic links]. Konstruiuvannia, vyrobnytstvo ta ekspluatatsiia sil's'kohospodars'kykh mashyn: zahal'noderzh. mizhvid. nauk.-tekhn. zb.– *National Interagency Scientific and Technical Collection of Works. Design, Production and Exploitation of Agricultural Machines*, Vol. 40, 1, 256-262.
5. Kyrychenko, A.M. & Strutyns'kyj, V.B. (2010). Prostorova zhorstkist' obladnannia z paralel'noiu kinematykoiu [Spatial rigidity of equipment with parallel kinematics]. *Visnyk ZhDTU – The Journal of ZSTU*, 8, 88-97.
6. Strutyns'kyj, V.B. & Kyrychenko, A.M. (2011). Eksperymental'ne vyznachennia matrytsi zhorstkosti

- modeli heksapoda [The experimental identification of stiffness matrix of hexapod]. Konstruiuvannia, vyrobnytstvo ta ekspluatatsiia sil's'kohospodars'kykh mashyn: zahal'noderzh. mizhvid. nauk.-tekhn. zb. – *National Interagency Scientific and Technical Collection of Works. Design, Production and Exploitation of Agricultural Machines, Vol. 41, 1*, 133-141.
7. Kyrychenko, A.M., Shelepko, O.V. & Chernovol, M.I. (2012). Prostorova zhorstkist' verstata z mekhanizmom paralel'noi struktury «pentapod» [Spatial rigidity of machine tool with parallel manipulator «pentapod»]. *Zahal'noderzhavnyj mizhvidomchyj naukovo-tekhnichnyj zbirnyk. Konstruiuvannia, vyrobnytstvo ta ekspluatatsiia sil's'kohospodars'kykh mashyn. – National Interagency Scientific and Technical Collection of Works. Design, Production and Exploitation of Agricultural Machines, Vol. 42, II*, 187-190.
 8. Kyrychenko, A.M., Shelepko, O.V. & Sapon, S.P. (2013). Kinematyka p'iatykoordinatnoho verstata z paralel'noiu strukturoiu [Kinematics of a five-coordinate machine with a parallel structure]. *Visnyk ChDTU. Serii TN. – Collected Works "ChSTU Bulletin. Series: Engineering", 67 (3)*, 100-104.
 9. Kyrychenko A.M. & Shelepko, O.V. (2015). Eksperymental'ne doslidzhennia zhorstkosti sharniriv robochoho orhana bahatokoordinatnoho verstata paralel'noi struktury «pentapod» [Experimental study of the stiffness joints of the working organ multi-coordinate machine of the parallel structure of "pentapod"]. *Visnyk Kherson's'koho natsional'noho tekhnichnoho universytetu. – Herald of Kherson national technical university, 4*, 31-35.
 10. Sydenko V.M. & Hrushko, Y.M. (1977). *Osnovy nauchnykh yssledovanyj [Fundamentals of scientific research]*. Khar'kov: "Vyscha shkola".

Olha Shelepko, applicant, Andriy Kyrychenko, Prof., DSc., Andriy Hrechka, Assoc. Prof, PhD tech. sci.
Centralukrainian National Technical University, Kropivnitsky, Ukraine

Experimental Determination of Stiffness of Pentapod Parallel Kinematics Machine

The article is devoted to determination of spatial stiffness of the end effector of a pentapod parallel machine tool and its relation to the end effector position into the machine workspace, determination of the compliance and stiffness matrices from experimental measurements data.

To study the spatial stiffness of the machine, the method for measuring the displacements of the end effector were developed and a bench for experimental research was produced. On the basis of the results of experimental measurements, the dependence of the end effector displacement upon the change of its position relative to the X axis in the range from -0,075 m to 0,075 m with a constant load equal to 100 N along the X, Y and Z axes. The compliance and stiffness matrices of the machine is calculated on the basis of experimental measurements of the displacements Δx , Δy , Δz of the end effector by computing the nearest symmetric positive definite matrix, which is determined by the Frobenius norm. The experimental stiffness matrix 3x3 is obtained for three positions of the end effector.

From the obtained dependences of the displacement of the end effector from its position relative to the X axis under constant load, the maximum displacement along the axes coincides with the direction of the load. Having obtained the compliance and stiffness matrices experimentally for different positions of the end effector, it is shown that the maximum difference in stiffness along the Y axis does not exceed 25%, and along X and Z axes is 14%. The obtained experimental results of the displacement of the end effector in machine workspace under the load force enables further establishment of the areas of the workspace in with the maximum stiffness and helps formulate guidelines to improve the pentapod machine tool spatial stiffness.

parallel kinematic machine, pentapod, stiffness, compliance, end effector

Одержано (Received) 16.06.2018